数式の読み方，大学で学ぶ数学公式

文責　澤野嘉宏　首都大学東京

Contents

初めに 7
本書の目的 7

Part 1.　数の読み方 8
1.　分数の表記 8
2.　等式，不等式 11

Part 2.　文字とその読み方 13
3.　文字の読み方 13
3.1.　ギリシャ文字 13
3.2.　ドイツ文字 14
4.　添字 15
5.　論理記号 16

Part 3.　図形，座標 17
6.　図形，ベクトル 17
6.1.　図形 17
6.2.　ベクトル表記 18
6.3.　ユークリッド空間の記号 19
7.　多項式 20
7.1.　多項式の基本的な表し方 20
7.2.　式の展開 21
7.3.　因数分解 23
7.4.　シグマ記号を用いた多項式の基本的な表し方 25

Date: ２０１２年4月２５日.

Part 4.　数列 27

8.　数列 27

8.1.　数列 27

8.2.　2 重数列 29

Part 5.　関数 30

9.　基本的な関数 30

9.1.　多項式関数 30

9.2.　べき乗，対数 31

9.3.　複素関数 32

10.　三角関数 33

10.1.　三角関数の定義と基本公式 33

10.2.　加法定理 34

10.3.　複素関数 36

10.4.　極限公式 38

10.5.　関数一般に関する記号 40

11.　1 変数の微分積分 41

11.1.　微分 41

11.2.　積分 44

12.　多変数の微積分 47

12.1.　多変数の微分 47

12.2.　多変数の積分 49

Part 6.　実数，集合，位相 51

13.　集合 51

14.　上限，極限 54

14.1.　最大値，最小値，上限，下限 54

14.2.　極限 58

15.　写像 60

16.　位相 62

Part 7.　線形代数 63

17. 行列 63
17.1. 行列，行列演算 63
17.2. 線形空間，線形写像 65
18. 線形空間 66
18.1. 線形空間，線形写像 66
18.2. 内積 68
19. 対角化，ジョルダン標準形 69
19.1. 対角化，ジョルダン標準形 69
19.2. 2 次曲線，2 次曲面 72

Part 8. 確率，統計 74
20. 確率 74
20.1. 事象と確率 75
20.2. 統計 77

Part 9. 常微分方程式，ラプラス変換 78
21. 常微分方程式 78
21.1. 常微分方程式の形 78
21.2. ラプラス変換 80

Part 10. 代数 81
22. 群論 81
22.1. 無限群，リー群 81
22.2. 有限群 83
22.3. 群の作用 84
23. 初等整数論 86
24. ガロア理論 87
25. ホモロジー代数 91
26. リーマン球面，リーマン面 97
26.1. 複素多様体 97
26.2. 層と層のコホモロジー 98
26.3. 複素多様体上の微分形式 100

26.4.　リーマン・ロッホの定理とその周辺 102

Part 11.　幾何 105

27.　位相幾何学 105

27.1.　特異ホモロジー 105

27.2.　基本群 107

27.3.　写像空間 109

27.4.　被覆空間 110

27.5.　主 G-束 112

27.6.　ファンカンペンの定理 113

27.7.　CW 複体 114

27.8.　ファイブレーション (fibration) 115

27.9.　ブラウン関手 116

27.10.　BG,EG 118

27.11.　Hurewicz のファイブレーション 120

28.　微分幾何学 123

28.1.　多様体 123

28.2.　多様体上の関数 126

28.3.　ベクトル場，微分形式 127

28.4.　リー群，リー環 128

28.5.　ド・ラームコホモロジー 130

28.6.　ベクトル束 132

28.7.　共形微分 133

28.8.　枠バンドルの用語 137

28.9.　測地線に関する用語 138

28.10.　種々の曲率と曲率に関係する用語 139

Part 12.　解析 142

29.　1 変数複素解析 142

29.1.　コーシーの積分定理 142

29.2.　ネヴァンリンナ理論 144

30. 多変数複素解析 146
31. ルベーグ積分 148
31.1. 関数の記号に関するもの 148
31.2. σ-集合体に関するもの 149
31.3. ユークリッド空間上の関数に関するもの 150
31.4. 一般の関数に関係する記号 152
31.5. 一般の測度に関するもの 153
31.6. 絶対連続測度などに関するもの 155
31.7. フーリエ変換 158
31.8. カルデロン・ジグムント理論 159
32. 関数空間論 160
32.1. 関数の大きさを記述している関数空間 160
32.2. 関数のなめらかさを記述している関数空間 162
32.3. 関数のなめらかさと大きさを記述している関数空間 163
32.4. 無限回微分可能な関数空間 164
32.5. ウエーブレット 165
32.6. 再配列不変空間 166
33. 関数解析学 169
33.1. バナッハ空間の部分集合を表す記号 169
33.2. バナッハ空間と有界線形作用素 171
33.3. 作用素の関数 173
33.4. 収束に関する記号 175
33.5. 線形位相空間 178
34. バナッハ代数 180
34.1. バナッハ代数の用語 180
34.2. 関数環 181
35. 偏微分方程式 183
36. 再生核ヒルベルト空間 185
37. 特殊関数 186

Part 13. 確率解析 187

38.　確率解析学 187

Part 14.　応用数学 188

39.　コンピュータ 188

References 189

初めに

ここでは数式の読み方に関して考察し，標準的であろう読み方を提案する．

数学全般にわたって考察したいが，順次継ぎ足していくことにする．

おかしい読み方，不足している情報がある場合は

$$yosihiro \text{ アットマーク } math.kyoto - u.ac.jp$$

までご連絡いただきたい．

基本原理

(1) 日本語の文章は横書きの場合左から右に読むものであるから，現れた文字を左から右へ読めるようにするべきである．
(2) 声に出して読んだときに意味が通じるものであるべきである．
(3) あくまで日本語の文章を読んでいるので，f などは『エフ』，θ は『シータ』などと日本語の発音で読んで構わない．

このメモを書くにあたって．

数学の広範囲の分野をカバーできるように努力した．

本書の目的

(1) 数学公式集を数学全般にわたって作る．
(2) 数式の読み方がわからない人がこれを見てわかるようにする．
(3) 英語のプレゼンテーションに役立つ．

Part 1. 数の読み方

1. 分数の表記

(1) 1000000
  (a) 100 万
  (b) one million
(2) 100000000
  (a) 10 億
  (b) one billion
(3) 13.075
  (a) 13 点 075
  (b) thirteen point zero seven five
(4) 0.36
  (a) 0 点 36
  (b) zero point three six
(5) 1.5
  (a) 1 点 5，いってんご
  (b) one point five
(6) 2.7
  (a) 2 点 7
  (b) two point seven
(7) 0.48
  (a) 零点 48
  (b) (i) zero point four eight
    (ii) point four eight
(8) 15.037
  (a) 15 点 037
  (b) fifteen point zero three seven
(9) $\frac{3}{8}$
  (a) 8 分の 3
  (b) three eighths
(10) $2\frac{1}{5}$
  (a) 2 と 5 分の 1
  (b) (i) two and one fifth
    (ii) two and a fifth
(11) $3 + 4 = 7$
  (a) 3 プラス 4 イコール 7　3 足す 4 は 7
  (b) (i) Three and four makes seven.
    (ii) Three and four make seven.
    (iii) Three plus four equals seven.
    (iv) Three plus four equal seven.
    (v) Three plus four is seven.
    (vi) Three plus four are seven.
    (vii) Three and four is seven.
    (viii) Three and four are seven.
(12) $7 - 4 = 3$
  (a) 7 マイナス 4 イコール 3　7 引く 4 は 3
  (b) (i) Seven from four is three.
    (ii) Seven from four leaves three.
    (iii) Seven minus four is three.

(iv) Seven minus four equals three.

(13) $3 \times 2 = 6$

(a) 3 かける 2 イコール 6　3 かける 2 は 6

(b) (i) Three times two is six.

(ii) Three times two equals six.

(iii) Three by two is six.

(iv) Three by two equals six.

(v) Three multiplied by two is six.

(vi) Three multiplied by two equals six.

(14) $12 \div 3 = 4$

(a) 12 割る 3 は 4　12 割る 3 イコール 4

(b) (i) Twelve devided by three equals four.

(ii) Twelve devided by three is four.

(iii) Twelve into three is four.

(iv) Twelve into three goes four.

(15) $\frac{1}{2}$

(a) 2 分の 1

(b) one half

(16) $\frac{1}{3}$

(a) 3 分の 1

(b) one third

(17) $\frac{2}{3}$

(a) 3 分の 2

(b) two thirds

(18) $\frac{1}{4}$

(a) 4 分の 1

(b) one quarter

(19) $\frac{2}{4}$

(a) 4 分の 2

(b) two quarters

(20) $\frac{3}{4}$

(a) 4 分の 3

(b) (i) three quarters

(ii) three fourths

(21) $\frac{1}{5}$

(a) 5 分の 1

(b) one fifth

(22) $\frac{2}{5}$

(a) 5 分の 2

(b) two fifths

(23) $\frac{3}{2}$

(a) 2 分の 3

(b)

(24) $\frac{5}{2}$

(a) 2 分の 5

(b)

(25) $-\dfrac{2}{5}$

(a) マイナス 5 分の 2

(b) minus two over five

(26) $2\dfrac{3}{7}$

(a) 2 と 7 分の 3

(b) two and three seventh

(27) 843

(a) 843

(b) (i) four forty-three（年号としての読み方）

(ii) four hundred forty-three

(28) $\dfrac{32}{445}$

(a) 32 分の 445

(b) (i) thirty two over four hundred and forty five

(ii) thirty two over four hundred forty five

(29) (a)

(b)

(30) (a)

(b)

(31) (a)

(b)

(32) (a)

(b)

2. 等式，不等式

(1) $a = b$
  (a) エーイコールビー
  (b) a equals b

(2) $a \overset{\text{def}}{=} b$, $a := b$, $a \equiv b$
  (a) エー定義 (イコール) ビー
  (b) a is defined as b

(3) $a < b$
  (a) エー小なりビー
  (b) (i) a is smaller than b
    (ii) a is less than b
    (iii) a less than b
    (iv) a is strictly smaller than b
    (v) a is strictly less than b
    (vi) a strictly less than b

(4) $a \leq b, a \leqq b$
  (a) エー小なりイコールビー
  (b) a is less than or equal to b
  (c) 大学ではイコールの棒を 1 本しか入れないことが多い.

(5) $a > b$
  (a) エー大なりビー
  (b) (i) a is greater than b
    (ii) a is strictly greater than b

(6) $a \geq b, a \geqq b$
  (a) エー大なりイコールビー
  (b) a is greater than or equal to b
  (c) 大学ではイコールの棒を 1 本しか入れないことが多い.

(7) $a \lesssim b, a \gtrsim b$
  (a) エー小なりイコールビー，エー大なりイコールビー
  (b) (i) a is bounded by a constant multiple of b
    (ii) a bounds a constant multiple of b
  (c) あまり重要ではない，表すと複雑なだけの定数 $C > 0$ が存在して，$a \leq Cb$, $a \geq Cb$ が成り立つことを言う.

(8) $a \lesssim_p b, a \gtrsim_p b$
  (a) エー p 小なりイコールビー，エー p 大なりイコールビー
  (b) (i) a is p-bounded by a constant multiple of b
    (ii) a p-bounds a constant multiple of b
  (c) 定数 p に依存したあまり重要ではない，表すと複雑なだけの定数 $C > 0$ が存在して，$a \leq Cb$, $a \geq Cb$ が成り立つことを言う.

(9) $a \lesssim_{p,q} b, a \gtrsim_{p,q} b$
  (a) エー p, q 小なりイコールビー，エー p, q 大なりイコールビー
  (b) (i) a is p, q-bounded by a constant multiple of b
    (ii) a p, q-bounds a constant multiple of b
  (c) 定数 p, q に依存したあまり重要ではない，表すと複雑なだけの定数 $C > 0$ が存在して，$a \leq Cb$, $a \geq Cb$ が成り立つことを言う.

(10) $a < x < b$
  (a) エー小なりエックス小なりビー
  (b) (i) a is smaller than x is smaller than b
    (ii) a is strictly smaller than x is strictly smaller than b
  (c) $x = a$, $x = b$ の可能性は両方とも許していない.

(11) $a < x \leq b$

(a) エー小なりエックス小なりイコールビー
(b) (i) a is smaller than x is smaller than or equal to b
(ii) a is strictly smaller than x is smaller than or equal to b
(c) $x = b$ であることは許しているが，$x = a$ であることは許していない．

(12) $[a, b]$
(a) 閉区間エービー
(b) (i) closed interval a, b
(ii) closed interval from a to b
(c) この区間は端点を a, b 両方含む．

(13) $[a, b)$
(a) 右開区間エービー
(b) (i) right-open interval a, b
(ii) right-open interval from a to b
(c) この区間は端点を a しか含まない．

(14) $(a, b]$
(a) 左開区間エービー
(b) (i) left-open interval a, b
(ii) left-open interval from a to b
(c) この区間は端点を b しか含まない．

(15) (a, b)
(a) 開区間エービー
(b) (i) open interval a, b
(ii) open interval from a to b
(c) この区間は端点を含まない．

(16) $(0, \infty)$
(a) 開区間零無限
(b) open interval zero infinity

(17) $x \in [a, b]$
(a) 閉区間エービー
(b) (i) x is a member of the closed interval a, b
(ii) x is a member of the closed interval from a to b
(c) $a \leq x \leq b$ を意味する．

Part 2. 文字とその読み方

3. 文字の読み方

3.1. ギリシャ文字.

(1) α, A：アルファ（小文字，大文字）alpha
(2) β, B：ベータ（小文字，大文字）beta
(3) γ, Γ：ガンマ（小文字，大文字）gamma
(4) δ, Δ：デルタ（小文字，大文字）書き順注意, delta
(5) ϵ, ε：イプシロン（小文字，小文字，大文字）epsilon
(6) ζ, Z：ゼータ（小文字，大文字）zeta
(7) η, H：イータ，エータ（小文字，大文字）eta
(8) θ, Θ：シータ，テータ，セータ（小文字，大文字）theta
(9) ι, I：イオタ（小文字，大文字）iota
(10) κ, K：カッパ（小文字，大文字）kappa
(11) λ, Λ：ラムダ（小文字，大文字）lambda
(12) μ, M：ミュー（小文字，大文字）mu
(13) ν, N：ニュー（小文字，大文字）nu
(14) ξ, Ξ：グザイ，クサイ，クシィー，クシー（小文字，大文字）xi
(15) o, O：オミクロン（小文字，大文字）o
(16) π, Π：パイ（小文字，大文字）pi
(17) ρ, P：ロー（小文字，大文字）rho
(18) $\sigma, \sum$：シグマ（小文字，大文字）書き順注意, sigma
(19) τ, T：タウ（小文字，大文字）tau
(20) υ, Υ：ウプシロン（小文字，大文字）upsilon
(21) ϕ, φ, Φ：ファイ，フィー（小文字，小文字，大文字）phi
(22) χ, X：カイ（小文字，大文字）chi
(23) ψ, Ψ：プサイ，プシィー（小文字，大文字）psi
(24) ω, Ω：オメガ（小文字，大文字）omega

3.2. ドイツ文字.

(1) $\mathfrak{A}, \mathfrak{a}$：アー（大文字，小文字）
(2) $\mathfrak{B}, \mathfrak{b}$：ベー（大文字，小文字）
(3) $\mathfrak{C}, \mathfrak{c}$：ツェー（大文字，小文字）
(4) $\mathfrak{D}, \mathfrak{d}$：デー（大文字，小文字）
(5) $\mathfrak{E}, \mathfrak{e}$：エー（大文字，小文字）
(6) $\mathfrak{F}, \mathfrak{f}$：エフ（大文字，小文字）
(7) $\mathfrak{G}, \mathfrak{g}$：ゲー（大文字，小文字）
(8) $\mathfrak{H}, \mathfrak{h}$：ハー（大文字，小文字）
(9) $\mathfrak{I}, \mathfrak{i}$：イー（大文字，小文字）
(10) $\mathfrak{J}, \mathfrak{j}$：ヨット（大文字，小文字）
(11) $\mathfrak{K}, \mathfrak{k}$：カー（大文字，小文字）
(12) $\mathfrak{L}, \mathfrak{l}$：エル（大文字，小文字）
(13) $\mathfrak{M}, \mathfrak{m}$：エム（大文字，小文字）
(14) $\mathfrak{N}, \mathfrak{n}$：エヌ（大文字，小文字）
(15) $\mathfrak{O}, \mathfrak{o}$：オー（大文字，小文字）
(16) $\mathfrak{P}, \mathfrak{p}$：ペー（大文字，小文字）
(17) $\mathfrak{Q}, \mathfrak{q}$：クー（大文字，小文字）
(18) $\mathfrak{R}, \mathfrak{r}$：エア（大文字，小文字）
(19) $\mathfrak{S}, \mathfrak{s}$：エス（大文字，小文字）
(20) $\mathfrak{T}, \mathfrak{t}$：テー（大文字，小文字）
(21) $\mathfrak{U}, \mathfrak{u}$：ウー（大文字，小文字）
(22) $\mathfrak{V}, \mathfrak{v}$：ファウ（大文字，小文字）
(23) $\mathfrak{W}, \mathfrak{w}$：ヴェー（大文字，小文字）
(24) $\mathfrak{X}, \mathfrak{x}$：イクス（大文字，小文字）
(25) $\mathfrak{Y}, \mathfrak{y}$：ユプシロン（大文字，小文字）
(26) $\mathfrak{Z}, \mathfrak{z}$：ツェット（大文字，小文字）

4. 添字

(1) a_0
  (a) エーゼロ
  (b) a zero
  (c) a かける 0 ではない.
(2) a_n
  (a) エーエヌ
  (b) a n
  (c) a かける n ではない.
(3) a_λ
  (a) エーラムダ
  (b) a lambda
(4) a'
  (a) エーダッシュ
  (b) a prime
(5) $\tilde{a}$
  (a) エーチルダ
  (b) tilde a
(6) a^*
  (a) エースター
  (b) (i) a star
    (ii) a sup star
(7) a_*
  (a) エースター
  (b) (i) a star
    (ii) a sub star
(8) a^{**}
  (a) エースタースター
  (b) a double star
(9) (a)
  (b)
(10) (a)
  (b)
(11) (a)
  (b)
(12) (a)
  (b)

5. 論理記号

(1) $A \Longrightarrow B$
  (a) エーならばビー
  (b) A implies B
(2) $A \iff B$
  (a) エー同値ビー
  (b) A is equivalent to B
(3) $A \Longleftarrow B$
  (a) エーのためにはビー
  (b) A follows from B

Part 3. 図形，座標

6. 図形，ベクトル

6.1. 図形.

(1) 30°
  (a) ３０度
  (b) 30 degree angle
(2) $\angle ABC$
  (a) 角エービーシー
  (b) angle $A\ B\ C$
(3) ΔABC
  (a) 三角形エービーシー
  (b) triangle $A\ B\ C$
(4) AB
  (a) エービー
  (b) (i) line segment $A\ B$
    (ii) distance $A\ B$
  (c) 線分の意味合い (前者) と線分の長さ (後者) の意味合いがある.
(5) $ABCD$
  (a) エービーシーディー
  (b) $A\ B\ C\ D$
  (c) 四角形は頂点を周回する順番で読む.
(6) $AB//CD$, $\vec{AB}//\vec{CD}$
  (a) (ベクトル) エービー平行 (ベクトル) シーディー
  (b) (i) AB is parallel to CD
    (ii) vector AB is parallel to vector CD
(7) $AB \perp CD$
  (a) エービー垂直シーディー
  (b) AB is orthogonal to CD
(8) $S \equiv T$
  (a) エス合同ティー
  (b) S is congruent to T
(9) $ABC \equiv DEF$
  (a) エービーシー合同ディーイーエフ
  (b) ABC is congruent to DEF
  (c) 対応する順番に読む
(10) $ABC \backsim DEF$
  (a) エービーシー相似ディーイーエフ
  (b) ABC is similar to DEF
  (c) 対応する順番に読む

6.2. ベクトル表記.

(1) $\vec{a}$
  (a) ベクトルエー
  (b) vector a
(2) $\vec{AB}$
  (a) ベクトルエービー
  (b) vector A B
  (c) 始点，終点の順番に読む．逆向きに読むと -1 倍されてしまう．
(3) $|\vec{A}|$
  (a) 長さベクトルエー
  (b) the magnitude of vector A
(4) $|\vec{AB}|$
  (a) 長さベクトルエー
  (b) (i) the magnitude of A B
    (ii) the magnitude of vector A B
  (c) ベクトルそのものとは違って，矢印の長さだから A と B の順番を逆にしても同じになる．つまり，$|\vec{AB}| = |\vec{BA}|$ である．
(5) $\vec{a}//\vec{b}$
  (a) ベクトルエー平行ベクトルビー
  (b) (i) a is parallel to b
    (ii) vector a is parallel to vector b
(6) $\vec{a} \perp \vec{b}$
  (a) ベクトルエー垂直ベクトルビー
  (b) (i) a is perpendicular to b
    (ii) vector a is perpendicular to vector b

6.3. ユークリッド空間の記号.

(1) $P(a)$
  (a) ピー　エー
  (b) P a
  (c) 1 次元の座標の表示法
(2) $P(a, b)$
  (a) ピー　エー　ビー
  (b) P of a, b
  (c) 2 次元の座標の表示法，英語表記では区切るときには, (コンマ) を付けて強調する.
(3) $P(a, b, c)$
  (a) ピー　エー　ビー　シー
  (b) P of a, b, c
  (c) 3 次元の座標の表示法，英語表記では区切るときには, (コンマ) を付けて強調する.
(4) $\mathbb{R}, (\mathbb{R}^1)$
  (a) アールワン　アール
  (b) (i) R one
    (ii) real numbers
  (c) 1 次元ユークリッド空間や実数直線をこのように表す.
(5) $\mathbb{R}^2$
  (a) アールツー　アール 2
  (b) R two
  (c) 2 次元ユークリッド空間や座標平面をこのように表す.
(6) $\mathbb{R}^3$
  (a) アールスリー　アール 3
  (b) R three
  (c) 3 次元ユークリッド空間や座標空間をこのように表す.
(7) $\mathbb{C}$
  (a) シー
  (b) (i) C
    (ii) complex numbers
  (c) 複素 1 次元ユークリッド空間つまり複素 (数) 平面をこのように表す.
(8) $\mathbb{R}^n$
  (a) アール　エヌ
  (b) R n
  (c) 実 n 次元ユークリッド空間をこのように表す.
(9) $\mathbb{C}^n$
  (a) シーエヌ
  (b) C n
  (c) 複素 n 次元ユークリッド空間をこのように表す.
(10) S^n
  (a) エスエヌ
  (b) n-dimensional sphere
  (c) n 次元球面 ${x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_n}^2 = 1$ をこのように表す.

7. 多項式

7.1. 多項式の基本的な表し方.

(1) $ax+b$
  (a) エーエックス　プラス　ビー
  (b) a x plus b
(2) ax^2+bx+c
  (a) エーエックス 2 乗 (自乗)　プラス　ビーエックス　プラス　シー
  (b) a x squared plus b x plus c
(3) ax^3+bx^2+cx+d
  (a) エーエックス 3 乗　プラス　ビーエックス 2 乗 (自乗)　プラス　シーエックス　プラス　ディー
  (b) a x cubed plus b x squared plus c x plus d
(4) $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$
  (a) エーエックス 4 乗　プラス　ビーエックス 3 乗　プラス　シーエックス 2 乗 (自乗)　プラス　ディー　エックス　プラス　イー
  (b) (i) a x to the fourth plus b x cubed plus c x squared plus d x plus e
    (ii) a x to the fourth power plus b x cubed plus c x squared plus d x plus e
    (iii) a x raised to the fourth power plus b x cubed plus c x squared plus d x plus e
(5) $ax+by+c$
  (a) エーエックス　プラス　ビーワイ　プラス　シー
  (b) a x plus b y plus c
(6) $ax^2+2bxy+cy^2+2dx+2ey+f$
  (a) エーエックス 2 乗　プラス　2 ビーエックスワイ　プラス　シーワイ 2 乗　プラス　2 ディーエックス　プラス　イーワイ　プラス　エフ
  (b) a x squared plus two b y plus c y squared plus two d x plus two e y plus f
  (c) x, y を用いた 2 次式の一般形
(7) $ax+by+cz+d$
  (a) エーエックス　プラス　ビーワイ　プラス　シーゼット　プラス　ディー
  (b) a x plus b y plus c z plus d
  (c) x, y, z を用いた 1 次式の一般形
(8) $ax^2+2bxy+cy^2+2dxz+2eyz+fz^2$
  (a) エーエックス 2 乗　プラス　2 ビーエックスワイプラス　シーワイ 2 乗プラス　2 ディーエックスプラス　2 イーワイゼットプラス　エフゼット 2 乗
  (b) a x squared plus two b y plus c y squared plus two d x z plus two e y z plus f z squared
  (c) x, y, z を用いた斉次 2 次式の一般形

7.2. 式の展開.

(1) $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
  (a) 括弧　エープラスビー　括弧閉じ　括弧　シープラスディー　括弧閉じ　イコール　エーシー　プラス　エーディー　プラス　ビーシー　プラス　ビーディー
  (b) (i) a plus b times c plus d equals a c plus a d plus b c plus b d
    (ii) a plus b in parentheses times c plus d in parentheses equals a c plus a d plus b c plus b d
  (c) 2 項展開の基本的な公式

(2) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックスプラスビー　括弧閉じ　イコール　エックス 2 乗　プラス　括弧　エープラスビー　括弧閉じ　エックス　プラス　エービー
  (b) x plus a times x plus b equals x squared plus a plus b times x plus a b

(3) $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じの 2 乗イコール　エックス 2 乗　プラス　2 エーエックス　プラス　エー 2 乗
  (b) x plus a squared equals x squared plus two a x plus a squared

(4) $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$
  (a) 括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じの 2 乗イコール　エックス 2 乗　マイナス　2 エーエックス　プラス　エー 2 乗
  (b) x minus a squared equals x squared minus two a x plus a squared

(5) $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じ　イコール　エックス 2 乗　マイナス　エー 2 乗
  (b) x plus a times x minus a equals x squared minus a squared

(6) $(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じの 3 乗　イコール　エックス 3 乗　プラス　3 エーエックス 2 乗　プラス　3 エー 2 乗エックス　プラス　エー 3 乗
  (b) x plus a cubed equals x cubed plus three a x squared plus three a squared x plus a squared

(7) $(x-a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$
  (a) 括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じの 3 乗　イコール　エックス 3 乗　マイナス　3 エーエックス 2 乗　プラス　3 エー 2 乗エックス　マイナス　エー 3 乗
  (b) x minus a cubed equals x cubed minus three a x squared plus three a squared x minus a squared

(8) $(x-a)(x^2+ax+a^2) = x^3 - a^3$
  (a) 括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗プラスエーエックスプラスエー 2 乗　括弧閉じ　イコール　エックス 3 乗　マイナス　エー 3 乗
  (b) x minus a times x squared plus a x plus a squared equals x cubed minus a cubed

(9) $(x+a)(x^2-ax+a^2) = x^3 + a^3$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗マイナスエーエックスプラスエー 2 乗　括弧閉じ　イコール　エックス 3 乗　プラス　エー 3 乗
  (b) x plus a x squared minus a x plus a squared equals x cubed plus a cubed

(10) $(x+a)^4 = x^4 + 4ax^3 + 6a^2x^2 + 4a^3x + a^4$
  (a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じの 4 乗　イコール　エックス 4 乗　プラス　4 エーエックス 3 乗　プラス　6 エー 2 乗エックス 2 乗　プラス　4 エー 3 乗エックス　プラス　エー 4 乗
  (b) x plus a to four equals x to four plus four a x cubed plus six a squared x squared plus four a cubed x plus x to the power four

(11) $(x+a)^5 = x^5 + 5ax^4 + 10a^2x^3 + 10a^3x^2 + 5a^4x + a^5$

(a) 括弧　エックスプラスエー　括弧閉じの 5 乗　イコール　エックス 5 乗　プラス　5 エーエックス 4 乗　プラス　10 エー 2 乗エックス 3 乗　プラス　10 エー 3 乗エックス 2 乗　プラス　5 エー 4 乗エックス　プラス　エー 5 乗

(b) x plus a in parenthesis to fifth equals x to fifth plus five a x to fourth plus ten a squared x cubed plus ten a cubed x squared plus five a to the power four x plus a to the power five

(12) $(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=x^3+y^3+z^3-3xyz$

(a) 括弧　エックスプラスワイプラスゼット　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗　プラス　ワイ 2 乗　プラス　ゼット 2 乗　マイナス　エックスワイ　マイナス　ワイゼット　マイナス　ゼットエックス　括弧閉じ　イコール　エックス 3 乗　プラス　ワイ 3 乗　プラス　ゼット 3 乗　マイナス　3 エックスワイゼット

(b) x plus y plus z in parenthesis times x squared plus y squared plus x squared minus x y minus y z minus z x in parenthesis equals x cubed plus y cubed plus z cubed minus three x y z

7.3. 因数分解.

(1) $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$
  (a) エックス 2 乗　プラス　括弧　エープラスビー　括弧閉じ　エックス　プラス　エービー　イコール　括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックスプラスビー　括弧閉じ
  (b) x squared plus a plus b x plus a b equals x plus a x plus b

(2) $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$
  (a) エックス 2 乗　プラス　2 エーエックス　プラス　エー 2 乗　イコール　括弧　エックスプラスエー　括弧閉じの 2 乗
  (b) x squared plus two a x plus a squared equals x plus a squared

(3) $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$
  (a) エックス 2 乗　マイナス　2 エーエックス　プラス　エー 2 乗　イコール　括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じの 2 乗
  (b) x squared minus two a x plus a squared equals x minus a squared

(4) $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$
  (a) エックス 2 乗　マイナス　エー 2 乗　イコール　括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じ
  (b) x squared minus a squared equals x plus a x minus a

(5) $x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3 = (x+a)^3$
  (a) エックス 3 乗　プラス　3 エーエックス 2 乗　プラス　3 エー 2 乗エックス　プラス　エー 3 乗　イコール　括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ 3 乗
  (b) x cubed plus three a x squared plus three a squared x plus a cubed equals x plus a cubed

(6) $x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3 = (x-a)^3$
  (a) エックス 3 乗　マイナス　3 エーエックス 2 乗　プラス　3 エー 2 乗エックス　マイナス　エー 3 乗　イコール　括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じ 3 乗
  (b) x cubed minus three a x squared plus three a squared x minus a cubed

(7) $x^3 + a^3 = (x+a)(x^2 - ax + a^2)$
  (a) エックス 3 乗　プラス　エー 3 乗　イコール　括弧　エックスプラスエー　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗　マイナス　エーエックス　プラス　エー 2 乗　括弧閉じ
  (b) x cubed plus a cubed equals x plus a x squared minus a x plus a squared

(8) $x^3 - a^3 = (x-a)(x^2 + ax + a^2)$
  (a) エックス 3 乗　マイナス　エー 3 乗　イコール　括弧　エックスマイナスエー　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗　プラス　エーエックス　プラス　エー 2 乗　括弧閉じ
  (b) x cubed minus a cubed equals x minus a times x squared plus a x plus a squared

(9) $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
  (a) エックス 4 乗　プラス　エックス 2 乗　プラス　1　イコール　括弧　エックス 2 乗　プラス　エックス　プラス　1　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗　マイナス　エックス　プラス　1　括弧閉じ
  (b) x to fourth plus x squared plus one equals x squared plus x plus one times x squared minus x plus one

(10) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$
  (a) エックス 3 乗　プラス　ワイ 3 乗　プラス　ゼット 3 乗　マイナス　3 エックスワイゼット　イコール　括弧　エックスプラスワイプラスゼット　括弧閉じ　括弧　エックス 2 乗　プラス　ワイ 2 乗　プラス　ゼット 2 乗　マイナス　エックスワイ　マイナス　ワイゼット　マイナス　ゼットエックス　括弧閉じ
  (b) x cubed plus y cubed plus z cubed minus three x y z equals x plus y plus z in parenthesis times x squared plus y squared plus x squared minus x y minus y z minus z x in parenthesis

(11) $z^5 = (z-1)(z - \cos 72^\circ - i \sin 72^\circ)(z - \cos 144^\circ - i \sin 144^\circ)(z - \cos 216^\circ - i \sin 216^\circ)(z - \cos 288^\circ - i \sin 288^\circ)$

(a) ゼット５乗マイナス１　イコール　括弧　ゼットマイナス１　括弧閉じ括弧　ゼットマイナス　コサイン７２度　マイナス　アイ　サイン　７２度　括弧閉じ括弧　ゼットマイナス　コサイン１４４度　マイナス　アイ　サイン　１４４度　括弧閉じ括弧　ゼットマイナス　コサイン２１６度　マイナス　アイ　サイン　２１６度　括弧閉じ括弧　ゼットマイナス　コサイン２８８度　マイナス　アイ　サイン　２８８度　括弧閉じ

(b) z to the five minus 1 equals z minus 1 times z minus cosine 72 degree angle minus i sine 72 degree angle times z minus cosine 144 degree angle minus i sine 144 degree angle times z minus cosine 216 degree angle minus i sine 216 degree angle times z minus cosine 288 degree angle minus i sine 288 degree angle

7.4. シグマ記号を用いた多項式の基本的な表し方.

(1) $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$
  (a) エーゼロエックス n 乗プラス　エー 1 エックスの n マイナス 1 乗プラス　プラス　エー n
  (b) (i) a n x to the power n plus a n minus one x to the power n minus one plus dot dot dot plus a zero
    (ii) a sub n x to the power n plus a sub n minus one x to the power n minus one plus dot dot dot plus a sub zero
  (c) sub は読まないことも多いが，下についている添え字を強調するときに使う．dot dot dot は講義中の読み方

(2) $a^nx^n + a^{n-1}x^{n-1} + \cdots + a^0$
  (a) エーエヌエックスの n 乗　プラス　エーエヌエックスの $n-1$ 乗　プラス　プラス　エーゼロ
  (b) (i) a n x to the power n plus a n minus one x to the power n minus one plus dot dot dot plus a zero
    (ii) a sup n x to the power n plus a sup n minus one x to the power n minus one plus dot dot dot plus a sup zero
  (c) sup は読まないことも多いが，上についている添え字を強調するときに使う．dot dot dot は講義中の読み方

(3) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_kx^k$
  (a) シグマ　ケーイコールゼロからエヌ　エーケーエックスの k 乗
  (b) (i) summation from zero to n a k x to n
    (ii) summation k runs from zero to n a k x to n
    (iii) summation k moves from zero to n a k x to n
  (c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_kx^k$ は $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ を表す.

(4) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_{n-k}x^k$
  (a) シグマ　ケーイコールゼロからエヌマイナスケー　エーケーエックスの k 乗
  (b) (i) summation from zero to n a n minus k x to n
    (ii) summation k runs from zero to n a n minus k x to n
    (iii) summation k moves from zero to n a n minus k x to n
  (c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_{n-k}x^k$ は $a_n + a_{n-1}x + a_{n-2}x^2 + \cdots + a_0x^n$ を表す.

(5) $\displaystyle\sum_{k\le n} a_k$
  (a) シグマ k 小なり n エー　ケー
  (b) summation for k less than n a k
  (c) k の動く範囲はこのように不等式などでも表現できる.

(6) $\displaystyle\sum_{\lambda\in\Lambda} a_\lambda$
  (a) シグマラムダ属する (ラージ) ラムダ　エーラムダ
  (b) summation of a lambda over (lower case) lambda belonging to capital lambda
  (c) 和をとる条件はこのように表してもよい.

(7) $\displaystyle\prod_{j=1}^{n} a_j$
  (a) パイジェーイコール 1 からエヌ　エージェー
  (b) product j runs from one to n a j

(c) $\displaystyle\prod_{j=1}^{n} a_j$ は $a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_n$ を表す.

Part 4. 数列

8. 数列

8.1. 数列.

(1) a_n
  (a) エーエヌ
  (b) a n
(2) $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$
  (a) エーエヌ　エヌイコール 1 から無限
  (b) (i) a n with n equals one to infinity
    (ii) sequence a n with n equals one to infinity
  (c) 英語では sequence と読む場合が多い.
(3) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$
  (a) エーエヌ　エヌイコール 1 から無限
  (b) (i) a n with n equals one to infinity
    (ii) sequence a n with n equals one to infinity
  (c) 英語では sequence と読む場合が多い.
(4) $a_n + b_n$
  (a) エーエヌ　プラス　ビーエヌ
  (b) a n plus b n
  (c) 決して $(a+b)_n, a+b_n$ ではない.
(5) a_{n+1}
  (a) エーエヌプラス 1
  (b) a n plus one
(6) $a_n + 1$
  (a) エーエヌ　プラス 1
  (b) a n plus one
  (c) a_{n+1} と $a_n + 1$ は同じではない.
(7) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$
  (a) シグマケーイコール 1 からエヌまで　エーケー
  (b) (i) summation from k equal one to n a k
    (ii) summation of a k over one through n
(8) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$
  (a) シグマケーイコール 1 から無限まで　エーエヌ
  (b) (i) summation from n equal one to infinity a n
    (ii) summation of a n over one through infinity
(9) $\displaystyle\sum_{n=2}^{40} a_n$
  (a) シグマケーイコール 2 から 40 まで　エーエヌ
  (b) (i) summation from n equal two to forty a n
    (ii) summation of a n over two through forty
(10) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
  (a) シグマケーイコール 1 から無限まで　エヌ 2 乗分の 1
  (b) (i) summation from n one to infinity one over n squared
    (ii) summation of one over n squared where n moves from one to infinity

(c) summation of one over n squared over one through ∞ というと over が被るので，over を使う回数を減らす．ちなみに，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ である．

(11) $a_n \sim b_n\,(n\to\infty)$

(a) (i) エーエヌ同値ビーエヌ　エヌ近づける無限大

(ii) エーエヌなみだっしゅビーエヌ　エヌ近づける無限大

(b) a sub n

(c) $\{a_n\}_{n=1}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ を正値数列とする．$a_n \sim b_n\,(n\to\infty)$ とは $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=1$ のことである．

8.2. 2 重数列.

(1) $\displaystyle\sum_{k,j=1}^{n} a_{jk} = \sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} a_{jk}\right)$

(a) シグマ j k イコール 1 から n a j k　イコール　シグマ k イコール 1 から n　括弧　シグマ j イコール 1 から n　a j k　括弧閉じ

(b) (i) summation j and k run from one to n a j k equals summation k runs from one to n of summation j runs from one to n of a sub j k in parenthesis

(ii) the sum from j and k equal one to n of a sub j k equals the sum from k equals one to n of the sum from j equals one to n of a sub j k

(c) このように，2 重数列の和は一つの $\sum$ 記号で表される.

Part 5. 関数

9. 基本的な関数

9.1. 多項式関数.

(1) a^2
  (a) エーの 2 乗，エーの平方，エーの自乗
  (b) a squared
(2) $2a - 1$
  (a) 2 エーマイナス 1
  (b) (i) double a minus one
    (ii) twice a minus one
(3) $3a - 4$
  (a) 3 エーマイナス 4
  (b) triple a minus 4
(4) a^3
  (a) エーの 3 乗，エーの立方
  (b) a cubed
(5) a^4
  (a) エーの 4 乗
  (b) (i) a to the fourth power
    (ii) a raised to the fourth power
(6) $(a + b)^n$
  (a) 括弧　エープラスビー　括弧閉じのエヌ乗
  (b) (i) a plus b to the n-th power
    (ii) a plus b in parenthesis to the n-th power
(7) ab^n
  (a) エービーのエヌ乗
  (b) a b to the power n
(8) $a \div d$
  (a) エー割るディー
  (b) a devided by d
(9) $|a|$
  (a) 絶対値エー
  (b) (i) the absolute value of a
    (ii) the modulus of a

9.2. べき乗，対数.

(1) $\sqrt{2}$
  (a) ルート 2
  (b) (i) square root two
    (ii) square root of two
  (c) of を省くこともある.

(2) $\sqrt[3]{2}$
  (a) 3 乗根 2
  (b) cube root of 2
  (c) of は省かない.

(3) $2^{\frac{2}{3}}$
  (a) 2 の 3 分の 2 乗
  (b) (i) two to two thirds
    (ii) two to the two thirds
    (iii) two to two over three

(4) a^b
  (a) エーのビー乗
  (b) a to the power b

(5) $(a+b)^{n/2}$
  (a) 括弧　エープラスビー　括弧閉じ　エヌ割ることの 2 乗，括弧　エープラスビー　括弧閉じ　エヌ分の 2 乗
  (b) (i) $a+b$ to n over 2
    (ii) $a+b$ in parenthesis to n over 2
  (c) 英語読みでは n halves はない.

(6) $\sqrt[n]{a}$
  (a) エヌ乗根エー
  (b) n-th root of a
  (c) n 乗して a になる値を $\sqrt[n]{a}$ という.

(7) $\log_a R$
  (a) ログエーアール
  (b) (i) log a R
    (ii) log a of R
    (iii) log to the base a R
    (iv) log to the base a of R
  (c) $b = \log_a R \iff a^b = R$

9.3. 複素関数.

(1) $\mathrm{Re}(z)$
  (a) リアルパートゼット
  (b) the real part of z
(2) $\mathrm{Im}(z)$
  (a) イマジナリーパートゼット
  (b) the imaginary part of z
(3) $|z|$
  (a) 絶対値ゼット
  (b) (i) the absolute value of z
    (ii) the modulus of z
(4) $\log z$
  (a) ログゼット
  (b) (i) $\log\ z$
    (ii) natural logarithm of z
(5) $\ln z$
  (a) エルエヌゼット
  (b) $l\ n\ z$
(6) e^z
  (a) イーのゼット乗
  (b) e to z

10. 三角関数

10.1. 三角関数の定義と基本公式.

(1) π
  (a) パイ
  (b) pi
(2) $\sin x$
  (a) サインエックス
  (b) sine x
(3) $\cos x$
  (a) コサインエックス
  (b) cosine x
(4) $\tan x$
  (a) タンジェントエックス
  (b) tangent x
(5) $\cot x = \dfrac{1}{\tan x}$
  (a) コタンジェントエックス　イコール　タンジェントエックス分の 1
  (b) cotangent x equals one over tangent x
  (c) これが cot の定義
(6) $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$
  (a) セカントエックス　イコール　コサインエックス分の 1
  (b) secant x equals one over cosine x
  (c) これが sec の定義
  (d) 英語ではセカントではなくシィーキャント.
(7) $\operatorname{cosec} x = \dfrac{1}{\sin x}$
  (a) コセカントエックス　イコール　サインエックス分の 1
  (b) cosecant x equals one over sine x
  (c) 英語ではコセカントではなくコシィーキャント.
(8) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
  (a) サイン 2 乗エックス　プラス　コサイン 2 乗エックス　イコール　1
  (b) sine theta squared plus cosine theta squared equals one
  (c) cosine squared theta とは一般的に読まない．argument が分かっている場合は読まないで単純に cosine cubedって言ってしまう．例えば，$\cos^5\theta$ は cosine theta to the fifth power であって θ が最後に来ることはない.
(9) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$
  (a) サイン　括弧　2 分のパイ　マイナス　シータ　括弧閉じ　イコール　コサインシータ
  (b) sine of pi over two minus theta equals cosine theta
(10) $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$
  (a) コサイン　括弧　2 分のパイ　マイナス　シータ　括弧閉じ　イコール　サインシータ
  (b) cosine of pi over two minus theta equals sine theta
(11) $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \dfrac{1}{\tan\theta}$
  (a) タンジェント　括弧　2 分のパイマイナスシータ　括弧閉じイコール　タンジェントシータ分の 1
  (b) (i) tangent pi over two minus theta equals one over tangent theta
    (ii) tangent of pi over two minus theta equals one over tangent theta

10.2. 加法定理.

(1) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$
   (a) コサイン　括弧　アルファプラスベータ　括弧閉じ　イコール　コサインアルファ　コサインベータ　マイナス　サインアルファ　サインベータ
   (b) cosine alpha plus beta equals cosine alpha times cosine beta minus sine alpha times sine beta

(2) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$
   (a) サイン　括弧　アルファ　プラス　ベータ　括弧閉じ　イコール　サインアルファ　コサインベータ　プラス　コサインアルファ　サインベータ
   (b) sine alpha plus beta equals sine alpha times cosine beta plus cosine alpha times sine beta

(3) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$
   (a) タンジェント　括弧　アルファプラスベータ　括弧閉じ　イコール　1　マイナス　タンジェントアルファ　タンジェントベータ　分の　タンジェントアルファ　プラス　タンジェントベータ
   (b) (i) tangent alpha plus beta equals tangent alpha plus tangent beta over one minus tangent alpha times tangent beta
   (ii) tangent alpha plus beta equals tangent alpha plus tangent beta devided by one minus tangent alpha times tangent beta

(4) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$
   (a) コサイン　括弧　アルファマイナスベータ　括弧閉じ　イコール　コサインアルファ　コサインベータ　プラス　サインアルファ　サインベータ
   (b) cosine alpha minus beta equals cosine alpha times cosine beta plus sine alpha times sine beta

(5) $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$
   (a) サイン　括弧　アルファ　マイナス　ベータ　括弧閉じ　イコール　サインアルファ　コサインベータ　マイナス　コサインアルファ　サインベータ
   (b) sine alpha minus beta equals sine alpha times cos beta minus cosine alpha times sine beta

(6) $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$
   (a) タンジェント　括弧　アルファ　マイナス　ベータ　括弧閉じ　イコール　1　プラス　タンジェントアルファ　タンジェントベータ　分の　タンジェントアルファ　マイナス　タンジェントベータ
   (b) (i) tangent alpha minus beta equals tangent alpha minus tangent beta devided by one plus tangent alpha times tangent beta
   (ii) tangent alpha minus beta equals tangent alpha minus tangent beta over one plus tangent alpha times tangent beta

(7) $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$
   (a) サインアルファ　プラス　サインベータ　イコール　2　サイン　2 分のアルファ　プラス　ベータ　コサイン　2 分のアルファ　マイナス　ベータ
   (b) (i) sine alpha plus sine beta equals two sine alpha plus beta over two times cosine alpha minus beta over two
   (ii) sine alpha plus sine beta equals two times sine alpha plus beta over two times cosine alpha minus beta over two

(8) $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}$
   (a) サインアルファ　マイナス　サインベータ　イコール　2　サイン　2 分の　アルファ　マイナス　ベータ　コサイン　2 分の　アルファ　プラス　ベータ

(b) (i) sine alpha minus sine beta equals two sine alpha minus beta over two times cosine alpha plus beta over two

(ii) sine alpha minus sine beta equals two times sine alpha minus beta over two times cosine alpha plus beta over two

(9) $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

(a) コサインアルファ　プラス　コサインベータ　イコール　2　コサイン　2 分の　アルファ　プラス　ベータ　コサイン　2 分の　アルファ　マイナス　ベータ

(b) (i) cosine alpha plus cosine beta equals two cosine alpha plus beta over two times cosine alpha minus beta over two

(ii) cosine alpha plus cosine beta equals two times cosine alpha plus beta over two times cosine alpha minus beta over two

(10) $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\dfrac{\alpha+\beta}{2}\sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$

(a) コサインアルファ　マイナス　コサインベータ　イコール　マイナス 2　サイン　2 分の　アルファ　プラス　ベータ　サイン　2 分の　アルファ　マイナス　ベータ

(b) (i) cosine alpha minus cosine beta equals minus two sine alpha plus beta over two times sine alpha minus beta over two

(ii) cosine alpha minus cosine beta equals minus two times sine alpha plus beta over two times sine alpha minus beta over two

(11) $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

(a) サイン 2 シータ　イコール　2　サインシータ　コサインシータ

(b) sine two theeta equals 2 times sine theta times cosine theta

(12) $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

(a) コサイン 2 シータ　イコール　コサイン 2 乗シータ　マイナス　サイン 2 乗シータ

(b) cosine two theta equals cosine theta squared minus sine theta squared

(13) $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$

(a) サイン 3 シータ　イコール　3 サインシータ　マイナス　4 サイン 3 乗シータ

(b) sine three theta equals three times sine theta minus four times sin theta cubed

(14) $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$

(a) コサイン 3 シータ　イコール　4 コサイン 3 乗シータマイナス　3 コサインシータ

(b) cosine three theta equals four times cosine theta cubed minus three cosine theta

10.3. 複素関数.

(1) $\sin z$
  (a) サインゼット
  (b) sine z
  (c) $\sin z = \dfrac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ である.

(2) $\cos z$
  (a) コサインゼット
  (b) cosine z
  (c) $\cos z = \dfrac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ である.

(3) $\tan z$
  (a) タンジェントゼット
  (b) tangent z
  (c) $\tan z = \dfrac{\sin z}{\cos z}$ と定める.

(4) $\arctan z$
  (a) アークタンジェントゼット
  (b) arctangent of z

(5) $\arcsin z$
  (a) アークサインゼット
  (b) arcsine of z

(6) $\arccos z$
  (a) アークコサインゼット
  (b) arccosine of z

(7) $\sinh z$
  (a) ハイパボリックサインゼット
  (b) (i) sintsh z
    (ii) hyperbolic sine of z
  (c) $\sinh z$ は $\dfrac{e^z - e^{-z}}{2}$ を表す.

(8) $\cosh z$
  (a) ハイパボリックコサインゼット
  (b) cosh z, hyperbolic cosine of z
  (c) $\cosh z$ は $\dfrac{e^z + e^{-z}}{2}$ を表す.

(9) $\tanh z$
  (a) ハイパボリックタンジェントゼット
  (b) hyperbolic tangent of z
  (c) $\tanh z$ は $\dfrac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$ を表す.

(10) $\mathrm{Arc}\sinh z$
  (a) アークハイパボリックサインゼット
  (b) Arc hyperbolic sine z
  (c) $\mathrm{Arc}\sinh z$ は $\log(z + \sqrt{z^2 + 1})$ を表す.

(11) $\mathrm{Arc}\cosh z$
  (a) アークハイパボリックコサインゼット
  (b) Arc hyperbolic cosine z
  (c) $\mathrm{Arc}\cosh z$ は $\log(z + \sqrt{z^2 - 1})$ を表す.

(12) $\mathrm{Arc}\tanh z$
  (a) アークハイパボリックコタンジェントゼット
  (b) Arc hyperbolic tangent z

(c) $\operatorname{Arc}\cosh z$ は $\log\left(\dfrac{z+1}{z-1}\right)$ を表す.

(13) $\tan^{-1} z$
  (a) タンジェントインバースゼット
  (b) tangent inverse z

(14) $\sin^{-1} z$
  (a) サインインバースゼット
  (b) sine inverse z

(15) $\cos^{-1} z$
  (a) コサインインバースゼット
  (b) cosine inverse z

10.4. 極限公式.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$
  (a) (i) リミット　エックス　近づける　0 サイン　エックス　分の　エックス　イコール　1
    (ii) リミット　エックスが 0 に近くときのサイン　エックス　分の　エックス　イコール　1
  (b) (i) limit of sine x over x as x goes to zero equals one
    (ii) limit as x goes to zero of sine x over x equals one
  (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=\sin$ ではない.

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$
  (a) (i) リミット　エックス　近づける　0 タンジェント　エックス　分の　エックス　イコール　1
    (ii) リミット　エックスが 0 に近づくときのタンジェント　エックス　分の　エックス　イコール　1
  (b) (i) limit of tangent x over x as x goes to zero equals one
    (ii) limit as x goes to zero of tangent x over x equals one
  (c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=\tan$ ではない.

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$
  (a) (i) リミット　エックス　近づける　0 1　マイナス　タンジェント　エックス　分の　エックス　イコール　2 分の 1
    (ii) リミット　エックスが 0 に近づくときの 1　マイナス　タンジェント　エックス　分の　エックス　イコール　2 分の 1
  (b) (i) limit of one minus cosine x over x squared as x goes to zero equals one half
    (ii) limit as x goes to zero of one minus cosine x over x squared equals one half
  (c) よく使う公式

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{a^n}=0$
  (a) (i) リミット　エヌ　近づける　無限大エーのエヌ乗分のエヌのケー乗　イコール　0
    (ii) リミット　エヌが無限大に近づくときのエーのエヌ乗分のエヌのケー乗　イコール　0
  (b) (i) limit of n to k over a to n as n goes to infinity equals zero
    (ii) limit as n goes to infinity of n to k over a to n equals zero
  (c) $a>1$, $k\in\mathbb{R}$ のときに成り立つ公式.

(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^k}{n!}=0$
  (a) (i) リミット　エヌ　近づける　無限大エヌの階乗分のエヌのエヌ乗　イコール　0
    (ii) リミット　エヌが無限大に近づくときのエヌの階乗分のエヌのエヌ乗　イコール　0
  (b) (i) limit of n to k over n factorial as n goes to infinity equals zero
    (ii) limit as n goes to infinity of n factorial over a to n equals zero
  (c) $k\in\mathbb{R}$ のときに成り立つ公式.

(6) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\log n}{n^k}=0$
  (a) (i) リミット　エヌ　近づける　無限大エヌの階乗分のエヌのエヌ乗　イコール　0

(ii) リミット　エヌが無限大に近づくときのエヌの階乗分のエヌのエヌ乗　イコール 0

(b) (i) limit of log n over n to k as n goes to infinity equals zero

(ii) limit as n goes to infinity of log n over n to k equals zero

(c) $k > 0$ のときに成り立つ公式.

(7) (a)

(b)

(c)

(8) (a)

(b)

(c)

10.5. 関数一般に関する記号.

(1) $\mathrm{supp}(f)$
  (a) サポートエフ
  (b) support of f
  (c) f が 0 ではない点の集合を考えて，その集合の境界を合わせて得られる集合を関数 f の台 (だい) という.

(2) χ_E
  (a) カイ　イー
  (b) (i) indicator function of the set E
    (ii) indicator E
    (iii) indicator of E
  (c) $x \in E$ のとき，$\chi_E(x) = 1$ で，$x \notin E$ のとき，$\chi_E(x) = 0$ と定める.

(3) $\mathbf{1}_E$
  (a) 1　イー
  (b) indicator function of the set E
  (c) $x \in E$ のとき，$\mathbf{1}_E(x) = 1$ で，$x \notin E$ のとき，$\mathbf{1}_E(x) = 0$ と定める.

(4) I_E
  (a) アイ　イー
  (b) indicator function of the set E
  (c) $x \in E$ のとき，$I_E(x) = 1$ で，$x \notin E$ のとき，$I_E(x) = 0$ と定める.

(5) $f|E$
  (a) f 制限 E
  (b) f restricted to the set E
  (c) f の定義域を E にまで減らして考える場合の記号.

11. 1 変数の微分積分

11.1. 微分.

(1) $x \to a$
  (a) エックス近づくエー
  (b) (i) x tends to a
    (ii) x goes to a
    (iii) x approaches a
(2) $\Delta x, \Delta y$
  (a) デルタエックス，デルタワイ
  (b) (i) Delta x
    (ii) Delta y
(3) y'
  (a) ワイダッシュ
  (b) y prime
  (c) y dash という英語読みはない.
(4) $\dfrac{dy}{dx}$
  (a) ディーワイディーエックス
  (b) $d\ y\ d\ x$
(5) $f'(x)$
  (a) エフダッシュエックス
  (b) f prime of x
  (c) これは英語ではエフダッシュとは言わない.
(6) $f''(x)$
  (a) エフダッシュダッシュエックス
  (b) (i) f double prime of x
    (ii) second derivative of f at x
  (c) これは英語ではエフダッシュとは言わない．この場合は at を使う．evaluated at の略
(7) $y''(x)$
  (a) ワイダッシュダッシュエックス
  (b) (i) y double prime of x
    (ii) second derivative of y at x
  (c) これは英語ではエフダッシュとは言わない．この場合は at を使う．evaluated at の略
(8) $y^{(4)}$
  (a) ワイ 4
  (b) fourth derivative of y
  (c) y を 4 回微分したものを表す．y four とは英語で読まない.
(9) $y^{(4)}(x)$
  (a) ワイ 4　エックス
  (b) fourth derivative of y at x
  (c) y を 4 回微分したものを表す．y four (of,at) x とは英語で読まない.
(10) $y^{(n)}$
  (a) ワイエヌ
  (b) n-th derivative of y
  (c) y を n 回微分したものを表す.
(11) $\dfrac{d}{dx}f(x)$
  (a) ディーディーエックスエフエックス
  (b) $d\ d\ x$ (of) f at x
(12) $\dfrac{df(x)}{dx}$

(a) ディーエフエックスディーエックス
(b) (i) $d\ f\ d\ x$ at x
(ii) $d\ f$ of $x\ d\ x$

(13) $\dfrac{d^2 f(x)}{dx^2}$
(a) ディー 2 エフエックスディーエックス 2 乗
(b) second derivative of f at x

(14) $\dfrac{d^n f(x)}{dx^n}$
(a) ディーエヌ n 乗エフエックスディーエックス n 乗
(b) n-th derivative of f at x

(15) $\dfrac{df}{dx}(x)$
(a) ディーエフエックスディーエックス
(b) d dx (of) f at x

(16) $\dfrac{d^2 f}{dx^2}(x)$
(a) ディー 2 エフディーエックス 2 乗エックス
(b) second derivative of f at x

(17) $\dfrac{d^n f}{dx^n}(x)$
(a) ディーエヌエフディーエックス n 乗エックス
(b) n-th derivative of f at x

(18) $\left(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}\right)$
(a) ディーエックスディーティー，ディーワイディーティー
(b) $d\ x\ d\ t$ and $d\ y\ d\ t$
(c) 速度ベクトルを表す.

(19) $|v|$
(a) 長さブイ
(b) (i) length of v
(ii) magnitude of v
(iii) modulus of v
(iv) absolute value of v
(c) (速度) ベクトル v の長さを表す．これはスカラーである.

(20) $|\alpha|$
(a) 長さアルファ
(b) (i) length of α
(ii) magnitude of α
(iii) modulus of α
(iv) absolute value of α
(c) (加速度) ベクトル α の長さを表す．これはスカラーである.

(21) v_x, v_y
(a) ブイエックス，ブイワイ
(b) partial derivative of v in x, partial derivative of v in y

(22) $f \circ g$
(a) エフまるジー
(b) f composed with g
(c) $g : C \to A$ と $f : A \to B$ を写像とするとき，g, f の順番に C の元を写していくことを合成という.

(23) $D^2 f$
(a) ディー二乗エフ
(b) Hessian matrix of f

(c) f を開集合 Ω 上で定義された C^2-級関数に対して，$D^2 f = \{\partial_i \partial_j f\}_{i,j=1}^n$ と定める．

(24) Jf

(a) ジェーエフ

(b) Jacobian of f

(c) f を開集合 Ω 上で定義された C^2-級関数に対して，$Jf = \det\{\partial_i \partial_j f\}_{i,j=1}^n$ と定める．

11.2. **積分.**

(1) $|I|$
  (a) (i) 長さアイ
    (ii) アイの長さ
  (b) the length of I
  (c) $I = [a, b]$ に対して，$|I| = b - a$ と定める.

(2) $\displaystyle\int f(x)\,dx$
  (a) インテグラル　エフエックスディーエックス
  (b) integral of f

(3) $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$
  (a) インテグラルエーからビー (まで)　エフエックスディーエックス
  (b) (i) integral of f from a to b
    (ii) integral from a to b of f

(4) $[F(x)]_a^b$
  (a) エフエックスビーエー
  (b) difference of F evaluated at b and a
  (c) $[F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ と定義する.

(5) $\displaystyle\int_\Omega$
  (a) インテグラル　オメガ
  (b) integral over Omega
  (c) Ω 上の積分をこのように表す.

(6) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$
  (a) インテグラルマイナス無限 (大) から無限 (大)　エフエックスディーエックス
  (b) (i) integral of f from minus infinity to infinity
    (ii) integral from minus infinity to infinity of f
  (c) リーマン積分の世界では，$\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{R,S\to\infty}\int_{-S}^{R} f(x)\,dx$ の意味.

(7) $\displaystyle\int_E f(x)\,dx$
  (a) インテグラルイー　エフエックスディーエックス
  (b) integral of f over E

(8) $\displaystyle\fint_B$
  (a) 積分平均 B
  (b) the mean over B
  (c) $\displaystyle\fint_B f(x)\,dx = \frac{1}{|B|}\int_B f(x)\,dx$ と定める.

(9) $\displaystyle\fint_B f(x)\,dx$
  (a) 積分平均ビー　エフエックス　ディーエックス
  (b) the mean of f over B
  (c) $\displaystyle\fint_B f(x)\,dx = \frac{1}{|B|}\int_B f(x)\,dx$ と定める.

(10) $\Delta = \{x_j\}_{j=0}^N$
  (a) デルタ　イコール　エックスジェー　ジェーイコールゼロからエヌ
  (b)
  (c) $\{x_j\}_{j=0}^N$ が $[a, b]$ の分割とは，$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b$ が成り立つことである.

(11) $|\Delta|$
  (a) 幅デルタ
  (b)
  (c) $[a,b]$ の分割 $\Delta = \{x_j\}_{j=0}^{N}$ に対して，$|\Delta| = \max_{1\le j\le N} |x_j - x_{j-1}|$ と定める．

(12) $S_\Delta f$
  (a) ラージエス　デルタ　エフ
  (b) Capital S sub delta f
  (c) f の上限和

(13) $s_\Delta f$
  (a) スモールエス　デルタ　エフ
  (b) s sub delta f
  (c) f の下限和

(14) $\displaystyle\overline{\int_a^b} f(x)\,dx$
  (a) 上積分（じょうせきぶん）a から b（まで）エフエックス　ディーエックス
  (b) the upper integral from a to b of f of x d x
  (c) ダルブーの定理によって，$\displaystyle\lim_{|\Delta|\to 0} S_\Delta f = \overline{\int_a^b} f(x)\,dx$ が成り立つ．

(15) $\displaystyle\underline{\int_a^b} f(x)\,dx$
  (a) 下積分（かせきぶん）a から b（まで）エフエックス　ディーエックス
  (b) the lower integral from a to b of f of x d x
  (c) ダルブーの定理によって，$\displaystyle\lim_{|\Delta|\to 0} s_\Delta f = \underline{\int_a^b} f(x)\,dx$ が成り立つ．

(16) $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+1} + \log(x+\sqrt{x^2+1})\right) + C$
  (a) インテグラル　ルート　エックス２乗プラス１　ディーエックスイコール　２分の１　括弧　エックス　ルート　エックス２乗プラス１　プラス　ログ　エックス　プラス　エックス２乗プラス１　括弧閉じ　プラス　シー
  (b) integral of square root of x squared plus 1 d x equals 1 over 2 x square root of x squared plus 1 plus log x plus square root of x squared plus 1 plus C

(17) $\displaystyle\int \sqrt{x^2-1}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2-1} - \log|x+\sqrt{x^2-1}|\right) + C$
  (a) インテグラル　ルート　エックス２乗マイナス１　ディーエックスイコール　２分の１　括弧　エックス　ルート　エックス２乗マイナス１　マイナス　ログ　絶対値　エックス　プラス　エックス２乗マイナス１　括弧閉じ　プラス　シー
  (b) integral of square root of x squared minus 1 d x equals 1 over 2 x square root of x squared minus 1 minus log x plus square root of x squared minus 1 plus C

(18) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \log(x+\sqrt{x^2+1}) + C$
  (a) インテグラル　ルート　エックス２乗プラス１　ディーエックスイコール　ログ　エックス　プラス　エックス２乗プラス１　プラス　シー
  (b) integral of d x over square root of x squared plus 1 equals log x plus square root of x squared plus 1 plus C

(19) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \log|x+\sqrt{x^2-1}| + C$
  (a) インテグラル　ルート　エックス２乗マイナス１　ディーエックスイコール　ログ　絶対値　エックス　プラス　エックス２乗マイナス１　プラス　シー
  (b) integral of d x over square root of x squared minus 1 equals log the absolute value of x plus square root of x squared minus 1 plus C

(20) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + C$

(a) インテグラル　ディーエックス分の　ルート　１マイナスエックス２乗　イコール　サインインバースエックス　プラス　シー

(b) integral of $d\,x$ over square root of 1 minus x squared equals sine inverse x plus C

(21) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2} + \sin^{-1} x\right) + C$

(a) インテグラル　ルート　１マイナスエックス２乗　ディーエックスイコール　２分の１括弧エックス　ルート　１マイナスエックス２乗　プラス　サインインバースエックス　括弧閉じ　プラス　シー

(b) integral square root of 1 minus x squared $d\,x$ equals 1 over 2 times x square root of 1 minus x squared plus sine inverse x plus C

12. 多変数の微積分

12.1. **多変数の微分.**

(1) $\dfrac{\partial}{\partial x} f(x, y)$
- (a) (i) ディーディーエックス　エフエックスワイ
  (ii) デルデルエックス　エフエックスワイ
- (b) partial derivative of f in x (evaluated) at x, y
- (c) y を定数とみて，x で微分したものを x に関する偏微分という.

(2) $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x, y)$
- (a) (i) ディーエフディーワイ　エックスワイ
  (ii) デルエフデルワイ　エックスワイ
- (b) partial derivative of f in y (evaluated) at x, y
- (c) x を定数とみて，y で微分したものを y に関する偏微分という.

(3) $\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y)$
- (a) (i) ディー 2 乗ディーエックス 2 乗　エフエックスワイ
  (ii) デル 2 乗デルエックス 2 乗　エフエックスワイ
- (b) second (order) partial derivative of f in x (evaluated) at x, y
- (c) y を定数とみて，x で 2 微分したものを x に関する 2 階導関数という.

(4) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y)$
- (a) (i) ディー 2 乗エフディーエックス 2 乗　エックスワイ
  (ii) デル 2 乗エフデルエックス 2 乗　エックスワイ
- (b) second (order) partial derivative of f in x (evaluated) at x, y
- (c) y を定数とみて，x で 2 微分したものを x に関する 2 階導関数という．微分記号の上に載せてこのように表すこともある.

(5) $\dfrac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x, y)$
- (a) (i) ディー 2 乗ディーエックスディーワイ　エフエックスワイ
  (ii) デル 2 乗デルエックスデルワイ　エフエックスワイ
- (b) (i) mixed derivative of f in x and y at x, y
  (ii) mixed second order derivative of f in x and y at x, y
  (iii) mixed partial derivative of f in x and y at x, y
  (iv) mixed second order partial derivative of f in x and y at x, y
  (v) mixed derivative in x and y of f at x, y
  (vi) mixed second order derivative in x and y of f at x, y
  (vii) mixed partial derivative in x and y of f at x, y
  (viii) mixed second order partial derivative in x and y of f at x, y
- (c) x を定数とみて，y で微分したものを y を定数とみて，x で微分したものをこのように表す.

(6) $\dfrac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x, y)$
- (a) (i) ディー 2 乗ディーワイディーエックス　エフエックスワイ
  (ii) デル 2 乗デルワイデルエックス　エフエックスワイ
- (b) (i) mixed derivative of f in x and y at x, y
  (ii) mixed second order derivative of f in x and y at x, y
  (iii) mixed partial derivative of f in x and y at x, y
  (iv) mixed second order partial derivative of f in x and y at x, y
  (v) mixed derivative in x and y of f at x, y
  (vi) mixed second order derivative in x and y of f at x, y

(vii) mixed partial derivative in x and y of f at x, y
(viii) mixed second order partial derivative in x and y of f at x, y

(c) y を定数とみて，x で微分したものを x を定数とみて，y で微分したものをこのように表す.

(7) $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$

(a) (i) ディー 2 乗エフディーエックスディーワイ　エックスワイ
(ii) デル 2 乗エフデルエックスデルワイ　エックスワイ

(b) (i) mixed derivative of f in x and y at x, y
(ii) mixed second order derivative of f in x and y at x, y
(iii) mixed partial derivative of f in x and y at x, y
(iv) mixed second order partial derivative of f in x and y at x, y
(v) mixed derivative in x and y of f at x, y
(vi) mixed second order derivative in x and y of f at x, y
(vii) mixed partial derivative in x and y of f at x, y
(viii) mixed second order partial derivative in x and y of f at x, y

(c) 微分記号の上に載せてこのように表すこともある.

12.2. 多変数の積分.

(1) $\displaystyle\iint_{[a,b]\times[c,d]} f(x,y)\,dx\,dy$
- (a) インテグラル閉区間エービーかける閉区間シーディー上エフエックスディーエックスディーワイ
- (b)
  - (i) integration over a, b, cross c, d of f d x d y
  - (ii) integration integral over a, b, cross c, d of f d x d y
  - (iii) integral of f over a, b cross c, d
  - (iv) integral of f over a, b times c, d
  - (v) intergation of f over a, b cross c, d
  - (vi) intergation of f over a, b times c, d
- (c) 2 次元領域上の積分をこのように表す.

(2) $\displaystyle\int_E f(x)\,dx$
- (a) インテグラル E 上　エフエックスディーエックス
- (b)
  - (i) integral of f over E
  - (ii) integration of f over E
  - (iii) integral over E of f x d x
  - (iv) integral over E of f of x d x
  - (v) integration over E of f x d x
  - (vi) integration over E of f of x d x
- (c) $\int, \iint$ はどちらも使うことがある．普通は dx とかは特に読まない.

(3) $\displaystyle\fint_Q$
- (a) 積分平均 Q
- (b) integral average over Q
- (c) Q 上積分して，Q の体積で割る演算

(4) $\displaystyle\fint_Q f(x)\,dx$
- (a) 積分平均 Q エフエックスディーエックス
- (b) integral average over Q
- (c) Q 上積分して，Q の体積で割る演算

(5) $\displaystyle\iint_E f(x,y)\,dx\,dy$
- (a) インテグラル E 上　エフエックスディーエックスディーワイ
- (b)
  - (i) integral of f over E
  - (ii) integral of f in x, y over E
  - (iii) integration of f over E
  - (iv) integration of f in x, y over E
  - (v) double integral of f over E
  - (vi) double integral of f in x, y over E
  - (vii) double integration of f over E
  - (viii) double integration of f in x, y over E
- (c) 領域 E 上の関数の積分をこのように表す.

(6) $\displaystyle\iint_{[a,b]\times[c,d]} f(x,y)\,d\mathbf{x}$
- (a) インテグラル閉区間エービーかける閉区間シーディー上　エフエックスディーエックス
- (b)
  - (i) integral of f over a, b cross c, d
  - (ii) integral of f in x, y over a, b cross c, d
  - (iii) integration of f over a, b cross c, d

(iv) integration of f in x, y over a, b cross c, d
(v) double integral of f over a, b cross c, d
(vi) double integral of f in x, y over a, b cross c, d
(vii) double integration of f over a, b cross c, d
(viii) double integration of f in x, y over a, b cross c, d

(c) 長方形領域上の関数の積分をこのように表す．$d\mathbf{x}$(ディーエックス) は $dx\,dy$(ディーエックスディーワイ) の省略を表す．

Part 6. 実数，集合，位相

13. 集合

(1) $x \in A$
- (a) エックス属するエー
- (b) (i) x is an element in A
  - (ii) x in A
  - (iii) x belonging to A

(2) $\{x\}$
- (a) (1 点集合) エックス
- (b) the set with element x
- (c) x と $\{x\}$ は違う．$x \in \{x\}$ となっている．

(3) $\{a, b, c\}$
- (a) 集合 a, b, c
- (b) the set with elements a, b, c
- (c) a, b, c の 3 点からなる集合

(4) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 3\}$, $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leqq 3\}$
- (a) 集合　エックス属するアール　1 小なりエックス小なりイコール 3
- (b) (i) the set of x in $\mathbb{R}$ such that minus one less than x less than or equal to 3
  - (ii) the set of of x in $\mathbb{R}$ between one and three
- (c) :, | もしくは ; の前に集合の構成物を書く．$\in \mathbb{R}$ などで，条件を表すことがある．さらに，: の後には決まって条件を書く．

(5) A^c
- (a) エー　コンプリメント，エーシー
- (b) (i) The complement of the subset A
  - (ii) The complement of A
- (c) A には属していないものからなる集合

(6) $\overline{A}$
- (a) エーバー
- (b) (i) The complement of the subset A
  - (ii) The complement of A
- (c) A には属していないものからなる集合

(7) $A \subset B$
- (a) エー含まれるビー
- (b) (i) subset A of B,
  - (ii) A, a subset of B
- (c) 集合 B のほうが集合 A より大きいことを表す．等しい場合もある．

(8) $A \supset B$
- (a) エー含むビー
- (b) A contains B
- (c) 集合 B のほうが集合 A より大きいことを表す．等しい場合もある．

(9) $A \cap B$
- (a) エーかつビー
- (b) (i) intersection of A and B
  - (ii) A intersected with B
  - (iii) A cap B
- (c) 集合 A, B の両方に属するもの全体を表している．なぜか intersection の方は殆ど A intersection B とは言わない．

(10) $A \cup B$
- (a) エーまたはビー
- (b) (i) A union B

(ii) union of A and B
(iii) A cup B

(c) 集合 A, B の少なくとも一方に属するもの全体を表している．両方に属していても構わない．

(11) $A \setminus B$
(a) エー　マイナス　ビー
(b) A minus B,
(c) 集合 A には属しているが，集合 B には属していないというもの全体を表している．

(12) $A \ominus B$,　$A \Delta B$
(a) エー差集合ビー
(b) the symmetric difference of A and B
(c) 集合 A, B の一方のみに属するもの全体を表している．両方に属していてもならない．

(13) $A \times B$
(a) エーかけるビー
(b) (i) A times B
(ii) A cross B
(c) $A \times B$ は A の元 a と B の元 b を並べて (a, b) と表されるもの全体を表す．

(14) $\displaystyle\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j$
(a) ユニオン $j = 1$ から無限 (大)(まで)　エージェー
(b) union of A j over j equal one to infinity
(c) $A_1, A_2, \cdots, A_j, \cdots$ のどれか一つに属しているもの全体を表す．二つ以上に属しているとしても構わない．

(15) $\displaystyle\bigcap_{j=1}^{\infty} A_j$
(a) インターセクション $j = 1$ から無限 (大)(まで)　エージェー
(b) intersection of A j over j equal one to infinity
(c) $A_1, A_2, \cdots, A_j, \cdots$ のすべてに属しているもの全体を表す．

(16) $\displaystyle\bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$
(a) ユニオンラムダ属する (ラージ) ラムダ　エーラムダ
(b) (i) union of A lambda over lambda in lambda
(ii) union of A lambda for lambda in lambda
(iii) union of A lambda over lambda belonging to lambda
(iv) union of A lambda over lambda in capital lambda
(v) union of A lambda for lambda in capital lambda
(vi) union of A lambda over lambda belonging to capital lambda
(c) どれか一つの A_λ に属しているもの全体を表す．二つ以上に属しているとしても構わない．やはり区別するために capital は普通は付ける．

(17) $\displaystyle\bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$
(a) インターセクションラムダ属する (ラージ) ラムダ　エーラムダ
(b) (i) intersection of A lambda over lambda in lambda
(ii) intersection of A lambda for lambda in lambda
(iii) intersection of A lambda over lambda belonging to lambda
(iv) intersection of A lambda over lambda in capital lambda
(v) intersection of A lambda for lambda in capital lambda
(vi) intersection of A lambda over lambda belonging to capital lambda
(c) すべての A_λ に属しているもの全体を表す．

(18) 2^A
(a) 2 のエー乗

(b) (i) power set of A
(ii) two to A
(c) A の部分集合全体を表す．$A, \emptyset$ を A の部分集合とみなす．2^A という記号の由来は A が a 個のとき，2^A は 2^a 個の元からなるということである．

(19) χ_E
(a) カイ　イー
(b) (i) indicator function of the set E
(ii) indicator E
(iii) indicator of E
(c) $x \in E$ のとき，$\chi_E(x) = 1$ で，$x \notin E$ のとき，$\chi_E(x) = 0$ と定める．

14. 上限，極限

14.1. 最大値，最小値，上限，下限.

(1) $\max A$
  (a) マックスエー
  (b) (i) max A
    (ii) maximum of A
  (c) $\max A$ は A の最大値を表す．つまり，A の元 a で，すべての $b \in A$ に対して，$b \leq a$ となるものを $\max A$ と表す.

(2) $\min A$
  (a) ミニマムエー
  (b) (i) min A
    (ii) minimum of A
  (c) $\min A$ は A の最小値を表す．つまり，A の元 a で，すべての $b \in A$ に対して，$b \geq a$ となるものを $\min A$ と表す.

(3) $\max\{1, 2, 3, 4\}$
  (a) マックス　集合 1，2，3，4
  (b) (i) max of one, two, three, four
    (ii) max of one, two, three, four
    (iii) maximum of one, two, three, four
    (iv) maximum of one, two, three, four
    (v) max over one, two, three, and four
    (vi) max over one, two, three, and four
    (vii) maximum over one, two, three, and four
    (viii) maximum over one, two, three, and four
  (c) 定義によって，$\max\{1, 2, 3, 4\} = 4$ である.

(4) $\min\{1, 2, 3, 4\}$
  (a) ミニマム　集合 1，2，3，4
  (b) (i) min of one, two, three, four
    (ii) min of one, two, three, four
    (iii) min over one, two, three, and four
    (iv) min over one, two, three, and four
    (v) minimum of one, two, three, four
    (vi) minimum of one, two, three, four
    (vii) minimum over one, two, three, and four
    (viii) minimum over one, two, three, and four
  (c) 定義によって，$\min\{1, 2, 3, 4\} = 1$ である.

(5) $\max_{x \in A} f(x)$
  (a) マックス　エックス属するエー　エフエックス
  (b) max (of) f (of) x, maximum of f (of) x for/over x in A, maximum of f (of) x over A
  (c) A 上で定義された実数値関数 $f : A \to \mathbb{R}$ に対して，

$$\max_{a \in A} f(a) = \max\{f(a) : a \in A\}$$

  と定める.

(6) $\min_{x \in A} f(x)$
  (a) ミニマム　エックス属するエー　エフエックス
  (b) (i) minimum of f x for x in A
    (ii) minimum of f x over x in A
    (iii) minimum of f of x for x in A

(iv) minimum of f of x over x in A
(v) minimum of f x over A
(vi) minimum of f of x over A
(vii) min f x
(viii) min f of x
(ix) min of f x
(x) min of f of x

(c) A 上で定義された実数値関数 $f : A \to \mathbb{R}$ に対して，

$$\min_{a \in A} f(a) = \min \{f(a) \,:\, a \in A\}$$

と定める．

(7) $\sup A$
(a) スップエー
(b) (i) sup A
(ii) sup of A
(iii) supremum of A
(c) 実数の連続性とは，任意の空でない集合 A の上界には最小値 M が存在するという性質である．すなわち，次のような実数 M がひとつだけ定まる．後者の場合は of が必要．
(i) （M は上界である.）$a \in A$ のときに，$a \leq M$ が成り立つ．
(ii) （M は上界の最小値である．つまり，M より小さい上界は存在しない.）$M' < M$ とすると，$a > M'$ となる $a \in A$ が存在する．
この数 M を $\sup A$ と書く．supremum A と of を省いては言わない．

(8) $\inf A$
(a) インフエー
(b) (i) inf A
(ii) inf of A
(iii) infimum of A
(c) 実数の連続性とは，与えられた集合 A の下界には最大値 m が存在するという性質であると言い換えられる．すなわち，次のような実数 m がひとつだけ定まる．後者の場合は of が必要．
(i) （m は下界である.）$a \in A$ のときに，$a \geq m$ が成り立つ．
(ii) （m は下界の最大値である．つまり，m より大きい下界は存在しない.）$m' > m$ とすると，$a < m'$ となる $a \in A$ が存在する．
この数 m を $\inf A$ と書く．infimum A と of を省いては言わない．

(9) $\sup_{n \in \mathbb{N}} a_n$
(a) スップ　エヌ属するエヌ　エーエヌ
(b) (i) sup a n
(ii) sup of a n
(iii) supremum of a n over n in $\mathbb{N}$
(iv) supremum of a n for n in $\mathbb{N}$
(v) supremum of a n over natural numbers $\mathbb{N}$
(c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} a_n = \sup \{a_n \,:\, n = 1, 2, \cdots\}$$

と定める．

(10) $\sup_{n=1,2,\cdots} a_n$
(a) スップ　エヌイコール 1，2　エーエヌ
(b) (i) sup a n
(ii) sup of a n
(iii) supremum of a n for n equal to one, two, “dot dot dot”.

(iv) supremum of a n as n moves from one, two, and so on.

(c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，

$$\sup_{n=1,2,\cdots} a_n = \sup\{a_n \,:\, n = 1, 2, \cdots\}$$

と定める．

(11) $\inf_{n\in\mathbb{N}} a_n$

(a) インフ　エヌ属するエヌ　エーエヌ

(b) (i) inf a n

(ii) inf of a n

(iii) infimum of a n for n in $\mathbb{N}$

(iv) infimum of a n over n in $\mathbb{N}$

(v) infimum of a n over natural numbers N

(c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，

$$\inf_{n\in\mathbb{N}} a_n = \inf\{a_n \,:\, n = 1, 2, \cdots\}$$

と定める．

(12) $\inf_{n=1,2,\cdots} a_n$

(a) インフ　エヌイコール 1，2　エーエヌ

(b) (i) inf a n

(ii) inf of a n

(iii) infimum of a n for n equal to one, two, “dot dot dot”.

(iv) infimum of a n as n moves from one, two, and so on.

(c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ に対して，

$$\inf_{n=1,2,\cdots} a_n = \inf\{a_n \,:\, n = 1, 2, \cdots\}$$

と定める．

(13) $\sup_{a\in A} f(a)$

(a) スップ　エー属するエー　エフエー

(b) (i) sup f a

(ii) sup of f a

(iii) sup f of a

(iv) sup of f of a

(v) supremum of f of a over a in A

(vi) supremum of f of a for a in A

(vii) supremum of f of a over a belonging to A

(viii) supremum of f of a for a belonging to A

(ix) supremum of f a over a in A

(x) supremum of f a for a in A

(xi) supremum of f a over a belonging to A

(xii) supremum of f a for a belonging to A

(c) A 上で定義された実数値関数 $f : A \to \mathbb{R}$ に対して，

$$\sup_{a\in A} f(a) = \sup\{f(a) \,:\, a \in A\}$$

と定める．

(14) $\inf_{a\in A} f(a)$

(a) インフ　エー属するエー　エフエー

(b) (i) inf f a

(ii) inf of f a

(iii) inf f of a

(iv) inf of f of a
(v) infimum of f of a over a in A
(vi) infimum of f of a for a in A
(vii) infimum of f of a over a belonging to A
(viii) infimum of f of a for a belonging to A
(ix) infimum of f a over a in A
(x) infimum of f a for a in A
(xi) infimum of f a over a belonging to A
(xii) infimum of f a for a belonging to A

(c) A 上で定義された実数値関数 $f : A \to \mathbb{R}$ に対して，

$$\inf_{a \in A} f(a) = \inf \{ f(a) \,:\, a \in A \}$$

と定める．

14.2. 極限.

(1) $n \to \infty$
  (a) エヌ近づける無限
  (b) (i) n goes to infinity
    (ii) n tends to infinity
(2) $n \to +\infty$
  (a) エヌ近づけるプラス無限
  (b) (i) n goes to infinity
    (ii) n tends to infinity
    (iii) n goes to plus infinity
    (iv) n tends to plus infinity
  (c) ∞ がプラス無限大の場合は $+\infty$ と書く.
(3) $n \to -\infty$
  (a) エヌ近づけるマイナス無限
  (b) (i) n goes to minus infinity
    (ii) n tends to minus infinity
(4) $\limsup_{n\to\infty} a_n$
  (a) (i) リミットスップ　エヌ近づける無限（大）　エーエヌ
    (ii) リミットスップ　エヌが無限大に近づくときの　エーエヌ
  (b) lim sup of a n (as n goes to infinity), lim sup (as n goes to infinity) of a n, limit supremum of a n
  (c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の上極限を

$$\limsup_{n\to\infty} a_n := \inf_{k\in\mathbb{N}} \left(\sup_{n\geq k} a_n \right) = \inf \left\{ \sup_{n\geq k} a_n \,:\, k \in \mathbb{N} \right\}$$

  と定義する.
(5) $\liminf_{n\to\infty} a_n$
  (a) (i) リミットインフ　エヌ近づける無限　エーエヌ
    (ii) リミットインフ　エヌが無限大に近づくときの　エーエヌ
  (b) lim inf of a n (as n goes to infinity), lim inf (as n goes to infinity) of a n, limit infimum of a n
  (c) 実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ の下極限を

$$\liminf_{n\to\infty} a_n := \sup_{k\in\mathbb{N}} \left(\inf_{n\geq k} a_n \right) = \sup \left\{ \inf_{n\geq k} a_n \,:\, k \in \mathbb{N} \right\}$$

  と定義する.
(6) $\lim_{n\to\infty} a_n$
  (a) (i) リミット　エヌ近づける無限　エーエヌ
    (ii) リミット　エヌが無限大に近づくときの　エーエヌ
  (b) limit of a n as n goes to infinity, limit as n goes to infinity of a n
  (c) $\limsup_{n\to\infty} a_n = \liminf_{n\to\infty} a_n \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ のときは $\lim_{n\to\infty} a_n = \limsup_{n\to\infty} a_n = \liminf_{n\to\infty} a_n$ と定める.
(7) $x \to a$
  (a) エックス近づけるエー
  (b) (i) x tends to a
    (ii) x tending to a
    （文脈によって変える）
(8) $\lim_{x\to a} f(x)$
  (a) (i) リミット　エックス近づけるエー　エフエックス
    (ii) リミット　エックスがエーに近づくときの　エフエックス

(b) limit of f (of) x as x goes to a, limit as x goes to a of f (of) x

(9) (i) $\lim_{x\uparrow a} f(x)$ (ii) $\lim_{x\to a-0} f(x)$

(a) (i) リミット　エックス下から近づけるエー　エフエックス, (ii) リミット　エックス近づけるエーマイナス零　エフエックス

(b)
(i) right limit of f x as x goes to a
(ii) right limit of f x as x goes to a from the right
(iii) right limit of f of x as x goes to a
(iv) right limit of f of x as x goes to a from the right
(v) limit from the right of f x as x goes to a
(vi) limit from the right of f of x as x goes to a
(vii) limit of f x as x goes to a from the right
(viii) limit of f of x as x goes to a from the right
(ix) one-sided limit of f x as x goes to a from the right
(x) one-sided limit of f of x as x goes to a from the right
(xi) limit of f x as x goes to a from below
(xii) limit of f of x as x goes to a from below
(xiii) one-sided limit of f x as x goes to a from below
(xiv) one-sided limit of f of x as x goes to a from below
(xv) limit of f x as x decreases to a
(xvi) limit of f of x as x decreases to a

(c) 近づき方を $x > a$ の場合に限定している．

(10) $\lim_{x\downarrow a} f(x)$, $\lim_{x\to a+} f(x)$

(a) (i) リミットエックス上から近づけるエーエフエックス (ii) リミット　エックス近づけるエープラス零　エフエックス

(b)
(i) left limit of f x as x goes to a
(ii) left limit of f x as x goes to a from the left
(iii) left limit of f of x as x goes to a
(iv) left limit of f of x as x goes to a from the left
(v) limit from the left of f x as x goes to a
(vi) limit from the left of f of x as x goes to a
(vii) limit of f x as x goes to a from the left
(viii) limit of f of x as x goes to a from the left
(ix) one-sided limit of f x as x goes to a from the left
(x) one-sided limit of f of x as x goes to a from the left
(xi) limit of f x as x goes to a from above
(xii) limit of f of x as x goes to a from above
(xiii) one-sided limit of f x as x goes to a from above
(xiv) one-sided limit of f of x as x goes to a from above
(xv) limit of f x as x increases to a
(xvi) limit of f of x as x increases to a

(c) $\lim_{x\downarrow a} f(x)$ と $\lim_{x\to a+0} f(x)$ は同義である．

15. 写像

(1) $f : A \to B$
  (a) エフエーからビー
  (b) (i) f mapping from A to B
    (ii) f mapping from A into B
  (c) f を写像という．写像とは A の元を与えた時に B の元を一つ決める対応のことである．A を定義域，B を値域という．

(2) $f(x)$
  (a) エフエックス
  (b) (i) $f\ x$
    (ii) f of x
  (c) 写像 f による x の対応物を $f(x)$ と書く．

(3) A^B
  (a) エーのビー乗
  (b) (i) A to B
    (ii) collection of functions from A to B
  (c) B から A への写像全体を表す．A^B というのは B が b 個の元からなり，A が a 個の元からなるとき，A^B の元の個数は a^b となることに由来している．

(4) $f \circ g$
  (a) エフまるジー
  (b) f composed with g
  (c) $g : C \to A$ と $f : A \to B$ を写像とするとき，g, f の順番に C の元を写していくことを合成という．

(5) $f \circ g(x)$
  (a) エフまるジーエックス
  (b) (i) f composed with g or evaluated at x
    (ii) f composed with g of x
    (iii) $f\ g\ x$
    (iv) $f\ g$ of x
  (c) $f \circ g(x)$ は $f(g(x))$ のことを表す．

(6) f^{-1}
  (a) エフインバース
  (b) (i) f inverse
    (ii) inverse of f
  (c) $x \neq y$ となるとき，必ず $f(x) \neq f(y)$ となるとする．

(7) $f^{-1}(x)$
  (a) エフインバースエックス
  (b) (i) f inverse at x
    (ii) f inverse of x
  (c) 2 つの意味合いがある．
    (i) 逆写像 f^{-1} が存在するときは，f^{-1} の x における値を表す．
    (ii) 逆写像 f^{-1} の存在如何によらず，$f^{-1}(x)$ は f で写すと x になるような点全体を表す．

(8) $f^{-1}(A)$
  (a) エフインバースエー
  (b) f inverse of A
  (c) f^{-1} の存在如何によらず，$f^{-1}(A)$ は f で写すと A に属するような点全体を表す．これは at A ではおかしいので言わない．

(9) $\displaystyle\prod_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda$
  (a) パイ (小文字) ラムダ属する (大文字) ラムダエーラムダ

(b) product of a lambda over lambda in capital lambda
(c) 各 λ に対して，A_λ の元を一つ選んでできる対応のことを言う.

(10) $z \mapsto v(z, \omega)$
(a) ゼット　から　ブイゼットオメガ
(b) z to v of z omega
(c) 写像によって，z が $v(z, \omega)$ に移ることをこのように書く.

(11) $u \equiv 1$
(a) ユー　恒等的に等しい　1
(b)
(c) u が常に 1 に等しいことをこのように表す.

16. 位相

(1) $\mathcal{O}_X$
  (a) オーエックス
  (b) O sub X
  (c) 開集合系全体をこのように表す.

(2) $E \sim F$, $E \simeq F$
  (a) イー同形エフ
  (b) E is homeomorphic to F
  (c) 位相的に同じ性質なものはこのように同型の記号で結び同じとみなす.

(3) $\mathrm{Int}(E)$, E°, E^{int}
  (a) インテリアイー，イーの開核，イーの内点，イー　インテリア
  (b) interior of E
  (c) E を位相空間 X の部分集合とする．$x \in X$ とする．このとき，x が A の内点である．$\Leftrightarrow x \in \mathrm{Int}(E) \Leftrightarrow$ ある x を含む開集合 U が存在して，$U \subset E$ が成り立つ．内点全体の集合を $\mathrm{Int}(E)$ と表す.

(4) $\mathrm{Ext}(E)$, E^{ext}
  (a) エクステリアイー，イー　エクステリア
  (b) exterior of E
  (c) E を位相空間 X の部分集合とする．$x \in X$ とする．このとき，x が A の外点である．$\Leftrightarrow x \in \mathrm{Ext}(E) \Leftrightarrow$ ある x を含む開集合 U が存在して，$U \subset E^c$ が成り立つ．外点全体の集合を $\mathrm{Ext}(E)$ と表す.

(5) $\overline{E}$
  (a) イーの閉包，イーバー
  (b) closure of E
  (c) E を位相空間 X の部分集合とする．$\overline{E} = X \setminus E^{\mathrm{ext}}$ と定める.

(6) ∂E
  (a) イーの境界
  (b) boundary of E
  (c) E を位相空間 X の部分集合とする．E の境界とは ∂E と記すが，集合としては

$$\partial E = \{x \in X : \text{任意の } U \in \mathcal{O}_X \text{に対して,} x \in A \text{ のとき } U \cap E \neq \emptyset, U \cap E^c \neq \emptyset \text{ が両方成り立つ}\}$$

で与えられる集合である.

(7) $V \Subset U$, $V \subset\subset U$
  (a) ブイ　コンパクトに含まれる　ユー
  (b) (i) V is compactly contained in U
    (ii) V is deeply contained in U
  (c) U, V を位相空間 X の部分集合とする．$V \Subset U$ もしくは $V \subset\subset U$ とは，$\overline{V} \subset U$ かつ $\overline{V}$ はコンパクトであることを言う.

(8) $V \cup_f W$
  (a) ブイカップエフダブリュ
  (b)
  (c) $A \subset V$, $A' \subset W$ とする．位相同型 $f : A \to A'$ に対して，$f(a) = a'$ となる場合は (a, a') は同じであるとみなすという規則を用いて，V と W を合体させてできるのが，$V \cup_f W$ となる.

Part 7. 線形代数

17. 行列

17.1. 行列，行列演算.

(1) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$
  (a) エー　イコール　$abcd$
  (b) (i) A equals a, b, c, d
    (ii) A equals matrix a, b, c, d
  (c) 2×2 行列の表し方.

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$
  (a) エー　イコール　$1, 4, 5,\quad 2, 6, 8$
  (b) A equals matrix one, four, five, two, six, eight
  (c) 2×3 行列の表し方．2 行と 3 列からなる.

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$
  (a) エーイコール $1, 4, 5,\quad 2, 3, 9,\quad 2, 6, 8$
  (b) A equals matrix one, four, five, two, three, nine, two, six, eight
  (c) 3×3 行列の表し方．3 行と 3 列からなる.

(4) $\{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n}$
  (a) 行列　エーアイジェー　アイ　ジェー　イコール　1 からエヌ
  (b) The n by n matrix a sub i j from i j equal to n.
  (c) $n \times n$ 行列の表し方．n 行と n 列からなる.

(5) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n-1 & n \\ 2 & 3 & \cdots & n & n+1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & n+1 & \cdots & 2n-2 & 2n-1 \end{pmatrix}$
  (a) A equals one, two, dot, dot, dot, n minus one, n, two, three, dot, dot, dot, n, n plus one, dot, dot, dot, n, $n+1$, dot, dot, dot two n minus two, two n minus one
  (b) エー　イコール $1, 2,\quad , n-1, n,\quad 2, 3,\quad , n, n+1,\quad n, n+1,\quad , 2n-2, 2n-1$
  (c) $n \times n$ 行列の表し方.

(6) $\det(A)$
  (a) デットエーもしくはデターミナントエー
  (b) determinant of A
  (c) 正方行列の行列式はこのように表す．英語読みではデットエーとは読まない.

(7) $\det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 6 & 8 \end{vmatrix}$
  (a) デット　$1, 4, 5,\quad 2, 3, 9,\quad 2, 6, 8$, デターミナント　$1, 4, 5,\quad 2, 3, 9,\quad 2, 6, 8$
  (b) (i) determinant of one, four, five, two, three, nine, two, six, eight
    (ii) determinant of matrix one, four, five, two, three, nine, two, six, eight
  (c) この行列式はクラーメルの公式で

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 9 \\ 2 & 6 & 8 \end{pmatrix} = 1 \cdot 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 \cdot 2 + 5 \cdot 2 \cdot 6 - 1 \cdot 9 \cdot 6 - 4 \cdot 2 \cdot 8 - 5 \cdot 3 \cdot 2$$

と計算される.

(8) ${}^t\begin{pmatrix}1&4&5\\2&3&9\\2&6&8\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&4&5\\2&3&9\\2&6&8\end{pmatrix}^t$

(a) トランスポーズド　$1,4,5,\quad 2,3,9,\quad 2,6,8$

(b) (i) transpose of one, four, five, two, three, nine, two, six, eight

(ii) transpose of matrix one, four, five, two, three, nine, two, six, eight

(c) 行列の成分の縦，横を取り換えて得られる行列をこのように表す．つまり，この場合は

$$ {}^t\begin{pmatrix}1&4&5\\2&3&9\\2&6&8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2&2\\4&3&6\\5&9&8\end{pmatrix} $$

となる．

(9) $\begin{pmatrix}1&4+2i&5+3i\\2-3i&3-9i&9\\2&6&8+3i\end{pmatrix}^*$

(a) 1　4 プラス 2 アイ　5 プラス 3 アイ　2 マイナス 3 アイ　3 マイナス 9 アイ 9 2 6 8 プラス 3 アイ　スター

(b) (i) adjoint of one, four plus two i, five plus three i, two minus three i, three minus nine i, nine, two, six, eight plus three i

(ii) adjoint of matrix one, four plus two i, five plus three i, two minus three i, three minus nine i, nine, two, six, eight plus three i

(c) 行列の成分の縦，横を取り換えてさらにすべての数の複素共役をとって得られる行列をこのように表す．つまり，この場合は

$$ \begin{pmatrix}1&4+2i&5+3i\\2-3i&3-9i&9\\2&6&8+3i\end{pmatrix}^*=\begin{pmatrix}1&2+3i&2\\4-2i&3+9i&6\\5-3i&9&8-3i\end{pmatrix} $$

である．

(10) $A_0=\begin{pmatrix}A&B\\C&D\end{pmatrix}$

(a) エー 0　イコール　エー　ビー　シー　ディー

(b) (i) A zero equals A, B, C, D

(ii) A zero equals matrix A, B, C, D

(c) 行列を分割して表す方法

(11) A^{-1}

(a) エーインバース

(b) The inverse of A

(c) A の逆行列を表す．

(12) $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}^{-1}$

(a) エービーシーディーインバース

(b) The inverse of the two by two matrix, a, b, c, d

(c) $\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ の逆行列を表す．

17.2. 線形空間，線形写像.

(1) $k \cdot x$
  (a) ケーエックス
  (b) k dot x, dot product of k and x
  (c) 線形代数の掛け算をこのように表す．k をスカラー，x をベクトルという.
(2) $x + y$
  (a) エックスプラスワイ
  (b) x plus y
  (c) ベクトル同士の足し算はこのように普通の足し算で表す.
(3) 0
  (a) 零 (ゼロ)
  (b) zero
  (c) 足しても変わらない元である．0 にどのようなスカラーをかけても 0 である.
(4) $f : V \to W$
  (a) エフ　ブイからダブル
  (b) (i) f from V to W
    (ii) f from V to W
    (iii) f mapping from V into W
    (iv) f mapping from V into W
  (c) 写像の表し方はこのように表す．これで，f の定義域は V，f の定義域は W である.
(5) $f|V$
  (a) エフのブイ上の制限，エフ制限ブイ
  (b) f restricted to V
  (c) V を部分集合とする集合 V' が与えられて，V' を定義域とする写像 f があったとする．f の定義域を V に縮めたものをこのように表す.
(6) $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$
  (a) エフ　ケー　エックス　イコール　ケー　エフエックス
  (b) (i) f of k dot x equals k dot f of x
    (ii) f of k dot x equals k dot f x
    (iii) f of k x equals k f of x
    (iv) f of k x equals k f x
  (c) 線形写像はこのようにスカラー倍を保つ.
(7) $f(x + y) = f(x) + f(y)$
  (a) エフ　エックス　プラス　ワイ　イコール　エフエックス　プラス　エフワイ
  (b) (i) f of x plus y equals f of x plus f of y
    (ii) f of x plus y equals f x plus f y
  (c) 線形写像はこのように和を保つ.

18. 線形空間

18.1. 線形空間，線形写像.

(1) $V \oplus W$
  (a) ブイプラスダブル，ブイ直和ダブル
  (b) (i) V plus W
    (ii) direct sum of V and W
  (c) V と W の和をこのように表す．$\oplus$ を用いるときは，V を W の共通部分は 0 である．
(2) $V + W$
  (a) ブイプラスダブル
  (b) V plus W
  (c) V と W の和をこのように表す．$+$ を用いるときは，V を W の共通部分は 0 であるとは限らない．
(3) $V \times W$
  (a) ブイかけるダブル
  (b) (i) V times W
    (ii) direct product of V and W
  (c) V の元 v と W の元 w を並べて得られる (v, w) を集めて得られる $V \times W$ と表す．各成分ごとに演算を行うことで，$V \times W$ は線形空間となる．
(4) V/W
  (a) ブイオーバーダブル
  (b) V quotiented by W
  (c) V の元のうち，差が W に属するような二つの元を同じとみなすという規則で，V の代わりに新しい線形空間 V/W を考える．
(5) $\mathrm{Im}f$, $\mathrm{Im}(f)$, $\mathrm{im}f$, $\mathrm{im}(f)$
  (a) イメージエフ
  (b) image of f
  (c) f によって写される元全体をこのように表す．
(6) $\mathrm{Ran}f$, $\mathrm{Ran}(f)$, $\mathrm{ran}f$, $\mathrm{ran}(f)$
  (a) レンジエフ
  (b) range of f
  (c) f によって写される元全体をこのように表す．
(7) $\mathrm{Ker}f$, $\mathrm{Ker}(f)$, $\mathrm{ker}f$, $\mathrm{ker}(f)$
  (a) カーネル　エフ
  (b) kernel of f
  (c) 線形写像 f によって，値域の 0 に移る定義域の元全体をこのように表す．
(8) $\mathrm{Null}f$, $\mathrm{Null}(f)$, $\mathrm{null}f$, $\mathrm{null}(f)$
  (a) ナル　エフ
  (b) null space of f
  (c) 線形写像 f によって，値域の 0 に移る定義域の元全体をこのように表す．
(9) $A \oplus B$
  (a) エー直和ビー
  (b) the direct sum of A and B
  (c) $A \cap B = \{0\}$ のときの $A + B$ のこと．
(10) $\dim V$
  (a) ディメンジョンブイ
  (b) dimension of V
  (c) V の中で，一次独立なベクトルな系としてとれる最大個数を次元という．
(11) $\dim_{\mathbb{R}} V$
  (a) ディメンジョンアール　ブイ
  (b) dimension of V over $\mathbb{R}$

(c) 係数体を強調して次元を表す時は，このように表す．これで，V の $\mathbb{R}$-次元ということになる．

(12) V^*
  (a) ブイスター
  (b) dual of V
  (c) V から $\mathbb{R}/\mathbb{C}$ への写像全体をこのように表す.

(13) $V_1 \otimes V_2$
  (a) ブイ 1 テンサーブイ 2
  (b) tensor product of V one and V two
  (c) 線形空間 V_1 と線形空間 V_2 のテンソル積 (掛け算) をこのように表す.

(14) $\otimes_{i=1}^n V_i$
  (a) テンサーアイイコール 1 からエヌブイアイ
  (b) tensor product of V i for i from one to n
  (c) 線形空間 $V_1, \cdots, V_n$ の掛け算をこのように表す.

(15) $\otimes^n V$
  (a) テンサーエヌ乗ブイ
  (b) n-th tensor power of V
  (c) $V_i = V$, $i = 1, 2, \cdots, n$ の時は，$\otimes_{i=1}^n V_i = \otimes^n V$ と表す.

(16) $x \otimes y$
  (a) エックステンサーワイ
  (b) tensor product of x and y
  (c) 線形空間の掛け算をしてできた線形空間 $V \otimes W$ に対して，$x \otimes y$ のようにその元を表す.

(17) $V \wedge V$
  (a) ブイウエッヂブイ
  (b) wedge product of V and V
  (c) $x \otimes y - y \otimes x$ のように成分を交換すると符号が入れ替わるような $V \otimes V$ の元全体を $V \wedge V$ と表す.

(18) $x \wedge y$
  (a) エックスウエッヂワイ
  (b) wedge product of x and y
  (c) $x \otimes y \in V \otimes V$ を $V \wedge V$ の元としてみなしたもの.

(19) $\wedge^n V$
  (a) ウエッヂエヌ乗ブイ
  (b) n-th wedge power of V
  (c) 成分を交換すると，符号が入れ替わるような $\otimes^n V$ の元全体を $\wedge^n V$ と表す.

18.2. **内積.**

(1) $\langle \cdot, \cdot \rangle$
  (a) 内積　てん　てん
  (b) (i) inner product
    (ii) dot product
    (iii) scalar product
  (c) てんは中身に何かを入れて初めて意味をなす量のことである．内積は実数の時は，両方の変数に対して線形であるが，複素数の時は (特に) 右側の変数に関してスカラーを考えると，$\langle x, \alpha y \rangle = \overline{\alpha} \langle x, y \rangle$ のように，複素共役が現れるので注意しよう．Dot は読まない.
(2) $\langle x, y \rangle$
  (a) 内積エックス，ワイ
  (b) inner product of x and y
(3) $V^{\perp}$
  (a) ブイ垂直
  (b) (i) V perp
    (ii) orthogonal complement of V
  (c) V に垂直な元全体のなす線形空間をこのように表す.（perp は perpendicular の略である.）

19. 対角化，ジョルダン標準形

19.1. 対角化，ジョルダン標準形.

(1) $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \cdots, v_k\}$
  (a) ブイ　イコール　ブイ 1　ブイ 2　ブイ k
  (b) V equals the set of the elements v sub one, v sub two, and so on, v sub k.
  (c) 線形空間の (有限) 部分集合，決して線形空間ではない.

(2) $\mathrm{Span}(\mathcal{V}) = \{a_1v_1 + a_2v_2 + \cdots + a_kv_k \ : \ {}^t(a_1, a_2, \cdots, a_k)$ はスカラー $\}$，$[\mathcal{V}] = \{a_1v_1 + a_2v_2 + \cdots + a_kv_k \ : \ {}^t(a_1, a_2, \cdots, a_k)$ はスカラー $\}$
  (a) スパンブイ　イコール　集合　エー 1 ブイ 1　プラス　エー 2 ブイ 2　プラス　プラス　エー k ブイ k　プラス　${}^t(a_1, a_2, \cdots, a_k)$ はスカラー
  (b) The linear span of V equals the set of a sub one v sub one plus a sub one v sub one plus, and so on, plus a sub k v sub k for scalers a sub one, a sub two, and so on, a sub k
  (c) $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \cdots, v_k\}$ の張る線形空間.

(3) $p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$
  (a) ピー　イコール　ピー 1 ピー 2 ピー 3
  (b) p equals the three by one matrix p sub one, p sub two, p sub tree.
  (c) 3 次元縦ベクトル

(4) $p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}$
  (a) ピー　イコール　ピー 1 ピー 2　ピー n
  (b) p equals the three by one matrix p sub one, p sub two, and so on, p sub n.
  (c) n 次元縦ベクトル

(5) $\begin{pmatrix} \alpha & \alpha_{01} & \alpha_{02} & \cdots & \alpha_{0n} \\ 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ 0 & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \alpha_{n-1\ 1} & \alpha_{n-1\ 2} & \cdots & \alpha_{n-1\ n} \\ 0 & \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$
  (a) アルファ　アルファ01　アルファ02　アルファ$0n$　0　アルファ11　アルファ12　アルファ$1n$　0　アルファ21　アルファ22　アルファ$2n$　0　アルファエヌマイナス 11　アルファエヌマイナス 12　アルファエヌマイナス $1n$　0　アルファ$n1$　アルファ$n2$　アルファnn
  (b) The n plus one by n plus one matrix, alpha, alpha sub zero one, alpha sub zero two, and so on, alpha sub zero n, zero, alpha sub one one, alpha sub one two, and so on, alpha sub one n, zero, alpha sub two one, alpha sub two two, and so on, alpha sub two n, and so on, and so on, and so on, and so on, and so on, alpha sub n minus one one, alpha sub n minus one two, and so on, alpha sub n minus one n, alpha sub n one, alpha sub n two, and so on, alpha sub n n.

(6) $A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & a_{0n-1} & a_{0n} \\ 0 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ 0 & 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1\ n-1} & a_{n-1\ n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix}$

(a) アルファ00　アルファ01　アルファ02　アルファ0n マイナス 1　アルファ0n　0　アルファ11　アルファ12　アルファ1n マイナス 1　アルファ1n　0　0　アルファ22　アルファ2n マイナス 1　アルファ2n　0　0　0　アルファエヌマイナス 1 エヌマイナス 1　アルファエヌマイナス 1n　0　0　0　0　アルファnn

(b) A equals the n plus one by n plus one matrix, a sub zero zero, a sub zero one, a sub zero two, and so on, a sub zero n minus one, a sub zero n, zero, a sub one one, a sub one two, and so on, a sub one n minus one, a sub one n, zero, zero, a sub two two, and so on, a sub two n minus one, a sub two n, and so on, and so on, and so on, and so on, and so on, and so on, zero, zero, zero, and so on, a sub n minus one n minus one, a sub n minus one n, zero, zero, zero, and so on, zero, a sub n n.

(c) この形の行列を上三角行列という．

(7) $V_n(A, \alpha)$

(a) ブイエヌエーアルファ

(b) V sub n of A alpha

(c) n 次広義固有空間 $V_n(A, \alpha)$ を $V_n(A, \alpha) = \{x \in \mathbb{C}^n : (A - \alpha I)^n x = 0\}$ と定める．

(8) $E(A, \alpha)$

(a) イーエーアルファ

(b) E of A alpha

(c) $V_1(A, \alpha)$ のことである．

(9) $V(A, \alpha)$

(a) ブイエーアルファ

(b) V of A alpha

(c) $V(A, \alpha) = \bigcup_{n=1}^{\infty} V_n(A, \alpha) = \left\{x \in \mathbb{C}^n : \text{ある } k \text{ が存在して}, (A - \alpha I)^k x = 0\right\}$ を広義固有空間もしくは拡大固有空間という．

(10) $\mathbb{C}^n = V(A, \alpha_1) \oplus V(A, \alpha_2) \oplus \cdots \oplus V(A, \alpha_r)$

(a) シーエヌ　イコール　ブイエーアルファ1　直和ブイエーアルファ2　直和ブイエーアルファr

(b) bold capital C equals the direct sum of V of A alpha sub one, V of A alpha sub two, and so on, V of A alpha sub n.

(c) (複素)$n \times n$ 行列 A の固有値を $\alpha_1, \cdots, \alpha_r$ とする．このとき，広義固有空間分解 $\mathbb{C}^n = V(A, \alpha_1) \oplus V(A, \alpha_2) \oplus \cdots \oplus V(A, \alpha_r)$ が成立する．

(11) $\varphi_A(t)$

(a) (スモール) ファイエーティー

(b) phi sub A of t

(c) A を正方行列とする．$P(A) = 0$ となる 0 ではない次数最小の多項式 $P(t)$ を A の最小多項式という．これを $\varphi_A(t)$ と書く．

(12) $\Phi_A(t)$

(a) (ラージ) ファイエーティー

(b) Capital phi sub A of t

(c) 固有多項式はここでは，$\Phi_A(t)$ と表すことにする．

(13) $P^{-1}AP$

(a) ピーインバースエーピー

(b) The inverse of P A P

(c) A と $P^{-1}AP$ は互いに相似の関係にある．

(14) $$\begin{pmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_n \end{pmatrix}$$

(a) ベータ 1　0　0　0　0　ベータ 2　0　0　0　0　ベータ 3　0　0　0　0　ベータエヌ

(b) The n times n matrix, beta sub one, zero, zero, and so on, zero, zero, beta sub two, zero, and so on, zero, zero, zero, beta sub three, and so on, zero, and so on, and so on, and so on, and so on, and so on, zero, zero, zero, and so on, beta sub n.

(c) 対角行列

(15) $A_1 \oplus A_2 \oplus \cdots \oplus A_N$

(a) エー 1　直和　エー 2　直和　直和　エー N

(b) A sub one, A sub two, and so on, A sub N. ??

(c) 行列の直和

(16) $$\begin{pmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_N \end{pmatrix}$$

(a) エー 1　エー 2　エー N

(b) The direct sum of A sub one, A sub two, and so on, A sub N equals A sub one, A sub two, and so on, A sub N. ??

(c) $A_1, A_2, \cdots, A_N$ をサイズが必ずしも同じではない正方行列とする．行列の直和 $A_1 \oplus A_2 \oplus \cdots \oplus A_N$ を

$$A_1 \oplus A_2 \oplus \cdots \oplus A_N = \begin{pmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_N \end{pmatrix}$$

と定める．ただし，空白は 0 が入っているとする．

(17) $J(\alpha, n) = \alpha E + \{\delta_{i,j-1}\}_{i,j=1,2,\cdots,n}$

(a) ジェー　アルファ　エヌ　イコール　アルファ　イー　プラス　行列　デルタ　アイ　ジェーマイナス 1　アイ　ジェー　イコール　1, 2　n

(b) J of alpha n equals alpha E plus the

(c) ジョルダン細胞

(18) $P^{-1}AP = J(\alpha_1, n_1) \oplus J(\alpha_2, n_2) \oplus \cdots \oplus J(\alpha_k, n_k)$

(a) ピーインバースエーピー　イコール　ジェーアルファ1 エヌ 1　ジェーアルファ2 エヌ 2　ジェーアルファケーエヌケー

(b) The inverse of P A P equals the direct sum of J of alpha sub one n sub one, J of alpha sub two n sub two, and so on, and J of alpha sub k n sub k.

(c) ジョルダン標準形への変形

19.2. 2 次曲線，2 次曲面.

(1) $x^2 + y^2 = a^2$
  (a) エックス 2 乗プラスワイ 2 乗イコールエー 2 乗
  (b) x squared plus y squared equals a squared
  (c) 中心が $(0, 0)$ で半径 a の円の方程式をこのように表す.

(2) $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = a^2$
  (a) エックスマイナスエックスゼロ 2 乗プラスワイマイナスワイゼロ 2 乗イコールエー 2 乗
  (b) x minus x sub zero squared plus y minus y sub zero squared equals a squared.
  (c) 中心が (x_0, y_0) で半径 a の円の方程式をこのように表す.

(3) $xy = a$
  (a) エックスワイイコールエー
  (b) x y equals a
  (c) グラフ
    $a > 0$ のとき,
    $a < 0$ のとき,

(4) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = b$
  (a) ルートエックスプラスルートワイイコールビー
  (b) The square root of x plus the square root of y equals b.
  (c) 放物線を表す.

(5) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$
  (a) エー 2 乗分のエックス 2 乗プラスビー 2 乗分のワイ 2 乗イコール 1
  (b) x squared over a squared plus y squared over b squared equals one
  (c) 楕円を表す.

(6) $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$
  (a) エー 2 乗分のエックス 2 乗マイナスビー 2 乗分のワイ 2 乗イコール 1
  (b) x squared over a squared minus y squared over b squared equals one
  (c) 両座標軸に対称で，$(\pm a, 0)$ と $(0, \pm b)$ を通る楕円をこのように表す.

(7) $y = ax^2$
  (a) ワイイコールエーエックスの 2 乗
  (b) y equals a x squared.
  (c) 放物線の方程式.

(8) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$
  (a) エックス 3 乗　プラス　ワイ 3 乗　マイナス　3 エーエックスワイ　イコール　ゼロ
  (b) x cubed plus y cubed minus three a x y equals 0
  (c) デカルトの葉形の方程式

(9) $ax + by + cz = d$
  (a) エーエックスプラスビーワイプラスシーゼットイコールディー
  (b) a x plus b y plus c z equals d.
  (c) 座標空間の平面の方程式.

(10) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$
  (a) エー 2 乗分のエックス 2 乗プラスビー 2 乗分のワイ 2 乗プラスシー 2 乗分のゼット 2 乗イコール 1
  (b) x squared over a squared plus y squared over b squared plus z squared over c squared equals one
  (c) 楕円球の方程式.

(11) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1$

(a) エー 2 乗分のエックス 2 乗プラスビー 2 乗分のワイ 2 乗マイナスシー 2 乗分のゼット 2 乗イコール
(b) x squared over a squared plus y squared over b squared minus z squared over c squared equals one
(c) 双曲楕円面の方程式.

(12) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
(a) エー 2 乗分のエックス 2 乗マイナスビー 2 乗分のワイ 2 乗マイナスシー 2 乗分のゼット 2 乗イコール 1
(b) x squared over a squared minus y squared over b squared minus z squared over c squared equals one
(c) 2 葉双曲面の方程式.

(13) $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$
(a) ゼットイコールエー 2 乗分のエックス 2 乗プラスビー 2 乗分のワイ 2 乗
(b) z equals x squared over a squared plus y squared over b squared.
(c) 放物楕円面の方程式.

(14) $z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$
(a) ゼットイコールエー 2 乗分のエックス 2 乗マイナスビー 2 乗分のワイ 2 乗
(b) z equals x squared over a squared minus y squared over b squared.
(c) 放物双曲面の方程式.

(15) $M \to G$
(a) エム　右作用　ジー
(b) ??
(c) $m \cdot e_G = m$, $(m \cdot g_1) \cdot g_2 = m \cdot (g_1 g_2)$ を満たす写像 $M \times G \to M$ を右 (からの) 作用という.

Part 8. 確率，統計

20. 確率

(1) $3!$
  (a) 3 の階乗
  (b) the factorial of 3
  (c) $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$ である．

(2) $n!$
  (a) n の階乗
  (b) the factorial of n
  (c) $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$ である．

(3) $n!!$
  (a) n の 2 重階乗
  (b) the double factorial of n
  (c) $n = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，

$$n!! = \begin{cases} 1 & (n = 0 \text{ のとき}) \\ n \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 1 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ n \cdot (n-2) \cdots 4 \cdot 2 & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases} \tag{20.1}$$

と定める．

(4) ${}_n\mathrm{C}_r$
  (a) シー　エヌ　アール
  (b) (i) n choose r
    (ii) n C r
    (iii) combination of choosing k objects out of n
    (iv) combination of k objects out of n
  (c) 本当はエヌシーアールと読みたいところであるが，英語の発音から，この順番で読むことにする．

(5) ${}_n\mathrm{P}_r$
  (a) ピー　エヌ　アール
  (b) (i) n P r
    (ii) permutation of choosing r objects out of n
    (iii) permutation of r objects out of n
  (c) 本当はエヌ　ピー　アールと読みたいところであるが，英語の発音から，この順番で読むことにする．並べ替えの方には n choose r の様な読み方はありません

20.1. 事象と確率.

(1) $\emptyset$
  (a) 空事象
  (b) (i) empty set
    (ii) null set
  (c) 該当する事象が何もないことを表す.
(2) $n(A)$
  (a) エヌエー
  (b) n A
  (c) A に該当する元の数を表す.
(3) $\sharp A$
  (a) シャープエー
  (b) (i) the number of the set A
    (ii) the number of A
  (c) $n(A)$ と同義語
(4) $a \in A$
  (a) エー属するエー
  (b) (i) a is in A
    (ii) a in A
    (iii) a belongs to A
    (iv) a belonging to A
  (c) a が事象 A に該当することを表す.
(5) $a \notin A$
  (a) エー属さないエー
  (b) a is not in A, a not in A, a does not belong to A, a not belonging to A
  (c) a が事象 A に該当しないことを表す.
(6) $A \cap B$
  (a) エーかつビー
  (b) A intersection B, intersection of A and B, A cap B
  (c) A と B が同時に起きるという事象を表す.
(7) $A \cap B \cap C$
  (a) エーかつビーかつシー
  (b) (i) A intersection B intersection C
    (ii) intersection of A, B, and C
    (iii) A cap B cap C
  (c) A と B と C が同時に起きるという事象を表す.
(8) $A \cup B$
  (a) エーまたはビー
  (b) (i) A union B
    (ii) union of A and B
    (iii) A cup B
  (c) A か B の少なくとも一方 (両方でもよい) が起きるという事象を表す.
(9) $A \cup B \cup C$
  (a) エーまたはビー
  (b) (i) A union B union C
    (ii) union of A, B, and C
    (iii) A cup B cup C
  (c) A か B か C の少なくとも一方 (両方でもよい) が起きるという事象を表す.
(10) $A \subset B$
  (a) (i) エーならばビー
    (ii) エーのときはビー

(iii) エー含まれるビー

(b) (i) A contained in B

(ii) A implies B

(c) A が起きれば，B が起きることを表す.

(11) $A \supset B$

(a) エー含むビー

(b) A includes B

(c) B が起きれば，A が起きることを表す.

(12) $\overline{A}$

(a) エーバー

(b) (i) A bar

(ii) complement of A

(c) A が起きないという事象を表す.

(13) A^c

(a) エーシー

(b) complement of A

(c) $\overline{A}$ は A^c と表す場合もある．英語読みでは，エーシーとは普通読まない.

(14) $A \times B$

(a) エー　かける　ビー

(b) A times B

(c) A と B の事象を並べて得られる事象である.

(15) $P(A)$

(a) ピーエー

(b) (i) probability of A

(ii) probability A

(iii) probability of the event A

(iv) probability of an event A

(c) A が起きる確率を表す.

(16) $P(A \cup B)$

(a) ピーエーまたはビー

(b) probability of A union B

(c) A か B が起きる確率を表す.

20.2. 統計.

(1) $E[X], E(X)$
  (a) イー　エックス
  (b) (i) expectation of X
    (ii) E X
  (c) 確率変数 X の期待値を表す.

(2) $V[X], V(X)$
  (a) ブイ　エックス
  (b) (i) variance of x
    (ii) V x
  (c) 確率変数 X の分散を表す.

(3) $\sigma[X], \sigma(X)$
  (a) シグマエックス
  (b) (i) standard deviation of x
    (ii) sigma x
  (c) 確率変数 X の標準偏差を表す.

(4) σ_{XY}
  (a) シグマ　エックス　ワイ（共分散）
  (b) (i) covariance of X and Y
    (ii) sigma X Y
  (c) $\sigma_{XY} = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$ で与えられる.

(5) r_{xy}
  (a) アール　エックス　ワイ（相関係数）
  (b) (i) correlation (coefficient) of x and y
    (ii) r x y
  (c) 相関係数が 1 に近いと，正の相関係数を表す．相関係数が -1 に近いと，負の相関係数を表す．相関係数が 0 に近いと，相関関係がないことを表す.

(6) $B(n, p)$
  (a) ビーエヌピー
  (b) (i) binomial distribution with paramters n and p
    (ii) B n p
  (c) 確率 p でおきる試行を n 回繰り返したときの 2 項分布を表す.

(7) $N(m, \sigma^2)$
  (a) エヌエムシグマ 2 乗
  (b) (i) normal distribution with mean m and variance sigma squared
    (ii) N m sigma suqared
  (c) 平均 m で標準偏差 σ の正規分布を表す.

(8) χ^2-分布
  (a) カイにじょうぶんぷ
  (b) chi square distribution
  (c) $X_1, X_2, \cdots, X_n$ を独立同分布の標準正規分布とするとき，${X_1}^2 + {X_2}^2 + \cdots + {X_n}^2$ の分布を自由度 n の χ^2-分布という.

(9) $\mathrm{Po}(\lambda)$
  (a) ポアソンラムダ
  (b) the poisson distribution with parameter lambda
  (c) $\mathbb{Z}_+$ に値をとる確率変数 X で，$P(X = n) = \dfrac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}$ となるものをパラメータ λ のポアソン分布という.

Part 9. 常微分方程式，ラプラス変換

21. 常微分方程式

21.1. 常微分方程式の形.

(1) $y' = f(x, y)$
  (a) ワイダッシュ　イコール　エフエックスワイ
  (b) (i) y prime equals f x y
    (ii) y prime equals f of x y
  (c) 1 回微分方程式の形である．一般にこの方程式は具体的に解けるというわけではないが，実際的な多くの場合は解の存在が保障される．

(2) $y' = f(x)g(y)$
  (a) ワイダッシュ　イコール　エフエックスジーワイ
  (b) (i) y prime equals f x times g y
    (ii) y prime equals f of x times g of y
  (c) この形の微分方程式を変数分離形という．

(3) $y' = y$
  (a) ワイダッシュ　イコール　ワイ
  (b) y prime equals y
  (c) 変数分離形の方程式の例．ちなみに，解は $y = Ce^x$ である．C は定数で，微分方程式の場合は任意定数という．

(4) $y' = a(x)y$
  (a) ワイダッシュ　イコール　エーエックスワイ
  (b) (i) y prime equals a x times y
    (ii) y prime equals a of x times y
  (c) 変数分離形の方程式の例．ちなみに，解は $y = C \exp\left(\int a(x)\,dx\right)$ である．

(5) $f'(x) = f(x)$
  (a) エフダッシュエックス　イコール　エフエックス
  (b) (i) f prime of x equal f of x
    (ii) f prime of x equal f x
  (c) 変数分離形の方程式の例．解法は $y' = y$ と同じである．

(6) $y'' + ay' + by = 0$
  (a) ワイダッシュダッシュ　プラス　エーワイダッシュプラス　ビーワイ　イコール　ゼロ
  (b) (i) y double prime plus a y prime plus b y equals zero
    (ii) second derivative of y plus a derivative of y plus b y equals zero
    (iii) the second derivative of y plus a the derivative of y plus b y equals zero
  (c) a, b が定数の時に，2 階線形定数係数微分方程式という．この方程式の解の公式は重要である．

(7) $y'' + ay' = 0$
  (a) ワイダッシュダッシュ　プラス　エーワイ　イコール　ゼロ
  (b) (i) y double prime plus a y equals zero
    (ii) second derivative of y plus a derivative of y equals zero
    (iii) the second derivative of y plus a the derivative of y equals zero
  (c) $b = 0$ の場合の微分方程式．解は $y = C_1 + C_2 e^{-ax}$ と表される．

(8) $y''' + ay'' + by' + cy = 0$
  (a) ワイダッシュダッシュダッシュ　プラス　エーワイダッシュダッシュ　プラス　ビーワイダッシュ　プラス　シーワイ　イコール　ゼロ
  (b) (i) third derivative of y plus a y double prime plus b y prime plus c y equals zero

(ii) the third derivative of y plus a y double prime plus b y prime plus c y equals zero

(iii) third derivative of y plus a second derivative of y plus b derivative of y plus b y equals zero

(iv) the third derivative of y plus a the second derivative of y plus b the derivative of y plus b y equals zero

(c) a, b, c が定数の時に，3 階線形定数係数微分方程式という．この方程式の解の公式は重要である．y''' は y triple prime とは言わない．

(9) $\dfrac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

(a) ディーディーティーエックスワイ　イコール　エービーシーディーエックスワイ

(b) d d t (time derivative of) (vector) x y equals (matrix) a b c d times (vector) x y

(c) 定数係数の連立方程式の表し方．解の公式は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \exp\left(t\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix}$$

である．

21.2. **ラプラス変換.**

(1) $\mathcal{L}f$
  (a) ラプラス変換エフ，エフのラプラス変換
  (b) (i) Laplace trnasform of f
    (ii) The Laplace transform of f
    (iii) The Laplace transform for f
    (iv) L f
(2) $\mathcal{L}^{-1}F$
  (a) ラプラス逆変換エフ，エフのラプラス逆変換
  (b) (i) inverse Laplace transform of f
    (ii) The Laplace transform of f
    (iii) The Laplace transform for f
    (iv) L inverse f
(3) $\mathcal{L}f(t)$
  (a) ラプラス変換エフ，エフのラプラス変換
  (b) (i) Laplace trnasform of f at t
    (ii) The Laplace transform of f of t
    (iii) The Laplace transform for f of t
    (iv) L f of t
  (c) $\mathcal{L}f(t) = \int_0^\infty f(p)e^{-tp}\,dp$ で与えられる.
(4) $\mathcal{L}^{-1}F(t)$
  (a) ラプラス逆変換エフ，エフのラプラス逆変換
  (b) inverse Laplace transform of f (at t)/ The Laplace transform of F of t/ The Laplace transform for F of t/ L inverse F of t

Part 10. 代数

22. 群論

22.1. 無限群，リー群.

(1) $GL_2(\mathbb{R})$
  (a) ジーエル 2 アール
  (b) G L two R
  (c) 2 次実可逆行列の全体
(2) $GL_n(\mathbb{R})$
  (a) ジーエル n アール
  (b) G L n R
  (c) n 次実可逆行列の全体
(3) $GL_2(\mathbb{C})$
  (a) ジーエル 2 シー
  (b) G L two C
  (c) 2 次複素可逆行列の全体
(4) $GL_n(\mathbb{C})$
  (a) ジーエル n シー
  (b) G L n C
  (c) n 次複素可逆行列の全体
(5) $O_n(\mathbb{R})$, O_n
  (a) オーエヌアール，オーエヌ
  (b) O n R, O n
  (c) n 次直交行列の全体
(6) $SO_n(\mathbb{R})$, SO_n
  (a) エスオーエヌアール，エスオーエヌ
  (b) S O n R, S O n
  (c) n 次直交行列で行列式が 1 であるものの全体
(7) $U_n(\mathbb{R})$, U_n
  (a) ユーエヌアール，ユーエヌ
  (b) U n R, U n
  (c) n 次ユニタリー行列の全体
(8) $SU_n(\mathbb{R})$, SU_n
  (a) エスユーエヌアール，エスユーエヌ
  (b) S U n R, S U n
  (c) n 次ユニタリー行列で行列式が 1 であるものの全体
(9) $O(1,m)$
  (a) オー　1　エム
  (b) O $1m$
  (c) $\mathcal{E} = \mathrm{diag}(-1,1,1,\cdots,1)$ として，$A\mathcal{E}{}^tA\mathcal{E} = E$ を満たす $m+1$ 次正方行列の全体を表す．これをローレンツ群という．
(10) $O^+(1,m)$
  (a) オー　プラス　1　エム
  (b) O plus $1m$
  (c) $\mathcal{E} = \mathrm{diag}(-1,1,1,\cdots,1)$ として，$A\mathcal{E}{}^tA\mathcal{E} = E$, $a_{11} > 0$ を満たす $m+1$ 次正方行列 $A = \{A_{ij}\}_{i,j=1,2,\cdots,m+1}$ の全体を表す．
(11) $[A,B]$
  (a) ブラケット　エー　ビー
  (b) the commutator A B
  (c) $[A,B] = AB - BA$.

(12) (a)
(b)
(c)
(13) (a)
(b)
(c)
(14) (a)
(b)
(c)

22.2. **有限群.**

(1) $|G|$
  (a) ジーの位数
  (b) the number of G
  (c) 群 G の元の数
(2) S_n
  (a) エスエヌ
  (b) (i) symmetric group of order n
    (ii) symmetric group of degree n
  (c) n 文字の入れ替え全体のなす群を対称群という.
(3) A_n
  (a) エーエヌ
  (b) (i) alternating group of order n
    (ii) alternating group of degree n
  (c) n 文字の入れ替え全体のなす群で偶数個の互換として表される置換を対称群という.
(4) (a, b)
  (a) エービー
  (b) transposition a b, two-cycle a b
  (c) 文字 a, b を入れ替えて得られる置換をこのように表す.
(5) $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$
  (a) エー 1　エー 2　エーエヌ
  (b) cycle a one a two dot dot dot a n, n-cycle a one a two dot dot dot a n
  (c) 文字 a_1 を a_2 に，文字 a_2 を a_3 に，$\cdots$，文字 a_{n-1} を a_n に，文字 a_n を a_1 に入れ替える置換をこのように表す.

22.3. **群の作用.**

(1) E/F
  (a) イーオーバーエフ
  (b) (i) E over F
    (ii) E quotient F
    (iii) E quotiented by F
  (c) いろいろな意味がある.
    (i) F が群 E の部分群．さらに，F が E の正規部分群のときは，E/F で商群を表す．を表す.
    (ii) F が可換環 E の部分環のときは，E/F は商環を表す.
    (iii) F が体 E の部分体のときは，E は F の拡大という.
(2) $E \sim F$, $E \simeq F$, $E \approx F$
  (a) イー　同形　エフ
  (b) E is isomorphic to F
  (c) 代数的に同じ性質なものはこのように同型の記号で結び同じとみなす.
(3) $\mathrm{Hom}_A(R_1, R_2)$
  (a) ホムエーアール 1 アール 2
  (b) the set of all A-module homomorphisms from R one into R two
  (c) R_1 から R_2 への写像で，R_1, R_2 の代数的な演算を保つものを準同型といい，その全体を $\mathrm{Hom}_A(R_1, R_2)$ と表す.
(4) G/H
  (a) ジーオーバーエイチ
  (b) G over H
  (c) G を H の作用で割ったもの．H が G の正規部分群なら，G/H も群構造を持つ.
(5) $(G : H)$
  (a) ジーエイチ
  (b)
  (c) G/H の位数
(6) G ? H
  (a) G 正規 H
  (b)
  (c) H が $g^{-1}Hg = H$ をすべての $g \in G$ に対して満たしているときに，このように表す.
(7) $G \cdot x$
  (a) ジードットエックス
  (b)
  (c) 群 G が集合 X に左から作用しているとする．このとき，$x \in X$ に対して，$G \cdot x = \{g \cdot x : g \in G\}$ と定める.
(8) G_x
  (a) ジーエックス
  (b) G sub x
  (c) 群 G が集合 X に左から作用しているとする．このとき，$x \in X$ に対して，$G_x = \{g \in G : g \cdot x = x\}$ と定める．これを x の等方部分群という.
(9) $C_G(x)$
  (a) シージーエックス
  (b) C sub G of x
  (c) 群 G の元 x に対して，$C_G(x) = \{g \in G : gx = xg\}$ と定める.
(10) $Z(G)$
  (a) ゼットジー
  (b)
  (c) 群 G に対して，$Z(G) = \bigcap_{x \in X} C_G(x)$ と定める.

(11) $N_G(M)$
  (a) エヌジーエム
  (b) N sub G of M
  (c) 群 G の部分集合 M に対して，$N_G(M) = \{g \in G : g^{-1}Mg = M\}$ と定める．
(12) $[x, y]$
  (a) エックス　ワイの交換子，交換子　エックス　ワイ
  (b) The commutator of x and y
  (c) $[x, y] = xyx^{-1}y^{-1}$ である．
(13) $[H_1, H_2]$
  (a) エイチ 1　エイチ 2 の交換子群
  (b) The commutator of H sub one and H sub two
  (c) H_1, H_2 を G の部分群とする．$[x, y]$, $x \in H_1$, $y \in H_2$ の生成する群を $[H_1, H_2]$ と表す.
(14) $\varprojlim G_i$
  (a) 逆極限ジーアイ
  (b)
  (c)
(15) (a)
  (b)
  (c)

23. 初等整数論

(1) $a \equiv b \mod p$
  (a) エー　合同　ビー　モドピー
  (b) a is equivalent to b modulo p.
  (c) $a-b$ が p の倍数のとき，このように表す.

(2) $\left(\dfrac{a}{p}\right)$
  (a) エーピー
  (b)
  (c) ルジャンドルの記号

$$\left(\frac{a}{p}\right) = \begin{cases} 1 & (x^2 \equiv a \pmod p \text{ となる } x \text{ が存在するとき}) \\ -1 & (x^2 \equiv a \pmod p \text{ となる } x \text{ が存在しないとき}) \end{cases}$$

と定義される．二項係数 $\dbinom{a}{b}$ とは違うので，気を付けよう.

(3) $J\left(\dfrac{a}{m}\right)$
  (a) ジェーエーエム
  (b)
  (c) $m = p_1 p_2 \cdots p_k$ と素因数分解すると，ヤコビ記号 $J\left(\dfrac{a}{m}\right)$ は

$$J\left(\frac{a}{m}\right) = \left(\frac{a}{p_1}\right)\left(\frac{a}{p_2}\right)\cdots\left(\frac{a}{p_k}\right)$$

で定義される.

24. ガロア理論

(1) L/K
  (a) エルオーバーケー
  (b) L over K
  (c) 体 L は K の拡大であることを意味している．
(2) $[L:K]$
  (a) エルのケー上の拡大次数
  (b)
  (c) 体 L は K の拡大であるとき，K-線形空間としての L の次元をこのように表す．
(3) $K^\star$, $K^\times$
  (a) ケースター　ケーバツ
  (b)
  (c) $K \setminus \{0\}$ は群になるので，このような記号で表す．
(4) $K(\sqrt{\alpha})$
  (a) ケールートアルファ
  (b)
  (c) K に $\sqrt{\alpha}$ を加えて得られる体，つまり K と $\sqrt{\alpha}$ を含む最小の体．
(5) $\mathbb{Q}[X]$
  (a) キューエックス
  (b)
  (c) $\mathbb{Q}$ 係数の多項式全体
(6) $\overline{\mathbb{Q}}$
  (a) キューバー
  (b) the algebraic closure of Q.
  (c) $\mathbb{Q}$ の代数閉包，つまり $\overline{\mathbb{Q}} = \{y \in \mathbb{C} : y$ は $\mathbb{Q}$ 上代数的 $\}$ と定められる．
(7) $E \simeq F$
  (a) イー同型エフ
  (b) E is isomorphic to F
  (c) 体の同型を表す．
(8) $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
  (a) ゼットオーバーエヌゼット
  (b) Z over n Z
  (c) 「n の倍数のずれを無視した」$\mathbb{Z}$ の集合
(9) $\mathbb{F}_p$
  (a) エフピー
  (b)
  (c) p 個の元からなる体，同型を除いて一意的に決まるので，このように表して構わない．$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ と同じことである．
(10) $\mathbb{F}_q$
  (a) エフキュー
  (b)
  (c) q 個の元からなる体，同型を除いて一意的に決まるので，このように表して構わない．自然数 k を用いて $q = p^k$ と表される場合に限り，$\mathbb{F}_q$ が意味を持つ．$a \in \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ として，$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$-係数の多項式 $X^{k+1} - 1$ の分解体である．
(11) $\mathcal{O}$
  (a) オー
  (b) O
  (c) 有理整数環と呼ばれる．$\mathcal{O} = \{v \in \mathbb{C} : v$ はモニックな整数係数多項式の解 $\}$ で与えられる．
(12) $K[X_1, X_2, \cdots, X_n]$
  (a) ケーエックス 1　エックス 2　エックスエヌ

(b)
(c) K 係数の $X_1, X_2, \cdots, X_n$ を変数 (不定元) とした多項式の全体のなす集合

(13) $K[X]$
(a) ケーエックス
(b)
(c) K 係数の X を変数 (不定元) とした多項式の全体のなす集合

(14) $K(X)$
(a) ケーエックス
(b)
(c) K 係数の X を変数 (不定元) とした有理式の全体のなす集合

(15) $K(X_1, X_2, \cdots, X_n)$
(a) ケー　エックス 1 エックス 2　エックスエヌ
(b)
(c) K 係数の $X_1, X_2, \cdots, X_n$ を変数 (不定元) とした多項式の全体のなす集合

(16) $K(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$
(a) ケー　アルファ1 アルファ2　アルファエヌ
(b)
(c) $K(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ の各多項式に $(X_1, X_2, \cdots, X_n) = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$ を代入して得られる数全体のこと.

(17) $K[\alpha]$
(a) ケー　アルファ
(b)
(c) $K[X]$ の各多項式に $X = \alpha$ を代入して得られる数全体のこと.

(18) $K(\alpha)$
(a) ケー　アルファ
(b)
(c) $K(X)$ の各有理式に $X = \alpha$ を代入して得られる数全体のこと.

(19) $\mathrm{char}(K)$
(a) キャラクタリスティックケー
(b)
(c) $\mathrm{char}(K) = \inf(\{n \in \mathbb{N} : n \cdot 1 = 0\} \cup \{\infty\})$ で与えられる.

(20) $\mathrm{Im}(\varphi)$
(a) イメージファイ
(b) image of phi
(c) $\varphi : E \to F$ を体の間の準同型とするとき,

$$\mathrm{Im}(\varphi) = \{\varphi(z) \in F : z \in E\}$$

で与えられる.

(21) $\mathrm{Ker}(\varphi)$
(a) カーネルファイ
(b) kernel of phi
(c) $\varphi : E \to F$ を体の間の準同型とするとき,

$$\mathrm{Ker}(\varphi) = \{z \in E : \varphi(z) = 0_F\}$$

で与えられる.

(22) L^H
(a) エルエイチ
(b)
(c) H を $\mathrm{Aut}(L)$ の部分群とするとき,

$$L^H = \bigcap_{\varphi \in H} \{x \in L : \varphi(x) = x\}$$

で与えられる.

(23) $[L:K]_s$
  (a) エルのケー上の分離拡大次数
  (b)
  (c) $L \supset M \supset K$ となる K の分離拡大体 M を用いて考えられる値 $[M:K]$ の最大値
(24) $[L:K]_i$
  (a) エルのケー上の純非分離拡大次数
  (b)
  (c) $L \supset M \supset K$ となる K の純非分離拡大体 M を用いて考えられる値 $[M:K]$ の最大値
(25) $\mathrm{Aut}(L/K)$
  (a) オート　エルオーバーケー
  (b)
  (c) K を保つ L 上の同型のこと．
(26) $\mathrm{Gal}(L/K)$
  (a) ガロアエルオーバーケー
  (b)
  (c) 体 K は L の拡大であるとき，K を保ったまま，L 上の同型をこのように表す．
(27) L_1L_2
  (a) エルワンエルツー
  (b) L sub one L sub two
  (c) L_1, L_2 を L/K の中間体とするとき，L_1, L_2 を含む最小の体を L_1L_2 と表す．
(28) D_8
  (a) ディー 8
  (b) D 8
  (c) $\mathbb{Q}$-係数多項式 x^4-2 の分解体のガロア群，8 個の元からなる群のうち非可換なもの (同型を除いて一意的に決まる)
(29) $\mathcal{O}_K$
  (a) オーケー
  (b) O sub K
  (c) $K \subset \overline{\mathbb{Q}}$ とする．$\mathcal{O}_K = \mathcal{O} \cap K$ と定める．これを K の整数環という．
(30) $D(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)$
  (a) ディー　シータ 1　シータ 2　シータ n
  (b) D of theta sub one, theta sub two, and so on, theta sub n.
  (c) K を $\mathbb{Q}$ 上の n 次の代数体とするとき，各 $\theta \in K$ に対して，K 上の n 個の共役が考えられるが，それを $\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \cdots, \theta^{(n)}$ として，

$$D(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n) = \det\{\theta_i^{(j)}\}_{i,j=1,\cdots,n}$$

  と定める．
(31) D_K
  (a) ディーケー
  (b) D sub K
  (c) $D(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n) > 0$ となる代数的整数 $\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n$ を用いて $D(\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_n)$ を考える．考えうる値の最小値を D_K と表す．D_K は K の判別式と呼ばれる．
(32) $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^*$, $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$
  (a) ゼットオーバーエヌゼットスター　ゼットオーバーエヌゼットバツ
  (b) Z over n Z star
  (c) $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^* = (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \setminus \{0\}$ である．
(33) V_4
  (a) ブイ 4
  (b) V four
  (c)
(34) (a)

(b)
(c)
(35) (a)
(b)
(c)
(36) (a)
(b)
(c)
(37) (a)
(b)
(c)

25. ホモロジー代数

(1) $\mathrm{Im}(f)$
  (a) イメージ　エフ
  (b) image of f
  (c) f の像，値域
(2) $\mathrm{Ker}(f)$
  (a) カーネル　エフ
  (b) kernel of f
  (c) f の核
(3) $\mathrm{Coim}(f)$
  (a) コイメージ　エフ
  (b) coimage of f
  (c) f の余像，$f : M \to N$ を加群の間の準同型とするとき，$\mathrm{Coim}(f) = M/\mathrm{Ker}(f)$ で与えられる．
(4) $\mathrm{Coker}(f)$
  (a) コカーネル　エフ
  (b) cokernel of f
  (c) f の余核，$f : M \to N$ を加群の間の準同型とするとき，$\mathrm{Coker}(f) = N/\mathrm{Im}(f)$ で与えられる．
(5) $M_1 \overset{\mathrm{f_1}}{\to} M_2 \overset{\mathrm{f_2}}{\to} M_3 \overset{\mathrm{f_3}}{\to} M_4$
  (a)
  (b) M sub one
    M sub two
    M sub three
    M sub four
  (c) $f_1 : M_1 \to M_2$ $f_2 : M_2 \to M_3$ $f_3 : M_3 \to M_4$
(6) $0 \to M_1 \overset{f}{\to} M_2$
  (a) ゼロ　から　エム 1　エフ　から　エム 2
  (b) M sub one
    M sub two
  (c) 加群の間の準同型，これが完全であることと，$f : M_1 \to M_2$ が単射であることは同値である．
(7) $M_1 \overset{f}{\to} M_2 \to 0$
  (a) エム 1　エフ　から　エム 2　から　ゼロ
  (b) M sub one
    M sub two
  (c) 加群の間の準同型，これが完全であることと，$f : M_1 \to M_2$ が全射であることは同値である．
(8) 可換図式の読み方
  (a)
  (b)
  (c)
(9) $M_1 \oplus M_2$
  (a) エム 1 直和エム 2
  (b) the direct sum of M sub one and M sub two
  (c) 加群の直和
(10) $\oplus_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$
  (a) 直和ラムダ属する (ラージ) ラムダ　エムラムダ
  (b) the direct sum over lambda in capital lambda of M sub lambda
  (c) 加群の直和，0 でないものは有限個しか認めていない．
(11) $\prod_{\lambda \in \Lambda} M_\lambda$

(a) 直積ラムダ属する (ラージ) ラムダ　エムラムダ
(b) the direct product over lambda in capital lambda of M sub lambda
(c) 加群の直積，自由に元を並べて構わない.

(12) $\varinjlim M_\lambda$
(a) 直極限エムラムダ
(b) the direct limit of M sub lambda
(c) 直極限

(13) $\varprojlim M_\lambda$
(a) 逆極限エムラムダ
(b) the inverse limit of M sub lambda
(c) 逆極限

(14) $\mathrm{Hom}_R(M, N)$
(a) ホム　アール　エム　エヌ
(b)
(c) M から N への R-準同型

(15) $M \otimes N$
(a) エムテンソルエヌ
(b) the tensor product of M and N
(c) M と N のテンソル積

(16) $\partial_n : X_n \to X_{n-1}$
(a) ラウンドエヌ　エックスエヌ　から　エックスエヌ
(b) round n mapping from X n to X n minus one
(c) 鎖複体に現れる n 番目の準同型

(17) $d^n : X^n \to X^{n+1}$
(a) ディーエヌ　エックスエヌ　から　エックスエヌ
(b) d n mapping from X n to X n plus one
(c) 双対鎖複体に現れる n 番目の準同型

(18) $Z_n(X)$
(a) ゼットエヌ　エックス
(b)
(c) n 次輪体の全体，n 次輪体加群

(19) $B_n(X)$
(a) ビーエヌ　エックス
(b)
(c) n 次境界輪体の全体，n 次境界加群

(20) $H_n(X)$
(a) エイチエヌ　エックス
(b)
(c) n 次ホモロジー加群

(21) $Z^n(X)$
(a) ゼットエヌ　エックス
(b)
(c) n 次双対輪体の全体，n 次双対輪体加群

(22) $B^n(X)$
(a) ビーエヌ　エックス
(b)
(c) n 次双対境界輪体の全体，n 次双対境界輪体加群

(23) $H^n(X)$
(a) エイチエヌ　エックス
(b)
(c) n 次コホモロジー加群

(24) $H_n(X, A)$
  (a) エイチエヌ　エックス　エー
  (b)
  (c) $H_n(X, A) = H_n(X \times A)$ と定めて，これを R 加群 A に係数を持つ X の n 次ホモロジー加群という．

(25) $H^n(X, A)$
  (a) エイチエヌ　エックス　エー
  (b)
  (c) $H^n(X, A) = H^n(\mathrm{Hom}_R(X, A))$ と定めて，これを R 加群 A に係数を持つ X の n 次コホモロジー加群という．

(26) $\mathrm{Tor}(A, B)$
  (a) トージョン　エービー
  (b) torsion of A and B
  (c) $0 \to R \xrightarrow{i} P \xrightarrow{p} B \to 0$ が完全系列となるように自由化群 R, P をとる．このとき，

$$0 \to \mathrm{Ker}(1 \otimes i) \to A \otimes_R \overset{1\otimes i}{\to} A \times_{\mathbb{Z}} P \overset{1\otimes p}{\to} A \otimes_{\mathbb{Z}} B \to 0$$

は完全となる．そこで，$\mathrm{Tor}(A, B) = \mathrm{Ker}(1 \otimes i)$ と定める．

(27) $\mathrm{Ext}(B, A)$
  (a) エクステンション　ビーエー
  (b)
  (c) $0 \to R \xrightarrow{i} P \xrightarrow{p} B \to 0$ が完全系列となるように自由化群 R, P をとる．このとき，

$$0 \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(B, A) \xrightarrow{p^\sharp} \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(P, A) \xrightarrow{i^\sharp} \mathrm{Hom}_{\mathbb{Z}}(R, A) \to \mathrm{Ext}(B, A) \to 0$$

が完全となるように $\mathrm{Ext}(B, A)$ を定める．

(28) $H_n(C, N) \simeq N \otimes H_n(C, \mathbb{Z}) \oplus \mathrm{Tor}(H_{n-1}(C, \mathbb{Z}), N)$
  (a) エイチエヌシーエヌ　同型　エヌ　テンソル　エイチエヌシーゼット　プラス　トージョン　エイチエヌマイナス 1 シーゼットエヌ
  (b)
  (c) C を鎖群，N をアーベル群とする．このとき，同型

$$H_n(C, N) \simeq N \otimes H_n(C, \mathbb{Z}) \oplus \mathrm{Tor}(H_{n-1}(C, \mathbb{Z}), N)$$

が成り立つ．

(29) $H^n(C, B) \simeq \mathrm{Hom}(H_n(C, \mathbb{Z}), B) \oplus \mathrm{Ext}(H_{n-1}(C, \mathbb{Z}), B)$.
  (a) エイチエヌシービー　同型　ホムエイチエヌシーゼットエヌ　直和　エクステンションエイチエヌマイナス 1 シーゼットビー
  (b)
  (c) C を鎖群，B をアーベル群とする．このとき，同型

$$H^n(C, B) \simeq \mathrm{Hom}(H_n(C, \mathbb{Z}), B) \oplus \mathrm{Ext}(H_{n-1}(C, \mathbb{Z}), B).$$

が成り立つ．

(30) $\mathrm{Tor}_R^n(A, B)$
  (a) トージョン　エヌ　アール　エービー
  (b)
  (c) $\cdots \overset{\partial_{n+1}}{\to} X_n \overset{\partial_n}{\to} X_{n-1} \overset{\partial_{n-1}}{\to} X_{n-2} \overset{\partial_{n-2}}{\to} \cdots \overset{\partial_2}{\to} X_1 \overset{\partial_1}{\to} X_0 \to B \to 0$ を B の射影分解とする．これに A をテンソルさせて得られる鎖複体

$$\cdots \to A \otimes X_n \overset{1\otimes\partial_n}{\to} A \otimes X_{n-1} \overset{1\otimes\partial_{n-1}}{\to} A \otimes X_{n-2} \overset{1\otimes\partial_{n-2}}{\to} \cdots \overset{1\otimes\partial_2}{\to} A \otimes X_1 \overset{1\otimes\partial_1}{\to} A \otimes X_0 \to 0$$

のホモロジーを考える．n 次ホモロジー加群を $\mathrm{Tor}_R^n(A, B)$ と書く．

(31) (a) エクステンション　エービー
  (b)

(c) $\cdots \overset{\partial_{n+1}}{\to} X_n \overset{\partial_n}{\to} X_{n-1} \overset{\partial_{n-1}}{\to} X_{n-2} \overset{\partial_{n-2}}{\to} \cdots \overset{\partial_2}{\to} X_1 \overset{\partial_1}{\to} X_0 \to B \to 0$ を B の射影分解とする．
これに A をテンソルさせて得られる鎖複体

$$\cdots \to \mathrm{Hom}_R(X_n, B) \overset{\partial_n^\sharp}{\to} \mathrm{Hom}_R(X_{n-1}, B) \overset{\partial_{n-1}^\sharp}{\to}$$

$$\mathrm{Hom}_R(X_{n-2}, B) \overset{\partial_{n-2}^\sharp}{\to} \cdots \overset{\partial_2^\sharp}{\to} \mathrm{Hom}_R(X_1, B) \overset{\partial_1^\sharp}{\to} \mathrm{Hom}_R(X_0, B) \to 0$$

のコホモロジーを考える．n 次コホモロジー加群を $\mathrm{Ext}_R^n(A, B)$ と書く．

(32) $H^n(G, B)$
(a) エイチエヌ　ジービー
(b)
(c) $\mathbb{Z}[G]$ 加群，つまり G 加群 B が与えられているとする．$H^n(G, B) = \mathrm{Ext}_{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}, B)$ と定める．ただし，$\mathbb{Z}[G]$ の作用は

$$a \cdot m = m \cdot a = m,\ a \in \mathbb{Z}[G],\ m \in \mathbb{Z}$$

で与えられる．G の B に係数を持つ n 次コホモロジー群という．

(33) $H_n(G, A)$
(a) エイチエヌ　ジーエー
(b)
(c) $\mathbb{Z}[G]$ 加群，つまり G 加群 A が与えられているとする．$H_n(G, A) = \mathrm{Tor}^{\mathbb{Z}[G]}(\mathbb{Z}, A)$ と定める．ただし，$\mathbb{Z}[G]$ の作用は

$$a \cdot m = m \cdot a = m,\ a \in \mathbb{Z}[G],\ m \in \mathbb{Z}$$

で与えられる．G の A に係数を持つ n 次ホモロジー群という．

(34) $Ob(\mathbf{C})$
(a) オブジェクトシー
(b) object of C
(c) 対象の集合

(35) $\mathrm{Hom}(A, B)$
(a) ホム　エービー
(b) the set of all morphisms
(c) 射の集合

(36) **Set**
(a) セット
(b) category of sets
(c) 集合の圏

(37) $\mathbf{Set}_*$
(a) セットスター
(b) category of sets with fixed point ?
(c) 基点を持つ集合の圏

(38) **Top**
(a) トポロジー
(b) category of topological spaces
(c) 位相空間の圏

(39) **Grp**
(a) グループ
(b) category of groups
(c) 群の圏

(40) **Ab**
(a) アーベル
(b) category of Abelian groups
(c) アーベル群の圏

(41) **Rng**
  (a) リング
  (b) category of rings
  (c) 環の圏
(42) **CRng**
  (a) シーリング
  (b) category of commutative rings
  (c) 可換環の圏
(43) B^*
  (a) ビースター
  (b) dual category of B
  (c) B の双対圏
(44) (a)
  (b)
  (c)
(45) (a)
  (b)
  (c)
(46) (a)
  (b)
  (c)
(47) (a)
  (b)
  (c)
(48) (a)
  (b)
  (c)
(49) (a)
  (b)
  (c)
(50) (a)
  (b)
  (c)
(51) (a)
  (b)
  (c)
(52) (a)
  (b)
  (c)
(53) (a)
  (b)
  (c)
(54) (a)
  (b)
  (c)
(55) (a)
  (b)
  (c)
(56) (a)
  (b)
  (c)
(57) (a)

(b)
(c)
(58) (a)
(b)
(c)
(59) (a)
(b)
(c)
(60) (a)
(b)
(c)
(61) (a)
(b)
(c)
(62) (a)
(b)
(c)
(63) (a)
(b)
(c)
(64) (a)
(b)
(c)
(65) (a)
(b)
(c)
(66) (a)
(b)
(c)
(67) (a)
(b)
(c)
(68) (a)
(b)
(c)
(69) (a)
(b)
(c)
(70) (a)
(b)
(c)
(71) (a)
(b)
(c)
(72) (a)
(b)
(c)

26. リーマン球面，リーマン面

26.1. 複素多様体.

(1) $[a:b]$
  (a) エー対ビー
  (b) (i) a to b
    (ii) a b
    (iii) homogeneous coordinates a b

  (c) $(a,b) \neq (0,0)$ となる複素数 a,b に対して，複素数の比率を考えることができる．たとえば，$[1:2]=[3:6]=[3+6i:6+12i]$ などが成り立つ.

(2) $\mathbb{C}P^1$
  (a) シーピーワン
  (b) (i) complex projective line
    (ii) complex projective space
  (c) 複素数の比率を集めてできる集合をこのように表す．$\mathbb{C}P^1$ を (1 次元) 複素射影平面 (空間) という.

(3) $\mathbb{R}P^1$
  (a) アールピーワン
  (b) (i) real projective line
    (ii) real projective space
  (c) 複素数を実数に置き換えて考えるとこのような実射影空間 $\mathbb{R}P^1$ ができる.

(4) $[a_1:a_2:\cdots:a_n]$
  (a) エー 1　対　エー 2　対　エーエヌ
  (b) (i) a one a two dot dot dot a n
    (ii) homogeneous coordinates a one a two dot dot dot a n
  (c) $(a_0,a_1,\cdots,a_n) \neq (0,0,\cdots,0)$ となる複素数 $a_0,a_1,\cdots,a_n$ に対して，複素数の連比を考えることができる.

(5) $\mathbb{C}P^n$
  (a) シーピーエヌ
  (b) C P n
  (c) 複素数の連比を集めてできる集合をこのように表す．$\mathbb{C}P^n$ を n 次元複素射影空間という.

(6) $\mathbb{R}P^n$
  (a) アールピーエヌ
  (b) R P n
  (c) 複素数を実数に置き換えて考えるとこのような実射影空間 $\mathbb{R}P^n$ ができる.

26.2. 層と層のコホモロジー.

(1) $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}(U)\}_{U\in\mathcal{O}(X)}$
  (a) エフ　イコール　エフユー　ユー属するオーエックス
  (b) F equals F of U
  (c) X を位相空間とする．$\mathcal{F} = \{\mathcal{F}(U)\}_{U\in\mathcal{O}(X)}$ が X 上の前層とは各 $\mathcal{F}(U)$ はアーベル群であって，U, V が $U \supset V$ なる開集合のとき，準同型 $r_{V,U} : \mathcal{F}(U) \to \mathcal{F}(V)$ が，以下の条件
    (a) $W \subset V \subset U$ のとき，$r_{W,U} = r_{W,V} \circ r_{V,U}$
    (b) $r_{U,U} = \mathrm{id}_U$
  をみたすように定められるものをいう．また，前層 $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}(U)\}_{U\in\mathcal{O}(X)}$ が X 上の層であるとは U, V が $U \supset V$ なる開集合のとき，準同型 $r_{V,U} : \mathcal{F}(U) \to \mathcal{F}(V)$ が，以下の条件
    (c) $\mathcal{U} = \{U_\alpha\}_{\alpha\in A}$ を任意に与えた U の開被覆，各添字 $\alpha \in A$ に対して，$f_\alpha \in \mathcal{F}(U_\alpha)$ が与えられているとする．このとき族 $\{f_\alpha\}_{\alpha\in A}$ の族が，$\alpha, \beta \in A$ に対し，$r_{U_\alpha\cap U_\beta,U_\alpha}(f_\alpha) = r_{U_\alpha\cap U_\beta,U_\beta}(f_\beta)$ と重なり合っているとき，$f \in \mathcal{F}(U)$ が存在して，$f_\alpha = r_{U\alpha,U}(f)$ と貼り合せることができる．
    (d) $\mathcal{U} = \{U_\alpha\}_{\alpha\in A}$ を任意に与えた U の開被覆とする．$f, g \in \mathcal{F}(U)$ が，各添字 $\alpha \in A$ に対して，$r_{U_\alpha,U}(f) = r_{U_\alpha,U}(g)$ と，制限した所で一致しているとき，$f = g$ が成り立つ．
  をみたすように定められるものをいう．

(2) $\mathcal{F}_p$
  (a) エフピー
  (b) F sub p
  (c) X : 位相空間，$\mathcal{F}$: X 上の前層とする．$p \in X$ に対し，p の開近傍全体のなす集合とおく．このとき $\coprod_U$ は p の開近傍全体 $\mathcal{F}(U)$ に同値関係

$$f \in \mathcal{F}(U),\ g \in \mathcal{F}(V) \text{ に対し，}$$

$$f \sim g \text{ とは,} W \subset U \cap V \text{ なる開集合が存在して } \mathrm{r}_{W,U}(f) = \mathrm{r}_{W,V}(g)$$

  を入れる．このとき，

$$\mathcal{F}_p = \coprod_{U \text{ は } p \text{ の開近傍全体}} \mathcal{F}(U)/\sim$$

  を，p における $\mathcal{F}$ の茎 (stalk) という．

(3) $\varphi_p([f]) = [\varphi(U)(f)],\ f \in \mathcal{F}(U)$
  (a) ファイピーエフ　イコール　ファイユーエフの同値類　エフ　属する　エフユー
  (b) phi sub p of the equivalence class of f equals the equivalence class of phi of U of f, for f being a member of F of U.
  (c) 層 $\mathcal{F}$ から $\mathcal{G}$ への準同型 φ に対して，$p \in X$ に対し，$\varphi_p : \mathcal{F}_p \to \mathcal{G}_p$ を $\varphi_p([f]) := [\varphi(U)(f)],\ f \in \mathcal{F}(U)$ で定める．

(4) $C^q(\mathcal{U}, \mathcal{F})$
  (a) シーキュー　ユーエフ
  (b) C super q of U F.
  (c) $\mathcal{U}$ を位相空間 X の開被覆，$\mathcal{F}$ を層とする．このとき，$\mathcal{U}$ 上の q-cochain 全体のなす集合を

$$C^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = \{(f_{\alpha_0\cdots\alpha_q})_{\alpha_0,\cdots,\alpha_q\in A} \\ |f_{\alpha_0\cdots\alpha_q} \in \mathcal{F}(U_{\alpha_0\cdots\alpha_q}), f_{\alpha_{\sigma(0)}\cdots\alpha_{\sigma(q)}} = \mathrm{sgn}(\sigma) f_{\alpha_0\cdots\alpha_q}, \sigma \in \{0, \cdots, q\} \text{ の置換 }\}$$

  と定める．

(5) $U_{\alpha\beta}$
  (a) ユーアルファベータ
  (b) U alpha beta

(c) $U_\alpha \cap U_\beta$ の略記

(6) $\delta_q : C^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to C^{q+1}(\mathcal{U}, \mathcal{F})$

(a) デルタキュー　シーキューユーエフから　シーキュープラス 1 ユーエフ

(b) delta sub q is a mapping from C super q U F to C super q plus one U F

(7) $\delta(f)_{\alpha_0\alpha_1\cdots\alpha_{q+1}} := \sum_{j=0}^{q+1}(-1)^j \mathrm{r}_{U_{\alpha_0\alpha_1\cdots\alpha_{q+1}}, U_{\alpha_0\alpha_1\cdots\hat{\alpha_j}\cdots\alpha_{q+1}}}(f_{\alpha_0\alpha_1\cdots\hat{\alpha_j}\cdots\alpha_{q+1}})$

(a) デルタエフアルファ0 アルファ1　アルファキュープラス 1　イコール　シグマジェーイコール 0 からキュープラス 1　マイナス 1 のジェー乗　アールユーアルファ0 アルファ1　アルファキュープラス 1　ユーアルファ0 アルファ1　アルファキューエフアルファ0 アルファ1　アルファジェー除く　アルファキュープラス 1

(b) delta of f sub alpha sub zero alpha sub one, and so on, alpha sub q plus one is defined to be the sum from j equals zero to q plus one

(c) コチェイン間の準同型 $\delta_q : C^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) \to C^{q+1}(\mathcal{U}, \mathcal{F})$ を，$f = (f_{\alpha_0\cdots\alpha_q})_{\alpha_0,\cdots,\alpha_q}$ に対し，

$$\delta(f)_{\alpha_0\cdots\alpha_{q+1}} := \sum_{j=0}^{q+1}(-1)^j \mathrm{r}_{U_{\alpha_0\cdots\alpha_{q+1}}, U_{\alpha_0\cdots\hat{\alpha_j}\cdots\alpha_{q+1}}}(f_{\alpha_0\cdots\hat{\alpha_j}\cdots\alpha_{q+1}})$$

によって定義する．

(8) $Z^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = \mathrm{Ker}(\delta_q)$

(a) ゼットキュー　ユーエフ

(b)

(c) $Z^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = \mathrm{Ker}(\delta_q)$ の元を $\mathcal{U}$ 上の q 次 cocycle という．

(9) $B^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = \mathrm{Im}(\delta_{q-1})$

(a) ビーキュー　ユーエフ

(b)

(c) $B^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = \mathrm{Im}(\delta_{q-1})$ の元を $\mathcal{U}$ 上の q 次 coboundary という．

(10) $H^q(\mathcal{U}, \mathcal{F})$

(a) エイチキュー　ユーエフ

(b)

(c) $H^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}) = Z^q(\mathcal{U}, \mathcal{F})/B^q(\mathcal{U}, \mathcal{F})$ を $\mathcal{U}$ 上の q 次コホモロジー群といい，この元を q 次コホモロジーという．

(11) $H^q(X, \mathcal{F})$

(a) エイチキュー　エックスエフ

(b)

(c) $\tilde{H}^q := \coprod_{\mathcal{U}:X \text{ の開被覆}} H^q(\mathcal{U}, \mathcal{F})$ と定める．$x \in H^q(\mathcal{U}, \mathcal{F}), y \in H^q(\mathcal{V}, \mathcal{F})$ に対し，

$$x \sim y \overset{\text{def}}{\Leftrightarrow} \exists \mathcal{W} : \mathcal{U}, \mathcal{V} \text{ の共通細分が存在して}, \Pi(\mathcal{W}, \mathcal{U})(x) = \Pi(\mathcal{W}, \mathcal{U})(y)$$

は同値関係である．これにより，X 上の q 次コホモロジー群を $H^q(X, \mathcal{F}) = \tilde{H}^q/\sim$ と定義する．

26.3. 複素多様体上の微分形式.

(1) $\overset{r}{\wedge} T^*(M)$
  (a) ウエッジ r 乗　ティースターエム
  (b)
  (c) $\overset{r}{\wedge} T^*(M) = (\overset{r}{\wedge} T^*(M))$
(2) $\mathcal{A}_M^r$
  (a) エーエムアール
  (b)
  (c) $\mathcal{A}_M^r = \{r$ 次微分形式の germ 全体 $\}$
(3) $d : \mathcal{A}_M^r \to \mathcal{A}_M^{r+1}$
  (a) ディー　エーエムアール　から　エーエムアール
  (b)
  (c)
(4) $H_{DR}^r(M, \mathcal{R})$
  (a) エイチ　ディーアール　アール　エム　アール
  (b)
  (c) $H_{DR}^r(M, \mathcal{R}) = \mathrm{Ker} d^r / \mathrm{Im} d^{r-1}$ を M の r 次ドラムコホモロジー群という．特に $r = 0$ のときは，$H_{DR}^0(M, \mathcal{R}) = \mathrm{Ker}(d^0)$ である．
(5) $0 \longrightarrow \mathcal{R} \overset{\iota}{\hookrightarrow} \mathcal{A}_M^0 \xrightarrow{d} \mathcal{A}_M^1 \xrightarrow{d} \cdots \xrightarrow{d} \mathcal{A}_M^n \longrightarrow 0$
  (a) ゼロ　から　アール　から　イオタ　エーエムゼロ　から　ディー　エーエム 1 から　ディー　から　ディーエーエムエヌ　から　ゼロ
  (b)
  (c) M を連結 C^∞-級多様体とする．$\mathcal{R}$ を定数関数による層とする．このとき，

$$0 \longrightarrow \mathcal{R} \overset{\iota}{\hookrightarrow} \mathcal{A}_M^0 \xrightarrow{d} \mathcal{A}_M^1 \xrightarrow{d} \cdots \xrightarrow{d} \mathcal{A}_M^n \longrightarrow 0$$

  は完全である．
(6) $H_{DR}^r(\{x = (x^1, x^2, \cdots, x^n) \in \mathbb{R}^n : |x^j| < 1, j = 1, 2, \cdots, n\}, \mathcal{R}) = 0$
  (a) エイチ　ディーアール　アール　集合　エックス　イコール　エックス 1　エックス 2　エックス n　属する　アールエヌ　ノルム　エックスジェー　小なり　1　ジェー　イコール　1, 2　n アールイコール　ゼロ
  (b)
  (c) $\{x = (x^1, \cdots, x^n) \in \mathbb{R}^n : |x^j| < 1, j = 1, \cdots, n\}$ において，$r \in \mathbb{N}$ に対して，r-次閉微分形式と r-次完全微分形式は同じものになる．これをポアンカレの補題という．
(7) $H^q(M, \mathcal{A}_M^r) = 0$
  (a) エイチキュー　エム　エーエムアール　イコール　ゼロ
  (b)
  (c) M がパラコンパクト C^∞ 可微分多様体のときに，$r \geq 0$, $q \geq 1$ なら $H^q(M, \mathcal{A}_M^r) = 0$ が成り立つ．
(8) $H^q(M, \mathcal{R}) \simeq H_{DR}^q(M, \mathcal{R})$
  (a) エイチキュー　エム　アール　同型　エイチ　ディーアール　キュー　エム　アール
  (b)
  (c) $q = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，$H^q(M, \mathcal{R}) \simeq H_{DR}^q(M, \mathcal{R})$ となる．これをド・ラームの定理という．
(9) $H^q(M, \mathcal{C}) \simeq H_{DR}^q(M, \mathcal{C})$
  (a) エイチキュー　エム　シー　同型　エイチ　ディーアール　キュー　エム　シー
  (b)
  (c) $q = 0, 1, 2, \cdots$ に対して，$H^q(M, \mathcal{C}) \simeq H_{DR}^q(M, \mathcal{C})$ となる．これをド・ラームの定理という．
(10) $\mathcal{A}_M^{p,q}$
  (a) エー　ピー　キュー　エム

(b)
(c) $\mathcal{A}_M^{p,q} = \{M$ 上の (p,q) 形式 $\}$

(11) $\mathcal{A}_M^{p,q}(U)$
(a) エー　ピー　キュー　エム　ユー
(b)
(c) $\mathcal{A}_M^{p,q}(U) = \{U$ 上の (p,q) 形式 $\}$

(12) $H^q(M,\Omega^p) \simeq \mathrm{Ker}(\overline{\partial}^{p,q})/\mathrm{Im}\overline{\partial}^{\mathrm{p,q-1}}$
(a) エイチキューエムオメガピー　同型　カーネル　デルバー　ピーキュー　オーバー　イメージ　デルバー　ピーキューマイナス 1
(b)
(c) M パラコンパクトな複素多様体で，q を 0 以上の整数とするとき，$\mathrm{Im}\overline{\partial}^{p,-1} = \{0\}$ と了解することにすれば，

$$H^q(M,\Omega^p) \simeq \mathrm{Ker}(\overline{\partial}^{p,q})/\mathrm{Im}\overline{\partial}^{\mathrm{p,q-1}}$$

である．特に $p=0$, $q \geq 0$ のとき，

$$H^q(M,\mathcal{O}) \simeq \mathrm{Ker}(\overline{\partial}^{0,q})/\mathrm{Im}(\overline{\partial}^{0,q-1})$$

(13) $0 \longrightarrow \Omega^p \overset{\iota}{\hookrightarrow} \mathcal{A}_M^{p,0} \xrightarrow{\overline{\partial}} \mathcal{A}_M^{p,1} \xrightarrow{\overline{\partial}} \cdots \xrightarrow{\overline{\partial}} \mathcal{A}_M^{p,n} \longrightarrow 0$
(a) ゼロ　から　オメガピー　から　イオタ　エーエムピーゼロ　から　デル　エーエムピー 1 から　デル　から　デル　エーエムピーエヌ
(b)
(c) $p = 0, 1, 2, \cdots$ とする．また，M を連結多様体とする．このとき，層の準同型による列

$$0 \longrightarrow \Omega^p \overset{\iota}{\hookrightarrow} \mathcal{A}_M^{p,0} \xrightarrow{\overline{\partial}} \mathcal{A}_M^{p,1} \xrightarrow{\overline{\partial}} \cdots \xrightarrow{\overline{\partial}} \mathcal{A}_M^{p,n} \longrightarrow 0$$

は完全である．

(14) $H^q(\{z = (z_1, \cdots, z_n) \in \mathbb{C}^n : |z_j| < r_j,\, j = 1, \cdots, n\}, \Omega^p) = 0$
(a) エイチキュー　集合　エックス　イコール　エックス 1　エックス 2　エックス n　属する　アールエヌ　ノルム　エックスジェー　小なり　1　ジェー　イコール　1, 2　n オメガピーイコール　ゼロ
(b)
(c) $q \geq 1$ とする．

$$H^q(\{z = (z_1, \cdots, z_n) \in \mathbb{C}^n : |z_j| < r_j,\, j = 1, \cdots, n\}, \Omega^p) = 0$$

特に $p = 0$ として，

$$H^q(\{z = (z_1, \cdots, z_n) \in \mathbb{C}^n : |z_j| < r_j,\, j = 1, \cdots, n\}, \mathcal{O}_U) = 0$$

を得る．

(15) $g_{ik} = g_{ij}g_{jk}$
(a) ジーアイケー　イコール　ジーアイジェー　ジージェーケー
(b)
(c) 複素多様体 M に関する開被覆 $\mathcal{U} = \{U_i\}_{i \in I}$ に対して，$U_i \cap U_j \neq \emptyset$ なる i, j において，$U_i \cap U_j$ 上の任意の点で 0 にならない正則関数 g_{ij} が与えられているとする．g_{ij} が現れているすべての関数の共通の定義域で

$$g_{ii} = 1,\, g_{ik} = g_{ij}g_{jk}$$

をみたすとき，$\{g_{ij}\}$ を $\mathcal{U}$ に属する変換関数系という

26.4. リーマン・ロッホの定理とその周辺.

(1) $2-2g(X)=d(2-2g(Y))-\sum_{i=1}^{n}(e_i-1)$.
  (a)
  (b)
  (c) X,Y をリーマン面として，$f:X\to Y$ を次数 d の全射正則写像とする．f の分岐点を $P_1,P_2,\cdots,P_n$ その各点での分岐度を $e_1,e_2,\cdots,e_n$ とする．このとき，

$$2-2g(X)=d(2-2g(Y))-\sum_{i=1}^{n}(e_i-1).$$

(2) $H^1_{DR}(X,\mathbb{C})\sim H^0(X,\Omega^1_X)\oplus\overline{H^0(X,\Omega^1_X)}$
  (a)
  (b)
  (c) $H^1_{DR}(X,\mathbb{C})\sim H^0(X,\Omega^1_X)\oplus\overline{H^0(X,\Omega^1_X)}$
(3) $\deg(f)$
  (a)
  (b)
  (c)
(4) $\deg(D)$
  (a)
  (b)
  (c)
  K_X
(5) (a) ケーエックス
  (b)
  (c)
(6) $\mathrm{div}(\phi)$
  (a)
  (b)
  (c)
(7) $\mathrm{ord}_Q(A)$
  (a)
  (b)
  (c) A の Q における位数.
  A_0
(8) (a)
  (b)
  (c) リーマン面の因子の正の部分
(9) A_∞
  (a)
  (b)
  (c) リーマン面の因子の負の部分
(10) $h^1(X)$
  (a) エイチワンエックス
  (b) h one X
  (c) リーマンロッホの定理において，$h^1(X)$ が有限であるという定理はリーマン面に関するもろもろの定理を導き出すために重要である.
(11) $\pi^1(X)$
  (a) パイワンエックス
  (b) the fundamental group of X
  (c) リーマン面において，$\pi_1(X)$ は $h^1(X)$ と関連してリーマン面の形を決定するための重要な要素である.

(12) (a)
(b)
(c)
(13) (a)
(b)
(c)
(14) (a)
(b)
(c)
(15) (a)
(b)
(c)
(16) (a)
(b)
(c)
(17) (a)
(b)
(c)
(18) (a)
(b)
(c)
(19) (a)
(b)
(c)
(20) (a)
(b)
(c)
(21) (a)
(b)
(c)
(22) (a)
(b)
(c)
(23) (a)
(b)
(c)
(24) (a)
(b)
(c)
(25) (a)
(b)
(c)
(26) (a)
(b)
(c)
(27) (a)
(b)
(c)
(28) (a)
(b)
(c)
(29) (a)

(b)
(c)
(30) (a)
(b)
(c)
(31) (a)
(b)
(c)
(32) (a)
(b)
(c)
(33) (a)
(b)
(c)
(34) (a)
(b)
(c)
(35) (a)
(b)
(c)
(36) (a)
(b)
(c)
(37) (a)
(b)
(c)
(38) (a)
(b)
(c)

Part 11. 幾何

27. 位相幾何学

27.1. 特異ホモロジー.

(1) $C_k(M)$
  (a) シー　ケー　エム
  (b)
  (c) $[0,1]^{k+1}$ から M への連続写像全体
(2) $Z_k(M)$
  (a) ゼットケーエム
  (b)
  (c) 鎖作用素 d_k によって，消える $C_k(M)$ の元の全体:k 次
(3) $B_k(M)$
  (a) ビーケーエム
  (b)
  (c) $C_{k+1}(M)$ の鎖作用素 d_{k+1} の像:k 次サイクル
(4) $H_k(M)$
  (a) エイチ k エム
  (b) k-th homology group of M, h k M
  (c) $Z_k(M)$ を $B_k(M)$ で割った商空間: k 次ホモロジー
(5) $C^k(M)$
  (a) シーケーエム
  (b)
  (c)
(6) $Z^k(M)$
  (a) ゼットケーエム
  (b)
  (c) 鎖作用素 d^k によって，消える $C^k(M)$ の元の全体
(7) $B^k(M)$
  (a) ビーケーエム
  (b)
  (c) $C^{k-1}(M)$ の鎖作用素 d^{k-1} の像:k 次コサイクル
(8) $H^k(M)$
  (a) エイチ k エム
  (b) k-th cohomology group of M, h k M
  (c) $Z^k(M)$ を $B^k(M)$ で割った商空間: k 次コホモロジー
(9) $i_0^* = i_1^* : H_*(X) \to H_*(X \times [0,1])$
  (a) アイゼロスター　イコール　アイ 1 スターエイチスターエックスからエイチスターエックスかける閉区間 0,1
  (b) iota zero star equals iota zero one mapping from H star X to H star X cross closed interval from 0 to 1.
  (c) X を位相空間とする．$i_0 : X \to X \times [0,1] : x \mapsto (x,0)$ と $i_1 : X \to X \times [0,1] : x \mapsto (x,1)$ は $H_*(X) \to H_*(X \times [0,1])$ への同じ写像 $i_0^* = i_1^*$ を誘導する．つまり，$q = 1, 2, \cdots, n$ に対して $i_0, i_1 : X \to X \times [0,1]$ は $(i_0)_q = (i_1)_q : H_q(X)$ から $H_q(X \times [0,1])$ への同じ写像を誘導する．
(10) $H_*(X) \sim H_*(Y)$.
  (a) エイチスターエックス　同型　エイチスターワイ
  (b)
  (c) $f : X \to Y$ がホモトピー同値のとき，f は同型 $f_* : H_*(X) \sim H_*(Y)$ を与える．
(11) $\partial_* : H_{n+1}(X) \to H_n(U \cap V)$

(a) デルタスター　エイチ n プラス 1 エックス　から　エイチ n ユーかつブイ
(b)
(c) X を位相空間とする．U, V は $\mathrm{Int}(U) \cup \mathrm{Int}(V) = X$ を満たすとする．このとき，すべての $n \in \mathbb{N}_0$ に対して，写像 $\partial_* : H_{n+1}(X) \to H_n(U \cap V)$ が存在して，

$$\ldots \to H_{n+1}(X) \to H_n(U \cap V) \to H_n(U) \oplus H_n(V) \to H_n(X) \to \ldots$$

は完全系列となる．

(12) $\iota : S_*(U) + S_*(V) \hookrightarrow S_*(X)$
(a) イオタ　エススターユー　プラス　エススターブイから　エススターエックス
(b) iota mapping from S star U plus S star V to S star X

(13) $H_n(S_*(U) + S_*(V)) \to H_n(X)$, $n = 0, 1, 2, \cdots$.
(a) エイチエヌ　S スターユープラスエススターブイ　から　エイチエヌエックス　エヌイコール $0, 1, 2$
(b) from H n S star U plus H n S star V to H n X n equals 0, 1, 2 dot dot dot
(c) X を位相空間とする．U, V は $\mathrm{Int}(U) \cup \mathrm{Int}(V) = X$ を満たすとする．このとき，自然な写像 $\iota : S_*(U) + S_*(V) \hookrightarrow S_*(X)$ は同型 $H_n(S_*(U) + S_*(V)) \to H_n(X)$, $n = 0, 1, 2, \cdots$ を導く．

(14) $\cdots \to H_1(X \cap Y) \to H_1(X) \oplus H_1(Y) \to H_1(X \cup Y) \to \cdots (exact)$
(a) から　エイチ 1 エックスかつワイから　エイチ 1 エックス直和エイチ 1 ワイから　エイチ 1 エックスまたはワイから　イグザクト
(b) exact sequence zero to h one X intersection Y to direct sum of h one X and h one Y to h one X union Y to zero
(c) マイヤービートリスのホモロジーの完全系列.

27.2. **基本群.**

(1) $\pi_1(X)$
  (a) パイワンエックス
  (b) fundamental group of X
  (c) 位相空間 X の基本群
(2) $\pi_n(X, x_0)$
  (a) パイ n エックスエックスゼロ
  (b)
  (c) $n \geq 2$ 以上ならば，$\pi_n(X, x_0)$ はアーベル群となる．
(3) $\pi_q(S^N) = 0$
  (a) パイキュー　エスエヌ　イコール　ゼロ
  (b)
  (c) $0 \leq q < N$ の時の公式である．
(4) $\pi_N(S^N) = \mathbb{Z}$
  (a) パイゼット　エスエヌ　イコール　ゼット
  (b)
  (c) $\pi_N(S^N)$ の生成元は id(恒等写像) である．
(5) $m_*([l_1], [l_2]) = [m \circ (\ell_1 \times \ell_2)]$,　$m_*([l_1], [l_2]) = [l_1] \cdot [l_2]$.
  (a) エムスター　エル 1 の同値類　エル 2 の同値類イコールエム丸　エル 1 かけるエル 2　の同値類
  (b)
  (c) (Z, e, m) を H-空間とする．このとき，$m : \pi_1(Z, e) \times \pi_1(Z, e) \to \pi_1(Z, e)$ は
$$m_*([l_1], [l_2]) = [m \circ (\ell_1 \times \ell_2)]$$
  で与えられて，
$$m_*([l_1], [l_2]) = [l_1] \cdot [l_2]$$
  がすべての $l_1, l_2 \in (Z, e)^{I, \partial I}$ に対して成り立つ．
(6) $u * v(t_1, t_2, \ldots, t_n) = \begin{cases} u(t_1, 2t_2, t_3, \ldots, t_n), & t_2 \leq \frac{1}{2} \\ v(t_1, 2t_2 - 1, t_3, \ldots, t_n), & t_2 \geq \frac{1}{2} \end{cases}$
  (a) ユースターブイティー 1 ティー 2　ティー n イコール　ユーティー 12 ティー 2 ティー n ティー 2 小なりイコール 2 分の 1
  (b)
(7) $\pi_n(X, A, a_0)$
  (a) パイエヌエックスエーエーゼロ
  (b)
  (c) $n \geq 2$ とする．
$$u * v(t_1, t_2, \ldots, t_n) = \begin{cases} u(t_1, 2t_2, t_3, \ldots, t_n) & t_2 \leq \frac{1}{2} \\ v(t_1, 2t_2 - 1, t_3, \ldots, t_n) & t_2 \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$
  とする．集合 $\pi_n(X, A, a_0)$ は演算 $\cdot$ で群構造を持つ．$n \geq 3$ なら，それは可換群である．$[u \cdot v] = [u * v]$ で定める．
(8) $[u] \in \pi_n(X, A, a_0) \mapsto [u \circ \iota] \in \pi_{n-1}(A, a_0)$
  (a) ユーの同値類　属する　パイエヌエックスエーエーゼロから　ユー合成イオタの同値類　属する　パイエヌマイナス 1 エーエーゼロ
  (b)
  (c) $\iota(t') = (t', 0)\, t' \in [0, 1]^{n-1}$ とおいて，$[u] \in \pi_n(X, A, a_0) \mapsto [u \circ \iota] \in \pi_{n-1}(A, a_0)$ と定める．
(9) $\ldots \to \pi_n(A, a_0) \to \pi_n(X, a_0) \to \pi_n(X, A, a_0) \to \pi_{n-1}(A, a_0) \to \ldots$
  (a) から　パイエヌエーエーゼロ　から　パイエヌエックスエーゼロ　から　パイエヌエックスエーエーゼロ　から　パイエヌマイナス 1 エーエーゼロ　から
  (b)

(c) $\ldots \to \pi_n(A, a_0) \to \pi_n(X, a_0) \to \pi_n(X, A, a_0) \to \pi_{n-1}(A, a_0) \to \ldots$ は完全系列である．ここで，写像 $\pi_n(X, A, a_0) \to \pi_{n-1}(A, a_0)$ は $\iota(t') = (t', 0)\, t' \in [0, 1]^{n-1}$ とおいて，$[u] \in \pi_n(X, A, a_0) \mapsto [u \circ \iota] \in \pi_{n-1}(A, a_0)$ で定義される．

(10) $[\ell]_* : \pi_n(X, A, a_0) \to \pi_n(X, A, a_1),\ [u] \mapsto [\ell_\sharp(u)]$

(a) エルスター　パイエヌエックスエーエーゼロから　パイエヌエックスエーエーワンユーの同値類　から　エルシャープユーの同値類

(b)

(c) ℓ を a_0 から a_1 への連続曲線とする．このとき，

$$[\ell]_* : \pi_n(X, A, a_0) \to \pi_n(X, A, a_1),\ [u] \mapsto [\ell_\sharp(u)]$$

は同型である．とくに，A が弧状連結であるならば，$\pi_n(X, A, a_0)$ は a_0 のとり方によらない．

(11) $\pi_2(\mathbb{C}P^n) = \mathbb{Z}$

(a) パイ 2 シーピーエヌ　イコール　ゼット

(b)

(12) $\pi_q(\mathbb{C}P^n) = \pi_q(S^{2n+1})$

(a)

(b)

(c) これは $q \neq 2$ となる自然数に対して成り立つ公式である．

(13) $\pi_1(SU_n) = 0$

(a) パイワンエスユーエヌ　イコール　ゼロ

(b)

(c) $n \geq 2$ の時に成り立つ公式である．

(14) $\pi_2(SU_n) = 0$

(a) パイツーエスユーエヌ　イコール　ゼロ

(b)

(c) $n \geq 2$ の時に成り立つ公式である．

(15) $\pi_3(SU_n) = \mathbb{Z}$

(a) パイスリーエスユーエヌ　イコール　ゼット

(b)

(c) $n \geq 2$ の時に成り立つ公式である．

(16) $\pi_1(U_n) \to \pi_1(S^1) \simeq \mathbb{Z}.$

(a) パイワンユーエヌ　から　パイワンエスワン　同型　ゼット

(b)

(c) $\det : U_n \to S^1$ によってこの写像が引き起こされる．

27.3. **写像空間.**

(1) $\hat{f} \in (Y^X)^B$.
  (a) ハットエフ　属する　括弧　ワイのエックス乗　括弧閉じのビー乗
  (b) hat f belongs to the collection of functions from B to the collection of functions from X to Y
  (c) B, X, Y を位相空間，$f \in Y^{B \times X}$ とする．写像 $\hat{f} : B \to Y^X$ を $[\hat{f}(b)](x) = f(b, x)$ で定義すると，$\hat{f} \in (Y^X)^B$ となる．つまり，写像 $\hat{f} : B \to Y^X$ は連続である．

(2) $\mathrm{ev} : Y^X \times X \to Y$
  (a) エバリュエーションワイのエックス上　かける　エックス　から　ワイ
  (b) evaluation from Y to X cross X to Y
  (c) X が局所コンパクトの時，写像 $\mathrm{ev} : Y^X \times X \to Y$ は連続である．

27.4. 被覆空間.

(1) $\pi : E \to M$
  (a) パイイーからエム
  (b) pi (mapping) from E to M
  (c) ベクトル束の標準的な記号
(2) $[\ell] \in \pi_1(\Gamma\backslash X, \pi(x_0)) \to h(\ell)^{-1}x_0 = \ell_\sharp x_0 \in \Gamma$.
  (a) エルの同値類　属する　パイワンガンマ (左) 作用エックス　パイエックスゼロから　エイチ　エルマイナス 1 乗エックスゼロ　イコール　エルシャープエックスゼロ　属する　ガンマ
  (b) equivalence class of ℓ in pi one Gamma backslash X pi of x zero
(3) $\pi : X \to \Gamma\backslash X$
  (a) パイ　エックス　から　ガンマ (左) 作用　エックス
  (b) pi mapping from X to Gamma backslash X
(4) $1 \to \pi_1(X, x_0) \to \pi_1(\Gamma\backslash X, \pi(x_0)) \to \Gamma \to 1$
  (a) 1 からパイワンエックスエックスゼロからパイワンガンマ (左から) 作用するエックスパイエックスゼロからガンマから 1
  (b)
  (c) X は弧状連結，局所弧状連結，局所コンパクトハウスドルフ空間とする．離散群 Γ が X に左から作用しているとする．このとき，$\pi : X \to \Gamma\backslash X$ は正規被覆空間であり，
$$0 \to \pi_1(X, x_0) \to \pi_1(\Gamma\backslash X, \pi(x_0)) \to \Gamma \to 1$$
は完全系列である．ここで，
$$[\ell] \in \pi_1(\Gamma\backslash X, \pi(x_0)) \to h(\ell)^{-1}x_0 = \ell_\sharp x_0 \in \Gamma.$$
(5) $\tilde{\ell} : I \to X$
  (a) エルチルダ　アイ　から　エックス
  (b) tilde ℓ mapping from I to X
  (c) 被覆空間 $\pi : X \to B$ と連続写像 $\ell : I = [0,1] \to B$ に対して，ℓ の持ち上げ $\tilde{\ell} : I \to X$ が存在する．
(6) $F \in E^{X\times I}$
  (a) エフ　属する　イーのエックスかけるアイ乗
  (b) F belonging to E to X times I
  (c) $\pi : E \to B$ を被覆空間，X を位相空間とする．$g \in E^X$ と $f \in B^{X\times I}$ が関係式 $\pi(g(x)) = f(x,0)\,(x \in X)$ を満たしているとする．このとき，$F \in E^{X\times I}$ ですべての $x \in X$ と $t \in I$ に対して，$F(x,0) = g(x)$ と $f(x,t) = \pi(F(x,t))$ が成り立つものが存在する．
(7) $X \to \Gamma\backslash X$
  (a) エックス　から　ガンマ (左) 作用エックス
  (b)
  (c) X は弧状連結，局所弧状連結，局所コンパクトハウスドルフ空間とする．離散群 Γ が X に固有不連続かつ自由に左から作用しているとする．このとき，
$$X \mapsto \Gamma\backslash X$$
は被覆空間である．
(8) $1 \to \pi_1(E, e_0) \to^{\pi_*} \pi_1(B, b_0) \to \pi^{-1}(b_0) \to 1$
  (a) 1　から　パイワン　イーイーゼロ　から　パイスターパイワン　ビービーゼロ　から　パイインバースビーゼロ　から　1
  (b)
  (c) $\pi : E \to B$ を被覆空間とするとき，$1 \to \pi_1(E, e_0) \to^{\pi_*} \pi_1(B, b_0) \to \pi^{-1}(b_0) \to 1$ は完全である．
(9) $\pi_* : \pi_q(E, e_0) \to \pi_q(B, b_0)$.

(a)
(b)
(c) $\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ を被覆空間とする．$q \geq 2$ なら $\pi_* : \pi_q(E, e_0) \to \pi_q(B, b_0)$ は同型である．

(10) $f_*\pi_1(X, x_0) \subset \pi_*\pi_1(E, e_0)$.
(a) エフスター　パイワン　エックスエックスゼロ　含まれる　パイスター　パイワン　イーイーゼロ
(b)
(c) X は局所弧状連結，弧状連結である位相空間とする．また，$\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ は被覆空間とする．このとき，$f \in (B, b_0)^{(X, x_0)}$ がリフトを持つ必要十分条件は $f_*\pi_1(X, x_0) \subset \pi_*\pi_1(E, e_0)$ である．

(11) $f \in (B, b_0)^{(X, x_0)}$
(a) エフ属する　ビービーゼロの　エックスエックスゼロ
(b)
(c) X は局所弧状連結，1-連結である位相空間とする．また，$\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ は被覆空間とする．このとき，どの $f \in (B, b_0)^{(X, x_0)}$ に対してもリフト $F \in (E, e_0)^{(X, x_0)}$ が存在する．

(12) $\iota_* : \pi_1(U, x) \to \pi_1(X, x)$
(a) イオタスター　パイワンユーエックス　から　パイワンエックスエックス
(b)
(c) 位相空間 X が準局所単連結であるとは，任意の $x \in X$ に対して，x を含む開集合 U が存在して，包含写像 $\iota : U \to X$ によって誘導される写像 $\iota_* : \pi_1(U, x) \to \pi_1(X, x)$ は 0 写像になることを言う．

(13) $\pi_*\pi_1(E, e_0) \subset \pi_1(X, x_0)$.
(a) パイスター　パイワン　イーイーゼロ含まれるパイワン　エックス　エックスゼロ
(b)
(c) X は局所弧状連結，弧状連結，準局所単連結なハウスドルフ位相空間とする．
(i) 被覆空間 $\pi : (X, x_0) \to (E, e_0)$ に対して $\pi_*\pi_1(E, e_0) \subset \pi_1(X, x_0)$ が成り立つ．被覆空間 $\pi' : X' \to E$ と $\pi : X \to E$ が同型である必要十分条件は $\pi_*\pi_1(E, e_0)$ と $\pi'_*\pi_1(E', e'_0)$ は互いに共役であることである．
(ii) どんな部分群 K に対しても被覆空間 $\pi : (X, x_0) \to (E, e_0)$ で再現できる．
(iii) $\pi : (X, x_0) \to (E, e_0)$ が正規ならば，$\pi_*(\pi_1(E, e_0))$ は正規部分群である．
このことを被覆のガロア理論という．

27.5. **主 G-束.**

(1) $\mathcal{H}(X, x_0, G)$
  (a) エイチ　エックス　エックスゼロ　ジー
  (b)
  (c) 基点つき主 G-束の全体のなす集合
(2) $\mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G)$
  (a) エイチ　ユー　エックスゼロ　ジーかける　ユーかつブイ　エイチ　ブイ　エックスゼロ　ジー
  (b)
  (c) $\mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G)$ は基点つき主 G-束 $\pi_1 : (\mathcal{U}, u_0) \to (U, x_0)$ と $\pi_2 : (\mathcal{V}, v_0) \to (V, x_0)$ の対で $\mathcal{U}|U \cap V = \mathcal{V}|U \cap V$ を満たしているもの.
(3) $(G, 1)^{(U\cap V), x_0)} \to \mathcal{H}(X, x_0, G) \to \mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G) \to 1.$
  (a) ジー 1 の　ユーかつブイエックスゼロ　から　エイチエックスエックスゼロジー　から　エイチエックスジー　かける　ユーかつブイ　エイチブイエックスゼロジー　から　1
  (b)
  (c) $(G, 1)^{(U\cap V), x_0)} \to \mathcal{H}(X, x_0, G) \to \mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G) \to 1$ は完全系列である.
(4) $\mathcal{H}(X, x_0, G) \sim \mathrm{Hom}(\pi_1(X), G).$
  (a) エイチ　エックス　エックスゼロ　ジー同型　ホム　パイワンエックス　ジー
  (b)
  (c) $\mathcal{H}(X, x_0, G) \sim \mathrm{Hom}(\pi_1(X), G)$ は以下の要領で同一視できる.
(5) $h_{\phi^*(F,f_0)}([\ell]) = h_{(F,f_0)}([\phi \circ \ell])$
  (a)
  (b)
  (c) X と Y は局所弧状連結，弧状連結，準局所単連結なハウスドルフ位相空間とする．$\phi \in (Y, y_0)^{(X,x_0)}$ とするとき，
$$h_{\phi^*(F,f_0)}([\ell]) = h_{(F,f_0)}([\phi \circ \ell])$$
  が成り立つ.
(6) $\mathcal{H}(X, x_0, G) \sim \mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G).$
  (a) エイチエックスエックスゼロジー　同型　エイチユーエックスゼロジー　かけるユーかつブイ　エイチブイエックスゼロジー
  (b)
  (c) G は離散群，$x_0 \in X$ とする．$\{U, V\}$ は開被覆で，x_0 を共通に含んでいるとするとき，
$$\mathcal{H}(X, x_0, G) \sim \mathcal{H}(U, x_0, G) \times_{U\cap V} \mathcal{H}(V, x_0, G)$$
  となる.
(7) $\pi : M \to M/G$
  (a) パイエム　から　エムオーバージー
  (b)
  (c) m-次元 C^∞-多様体 M と n-次元リー群 G が与えられたとする．G が M に C^∞-級かつ自由に作用するとすると，M/G も C^∞-級の多様体の構造をもち，$\pi : M \to M/G$ は主 G-束である.

27.6. **ファンカンペンの定理.**

(1) 可換図式（XYPIC）
  (a)
  (b)
  (c) K, G_1, G_2 を群，$\ell_1 : K \to G_1$ と $\ell_2 : K \to G_2$ を準同型とする．このとき，Γ と $j_1 \circ \ell_1 = j_2 \circ \ell_2$ を満たす $j_i \in \mathrm{Hom}(G_i, \Gamma)\,(i = 1, 2)$ が存在して，準同型 $f_i : G_i \to G, i = 1, 2$ が $f_1 \circ \ell_1 = f_2 \circ \ell_2$ を満たすなら，f_i は準同型 $g : \Gamma \to G$ を用いて $f_i = g \circ j_i$ と分解される．

(2) $\mathrm{Hom}(\pi_1(X), G) \mapsto \mathrm{Hom}(\pi_1(U), G) \times_{\pi_1(U \cap V)} \mathrm{Hom}(\pi_1(V), G)$
  (a) ホムパイワンエックスジー　から　ホムパイワンユージー　かけるパイワンユーかつブイ　ホムパイワンブイジー
  (b)
  (c) X は局所弧状連結，弧状連結，準局所単連結なハウスドルフ位相空間とする．$\{U, V\}$ は X の開被覆で，U, V が x_0 を共に含んでおり，U，V，$U \cap V$ 弧状連結，準局所単連結とするとき，

$$\mathrm{Hom}(\pi_1(X), G) \mapsto \mathrm{Hom}(\pi_1(U), G) \times_{\pi_1(U \cap V)} \mathrm{Hom}(\pi_1(V), G)$$

  は同型である．

(3) $\pi_1(U, x_0) *_{\pi_1(U \cap V, x_0)} \pi_1(V, x_0) \sim \pi_1(X, x_0)$
  (a) パイワンユーエックスゼロ　融合積パイワンユーかつブイエックスゼロ　パイワンブイエックスゼロ　同型　パイワンエックスエックスゼロ（van Kampen の定理）
  (b)
  (c) X は局所弧状連結，弧状連結，準局所単連結なハウスドルフ位相空間とする．$\{U, V\}$ は X の開被覆で，U, V が x_0 を共に含んでおり，U，V，$U \cap V$ 弧状連結，準局所単連結とするとき，同型

$$\pi_1(U, x_0) *_{\pi_1(U \cap V, x_0)} \pi_1(V, x_0) \sim \pi_1(X, x_0)$$

  が成り立つ．

27.7. **CW 複体.**

(1) $A \hookrightarrow X$
  (a) エー　コファイブレーション　エックス
  (b)
  (c) 連続包含写像 $A \hookrightarrow X$ がコファイブレーション以下の条件を満たしていることである．すなわち，位相空間 X と $F \in Z^{A\times I}$ と $f \in Z^X$ で $f(i(a)) = F(a,0)$ を満たすものに対して，$G : X \times I \to Z$ が存在して，すべての $a \in A$ と $t \in I$ に対して，$G(a,t) = F(a,t)$ が成り立ち，すべての $x \in X$ に対して，$f(x) = G(x,0)$ が成り立つ．たとえば，A を CW 複体 X の部分複体とするとき，$A \subset X$ はコファイブレーションである．

(2) $X_0 \subset X_1 \subset X_2 \subset \ldots \to X_\infty$
  (a) エックスゼロ　含まれる　エックス 1　含まれる　エックス 2　含まれる... 収束する　エックス無限
  (b)
  (c) $X_0 \subset X_1 \subset X_2 \subset \ldots \to X_\infty$ を以下の条件を満たす位相空間の列とする．
    (i) すべての n に対して，X_n は X_{n+1} の部分複体である．
    (ii) X_∞ は $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ に対して弱位相を持つ．
  X は CW 複体で，X_n その部分複体である．$x_0 \in X_0$ に対して，$n \geq q \geq 0$ とするとき，
$$\begin{aligned} \pi_q(X_n, x_0) &\to \pi_q(X_\infty, x_0) \\ H_q(X_n, x_0) &\to H_q(X_\infty, x_0) \end{aligned}$$
  が成り立つ．

(3) $X_0 \subset X_1 \subset X_2 \subset \ldots \to X_\infty$，$\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$,
$$\begin{aligned} \pi_q(X_n, x_0) &\to \pi_q(X_\infty, x_0) \\ H_q(X_n, x_0) &\to H_q(X_\infty, x_0). \end{aligned}$$

(4) $f_* : [(K,k_0),(X,x_0)] \to [(K,k_0),(Y,y_0)]$
  (a) エフスター　ケーケーゼロ　エックスエックスゼロ　から　ケーケーゼロ　ワイワイゼロ
  (b)
  (c) $0 \leq n \leq \infty$，(X,x_0) と (Y,y_0) は弧状連結基点つき空間とする．$f : (X,x_0) \to (Y,y_0)$ を n-同値とする．さらに，(K,k_0) を基点つき CW 複体とする．$\dim(K) \leq n-1$ なら，
$$f_* : [(K,k_0),(X,x_0)] \to [(K,k_0),(Y,y_0)]$$
  は同型で，$\dim(K) \leq n$ なら，
$$f_* : [(K,k_0),(X,x_0)] \to [(K,k_0),(Y,y_0)]$$
  は全射である．

(5) $f_* : \pi_q(X,x_0) \to \pi_q(Y,y_0)$
  (a) エフスター　パイキュー　エックスエックスゼロから　パイキュー　ワイワイゼロ
  (b)
  (c) (X,x_0) と (Y,y_0) 基点つき CW 複体とする．$f : (X,x_0) \to (Y,y_0)$ は連続写像で，$q \geq 1$ に対して，$f_* : \pi_q(X,x_0) \to \pi_q(Y,y_0)$ が同型であるとする．$f : (X,x_0) \to (Y,y_0)$ はホモトピー同値である．

(6) $f \simeq g : X \to Y$ rel A.
  (a)
  (b)
  (c) (X,A) and (Y,B) を CW 対とする．また，$f : (X,A) \to (Y,B)$ は連続写像とする．このとき，セル写像 $g : (X,A) \to (Y,B)$ があって $f|A = g|B$ かつ $f \simeq g : X \to Y$ rel A となるものが存在する．

27.8. **ファイブレーション (fibration).**

(1) $\delta([u]) = [(a_0, u(*', *_n))] \in \pi_{n-1}(F_f, (a_0, c_{b_0}))$
  (a) デルタ　同値類　ユーイコール　エーゼロ　ユースターダッシュ　スターエヌ属する　パイエヌマイナス１エフエフ　エーゼロ　シービーゼロ
  (b)
(2) $\ldots \to \pi_n(B, b_0) \to \pi_{n-1}(F_f, (a_0, c_{b_0})) \to \pi_{n-1}(A, a_0) \to \pi_{n-1}(B, b_0) \to \ldots$
  (a) から　パイエヌビービーゼロ　から　パイエヌマイナス１エフエフエーゼロ　シービーゼロ　から　パイエヌマイナス１エーエーゼロ　から　パイエヌマイナス１ビービーゼロ　から
  (b)
  (c) $f \in (B, b_0)^{(A, a_0)}$ を連続写像とする．$[u] \in \pi_n(B, b_0)$ とする．

$$\delta([u]) = [(a_0, u(*', *_n))] \in \pi_{n-1}(F_f, (a_0, c_{b_0}))$$

とおく．つまり，$v(t') = (a_0, u(t', *))$ とおくと，$\delta([u]) = [v]$ が成り立つ．時に，

$$\ldots \to \pi_n(B, b_0) \to \pi_{n-1}(F_f, (a_0, c_{b_0})) \to \pi_{n-1}(A, a_0) \to \pi_{n-1}(B, b_0) \to \ldots$$

は完全系列である．

27.9. ブラウン関手.

(1) $\mathcal{F} : (CW)_* \to (\mathrm{Sets})_*$
  (a) エフ　シーダブリュスター　から　セッツスター
  (b)
  (c) $\mathcal{F} : (CW)_* \to (\mathrm{Sets})_*$ がブラウン関手であるとは,
    (i) ホモトピー同値な写像は $\mathcal{F}$ によって同じ写像に移される.
    (ii) Λ を添え字集合とする．各 $\lambda \in \Lambda$ に対して，CW 複体 (X_λ, x_λ^0) が与えられているとする．$\iota_\lambda : (X_\lambda, x_\lambda^0) \to (\vee_{\lambda\in\Lambda} X_\lambda, x_0)$ を自然な包含写像とするとき,

$$\coprod_{\lambda\in\Lambda} : \mathcal{F}\left(\vee_{\lambda\in\Lambda} X_\lambda, x_0\right) \to \coprod_{\lambda\in\Lambda} \mathcal{F}(X_\lambda, x_\lambda^0)$$

    は全単射である.
    (iii) (X, x_0) を基点つき CW 複体とする．$A, B \subset X$ を部分複体として，自然な包含を

$$\iota_A : (A\cap B, x_0) \to (A, x_0),\ \iota_B : (A\cap B, x_0) \to (B, x_0),$$

$$j_A : (A, x_0) \to (X, x_0),\ j_B : (B, x_0) \to (X, x_0)$$

    と表す．さらに,

$$\begin{aligned}&\mathcal{F}(A, x_0) \times_{A\cap B} \mathcal{F}(B, x_0)\\ &= \{(u, v) \in \mathcal{F}(A, x_0) \times \mathcal{F}(B, x_0),\ \mathcal{F}(\iota_A)(u) = \mathcal{F}(\iota_B)(v) \in \mathcal{F}(A\cap B, x_0)\}\end{aligned}$$

    と書く．$A, B, A\cap B$ はすべて連結なら

$$(\mathcal{F}(j_A), \mathcal{F}(j_B)) \to \mathcal{F}(X, x_0) \to \mathcal{F}(A, x_0) \times_{A\cap B} \mathcal{F}(B, x_0)$$

    は全射である.

(2) ∞-普遍
  (a) 無限普遍
  (b) infinity universal
  (c) $1 \le n \le \infty$ とする．$u \in \mathcal{F}(X, x_0)$ が無限普遍とは写像

$$\pi_q(X, x_0) \to \mathcal{F}(S^q, *),\ [f] \mapsto \mathcal{F}(f)(u)$$

    は $1 \le q < n$ のときに，全単射で，$q = n$ のときは，全射であることを言う.

(3) $\mathrm{ev}_u : [(X, x_0), (B, b_0)] \to \mathcal{F}(X, x_0),\ [f] \mapsto \mathcal{F}(f)(u)$
  (a)
  (b)
  (c) $\mathcal{F} : (\mathrm{CW})_* \to (\mathrm{Sets})_*$ をブラウン関手とする．このとき，連結 CW 複体 (B, b_0) と $u \in \mathcal{F}(B, b_0)$ が存在して，$\mathrm{ev}_u : [(X, x_0), (B, b_0)] \to \mathcal{F}(X, x_0),\ [f] \mapsto \mathcal{F}(f)(u)$ が全単射となる．連結 CW 複体 (B, b_0) と $u \in \mathcal{F}(B, b_0)$ は基点を保つホモトピー同値を除いて一意的である.

(4) $\mathrm{ev}_u : [(X, x_0), (Z, z_0)] \to \mathcal{F}(X, x_0)$
  (a) エバリュエーションユー　エックスエックスゼロ　ゼットゼットゼロ　から　エフエックスエックスゼロ
  (b)
  (c) (Z, z_0) 連結 CW 複体とする．また，$u \in \mathcal{F}(Z, z_0)$ be ∞-普遍とする．このとき，任意の CW 複体 (X, x_0) に対して,

$$\mathrm{ev}_u : [(X, x_0), (Z, z_0)] \to \mathcal{F}(X, x_0)$$

    は全単射である.

(5) $f \in (X', x_0')^{(X, x_0)}$
  (a) エフ属する　エックスダッシュ　エックスダッシュゼロの　エックスエックスゼロ
  (b)

(c) 基点つき連結空間 (X, x_0) に対して，基点つき CW 複体 (X', x'_0) と弱同値 $f \in (X', x'_0)^{(X, x_0)}$ が存在する．

27.10. **BG,EG.**

(1) $\pi_1(BG,*)=G,\ \pi_q(BG,*)=0,\ q\geq 2.$
  (a) パイワン　ビージースター　イコール　ジー　パイキュー　ビージースター　イコール　ゼロ　キュー大なり 2
  (b)
(2) BG
  (a) ビージー
  (b)
  (c) G を離散群とする．連結基点つき CW 複体 $(BG,*)$ が存在して，
$$\pi_1(BG,*)=G,\ \pi_q(BG,*)=0,\ q\geq 2$$
が成り立つ．
(3) EG
  (a) イージー
  (b) $\tilde{\pi}:\tilde{BG}\to BG$ を不変被覆とするとき，$EG=\tilde{BG}$ と書く．さらに，基点つき CW 複体 (X,x_0) と主 G-束 $\pi:(E,e_0)\to(X,x_0)$ に対して，写像 $f:(X,x_0)\to(BG,*)$ が存在して，$(E,e_0)\simeq f^*(EG,*)$ が成り立つ．
(4) $\mathrm{ev}_u:[(X,x_0),(Z,z_0)]\to\mathcal{F}(X,x_0)$
  (a) エバリュエーションユー　エックスエックスゼロ　ゼットゼットゼロ　から　エフエックスエックスゼロ
  (b)
  (c) (Z,z_0) を連結基点つき CW 複体とする．$\mathcal{F}$ をブラウン関手とする．$u\in\mathcal{F}(Z,z_0)$ は無限 ∞-不変とする．このとき，任意の CW 複体 (X,x_0) につき，
$$\mathrm{ev}_u:[(X,x_0),(Z,z_0)]\to\mathcal{F}(X,x_0)$$
は全単射である．
(5) $(E,e_0)\simeq f^*(EG,*).$
  (a) イーイーゼロ　同相　エフスターイージースター
  (b)
  (c) (X,x_0) を連結基点つき CW 複体とする．また，$\pi:(E,e_0)\to(X,x_0)$ 主 G-束とする．このとき，連続写像 $f:(X,x_0)\to(BG,*)$ が一意的に存在して，$(E,e_0)\simeq f^*(EG,*)$ が成り立つ．
(6) $K(\pi,q)$
  (a) ケーパイキュー
  (b)
  (c) $q\geq 2$ とする．また，π をアーベル群とする．このとき，基点つき CW 複体 (X,x_0) が存在して，
$$\pi_n(X,x_0)=\pi,\ n=q,\ \pi_n(X,x_0)=0,\ n\neq q.$$
となる．(X,x_0) を Eilenberg-MacLane 複体といい，$X=K(\pi,q)$ とおいている．
(7) $G_{n,\infty}(\mathbb{R})$
  (a) ジーエヌ無限アール
  (b)
  (c)
(8) $G_{n,\infty}(\mathbb{C})$
  (a) ジーエヌ無限シー
  (b)
  (c)
(9) $G_{n,\infty}(\mathbb{R})=BO_n=BGL_n(\mathbb{R}).$
  (a) ジーエヌ無限アール　イコール　ビーオーエヌ　イコール　ビージーエルエヌアール
  (b)
  (c) すべての $n\in\mathbb{N}$ に対して成り立つ．

(10) $G_{n,\infty}(\mathbb{C}) = BU_n = BGL_n(\mathbb{C})$.
  (a) ジーエヌ無限シー　イコール　ビーユーエヌ　イコール　ビージーエルエヌシー
  (b)
  (c) すべての $n \in \mathbb{N}$ に対して成り立つ.

27.11. **Hurewicz のファイブレーション.**

(1) $H_n(C,N) \simeq N \otimes H_n(C,\mathbb{Z}) \oplus \mathrm{Tor}(H_{n-1}(C,\mathbb{Z}),N)$
  (a) エイチエヌシーエヌ　同型　エヌ　テンソル　エイチエヌシーゼット　プラス　トージョン　エイチエヌマイナス 1 シーゼットエヌ
  (b)
  (c) C を鎖群，N をアーベル群とする．このとき，同型

$$H_n(C,N) \simeq N \otimes H_n(C,\mathbb{Z}) \oplus \mathrm{Tor}(H_{n-1}(C,\mathbb{Z}),N)$$

  が成り立つ．

(2) $H^n(C,B) \simeq \mathrm{Hom}(H_n(C,\mathbb{Z}),B) \oplus \mathrm{Ext}(H_{n-1}(C,\mathbb{Z}),B)$.
  (a) エイチエヌシービー　同型　ホムエイチエヌシーゼットエヌ　直和　エクステンションエイチエヌマイナス 1 シーゼットビー
  (b)
  (c) C を鎖群，B をアーベル群とする．このとき，同型

$$H^n(C,B) \simeq \mathrm{Hom}(H_n(C,\mathbb{Z}),B) \oplus \mathrm{Ext}(H_{n-1}(C,\mathbb{Z}),B).$$

  が成り立つ．

(3) $\pi|_{\pi^{-1}(U)} : \pi^{-1}(U) \to U$
  (a)
  (b)
  (c) $\pi : E \to B$ を位相空間 E からパラコンパクトハウスドルフ空間 B への連続写像とする．仮に，開被覆 $\mathcal{U}$ が存在して，すべての $U \in \mathcal{U}$ に対して，Hurewicz の意味で

$$\pi|_{\pi^{-1}(U)} : \pi^{-1}(U) \to U$$

  ファイブレーションであるとする．このとき，$\pi : E \to B$ は Hurewicz の意味でファイブレーションである．

(4) Hurewicz のファイブレーション
  (a)
  (b)
  (c) $\pi : E \to B$ を F をファイバーとするファイバー束とする．このとき，$\pi : E \to B$ は Hurewicz の意味でファイブレーションである．

(5) $\ldots \to \pi_{q+1}(B,b_0) \to \pi_q(F,f_0) \to \pi_q(E,e_0) \to \pi_q(B,b_0) \to \ldots$
  (a) から　パイキュープラス 1 ビービーゼロ　から　パイキューエフエフゼロ　から　パイキューイーイーゼロ　から　パイキュービービーゼロ　から
  (b)
  (c) $\pi : E \to B$ を F をファイバーとするファイバー束とする．同型 $F \simeq \pi^{-1}(b_0) \subset E$ において，$f_0 \in F$ が $e_0 \in E$ に対応すると仮定する．このとき，

$$\ldots \to \pi_{q+1}(B,b_0) \to \pi_q(F,f_0) \to \pi_q(E,e_0) \to \pi_q(B,b_0) \to \ldots$$

  は完全系列である．

(6) $f_0^*E \simeq f_1^*E$.
  (a) エフゼロスターイー　同型　エフワンスターイー
  (b)
  (c) $\pi : E \to B$ を主 G-束とする．また，X をパラコンパクトハウスドルフ空間とする．ホモトピー同値 $f_0 \simeq f_1 : X \to B$ が成り立っているとする．このとき，主 G-束としての同型 $f_0^*E \simeq f_1^*E$ が成り立つ．

(7) $(f_0^*E,(x_0,e_0)) \simeq (f_1^*E,(x_0,e_0))$.
  (a) エフゼロスターイー　エックスゼロイーゼロ　同型　エフワンスターイー　エックスゼロイーゼロ
  (b)

(c) $\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ はファイバー束，(X, x_0) は CW 複体，$f_0 \simeq f_1 : (X, x_0) \to (B, b_0)$ はホモトピー同値とする．このとき，ファイバー束としての同型 $(f^*E, (x_0, e_0)) \simeq (f_1^*E, (x_0, e_0))$ が成り立つ．

(8) $[(A \cap B, x_0), (G, 1)] \to \mathcal{H}(X, x_0; G) \to \mathcal{H}(A, x_0; G) \times_{A \cap B} \mathcal{H}(B, x_0; G) \to *$

(a) エーかつビー　エックスゼロ　ジー 1 から　エイチエックスエックスゼロジー　から　エイチエーエックスゼロジー　かけるエーかつビー　エイチビーエックスゼロジー　から　スター

(b)

(c) (X, x_0) を基点つき CW 複体とする．また，A と B は x_0 を含む部分 CW 複体とする．$A \cup B = X$ が成り立つなら，

$$[(A \cap B, x_0), (G, 1)] \to \mathcal{H}(X, x_0; G) \to \mathcal{H}(A, x_0; G) \times_{A \cap B} \mathcal{H}(B, x_0; G) \to *$$

は完全系列である．

(9) $\delta : \pi_{n-1}(G, e_G) = [(S^{n-1}, *), (G, e_G)] = [(S^n_+ \cap S^n_-, *), (G, e_G)] \to \mathcal{H}(S^n, *; G) = \mathcal{H}(S^n_+ \cup S^n_-, *; G)$.

(a) デルタ　パイエヌマイナス 1 ジー　イージー　イコール　エスエヌマイナス 1　スター　ジーイージーイコール　エスエヌプラス　かつ　エスエヌマイナス　スター　ジー　イージー　からエイチエスエヌ　スター　ジー　イコール　エイチ　エスエヌプラス　かつ　エスエヌマイナス　スター　ジー

(b)

(c) δ は全射である．特に，G が弧状連結なら $\pi_{n-1}(G) \simeq \mathcal{H}(S^n, G)$ となる．

(10) $\mathcal{H}(\cdot; G) : (CW)_* \to (\mathrm{Sets})_*$

(a) エイチどっとジー　シーダブリュスター　から　セッツスター

(b)

(c) G は局所コンパクト位相群とするとき，$\mathcal{H}(\cdot; G) : (CW)_* \to (\mathrm{Sets})_*$ はブラウン関手である．

(11) $B \simeq BG$

(a) ビー　同相　ビージー

(b)

(c) $\pi : (E, e_0) \to (B, b_0)$ を基点つき主 G-束とする．E が弱可縮で，B が連結 CW 複体なら，$B \simeq BG$ で $\pi : E \to B$ は主 G-束である．

(1) $f^*E\mathbb{C}^* \in \bar{\mathcal{H}}(X, \mathbb{C}^*) \mapsto f^*c_1 \in H^2(X, \mathbb{Z})$.

(a) エフスターイーシースター　属する　エイチバーエックスシー　から　エフスターシーワン　属する　エイチ 2 エックスゼット

(b)

(c) 次の同型が成り立つ．

$$\begin{aligned} c_1 : \bar{\mathcal{H}}(X; \mathbb{C}) &\simeq \mathcal{H}(X, x_0; \mathbb{C}) \simeq \mathcal{H}(X, x_0; GL_1(\mathbb{C})) \\ &\simeq [(X, x_0), (BGL_1(\mathbb{C}), *)] \simeq [(X, x_0), (\mathbb{C}P^\infty, *)] \simeq [(X, x_0), (K(\mathbb{Z}, 2), *)] \simeq H^2(X, \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

$$f^*E\mathbb{C}^* \in \bar{\mathcal{H}}(X, \mathbb{C}^*) \mapsto f^*c_1 \in H^2(X, \mathbb{Z}).$$

(2) $E \times_{GL_n(\mathbb{R})} \mathbb{C}^* \to B$

(a) イー　かける　ジーエルエヌアール　シースター　から　ビー

(b)

(c) $\pi : E \to B$ を主 $GL_n(\mathbb{R})$-束とするとき，次は同値である．

(i) $c_1(E) = 0 \in H^2(B; \mathbb{Z})$.

(ii) $E \times_{GL_n(\mathbb{R})} \mathbb{C}^* \to B$ は自明である．

(3) $E' \times_{Spin_n} SO_n \simeq E$.

(a) イーダッシュ　かける　スピンエヌ　エスオーエヌ　同型　エイー

(b)

(c) $\pi : E \to B$ を主 SO_n-束とするとき，次は同値である．

(i) $w_2(E) = 0 \in H^2(B : \mathbb{Z}/2)$.

(ii) 主 $Spin_n$-束 $\pi' : E' \to B$ が存在して，$E' \times_{Spin_n} SO_n \simeq E$ となる．

(4) (a)
(b)
(c)
(5) (a)
(b)
(c)
(6) (a)
(b)
(c)
(7) (a)
(b)
(c)
(8) (a)
(b)
(c)
(9) (a)
(b)
(c)
(10) (a)
(b)
(c)
(11) (a)
(b)
(c)
(12) (a)
(b)
(c)
(13) (a)
(b)
(c)

28. 微分幾何学

28.1. 多様体.

(1) $\mathbb{R}^n$
  (a) アールエヌ　アール n
  (b) $R\ n$
(2) $\mathbb{C}^n$
  (a) シーエヌ　シー n
  (b) $C\ n$
(3) S^1
  (a) エスワン
  (b) S one
(4) S^n
  (a) エスエヌ
  (b) $S\ n$
  (c) $S^n = \{(x_1, x_2, \cdots, x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1} : {x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_{n+1}}^2 = 1\}$ と定める.
(5) $\mathbb{R}P^n$
  (a) アールピーエヌ
  (b) $R\ P\ n$
(6) $\mathbb{C}P^n$
  (a) シーピーエヌ
  (b) $C\ P\ n$
(7) $\mathbb{T}^2$
  (a) ティーツー
  (b) $T\ 2$
  (c) $\mathbb{T}^2 = S^1 \times S^1$ で定義される.
(8) $\mathbb{T}^n$
  (a) ティーエヌ
  (b) $T\ n$
  (c) n 直積を用いて，$\mathbb{T}^n$ は $\mathbb{T}^n = (S^1)^n$ で定義される.
(9) $f^{-1}(a)$
  (a) エフインバースエー
  (b)
  (c) $f : M \to N$ を多様体の間の C^∞-写像とする．$a \in N$ が正則値であるなら，$f^{-1}(a)$ は M の部分多様体となる.
(10) $GL_n(\mathbb{R})$
  (a) ジーエル n アール
  (b)
  (c) n 次実可逆行列の全体
(11) $GL_n(\mathbb{C})$
  (a) ジーエル n シー
  (b)
  (c) n 次複素可逆行列の全体
(12) $O_n(\mathbb{R})$, O_n
  (a) オーエヌアール，オーエヌ
  (b)
  (c) n 次直交行列の全体
(13) $SO_n(\mathbb{R})$, SO_n
  (a) エスオーエヌアール，エスオーエヌ
  (b)
  (c) n 次直交行列で行列式が 1 であるものの全体

(14) $U_n(\mathbb{R})$, U_n
  (a) ユーエヌアール，ユーエヌ
  (b)
  (c) n 次ユニタリー行列の全体
(15) $SU_n(\mathbb{R})$, SU_n
  (a) エスユーエヌアール，エスユーエヌ
  (b)
  (c) n 次ユニタリー行列で行列式が 1 であるものの全体
(16) $SL(m,\mathbb{R})$
  (a) エスエル　エム　アール
  (b)
  (c) m 次複素可逆行列で，行列式が 1 の全体のなす群
(17) $GL(m,\mathbb{R})$
  (a) エスエル　エム　アール
  (b)
  (c) m 次実可逆行列で，行列式が 1 の全体のなす群
(18) $GL(m,\mathbb{C})$
  (a) ジーエル　エム　シー
  (b)
  (c) m 次複素可逆行列全体のなす群
(19) $GL(m,\mathbb{R})$
  (a) ジーエル　エム　アール
  (b)
  (c) m 次実可逆行列全体のなす群
(20) $\mathcal{O}_{1,m}$
  (a) オー　1　エム
  (b)
  (c) $\mathbb{R}^{m+1}$ の線形変換で，2 次形式 $Q(x) = -{x_0}^2 + {x_1}^2 + \cdots + {x_m}^2$ を保つもの全体を表す.
(21) $\mathcal{O}^+_{1,m}$
  (a) オー　プラス　1　エム
  (b)
  (c) $\mathbb{R}^{m+1}$ の線形変換で，H^m を保ち，2 次形式 $Q(x) = -{x_0}^2 + {x_1}^2 + \cdots + {x_m}^2$ を保つもの全体を表す.
(22) $O(m)$
  (a) オー　エム
  (b)
  (c) 実直交行列全体を表す.
(23) $U(m)$
  (a) ユー　エム
  (b)
  (c) 複素直交行列全体を表す.
(24) $\mathfrak{o}(m)$
  (a) オー　エム
  (b)
  (c) $\mathfrak{o}(m) = \mathfrak{s}o(m)$
(25) $\mathfrak{u}(m)$
  (a) ユー　エム
  (b)
  (c) $\mathfrak{u}(m) = \mathfrak{s}u(m)$
(26) $\mathfrak{o}(m)$
  (a) オー　エム

(b)
(c) $\mathfrak{o}(m) = \{A \in \mathfrak{g}l(m, \mathbb{R}) : A + {}^tA = 0\}$

(27) $\mathfrak{g}l(m, \mathbb{C})$
(a) ジーエル　エム　シー
(b)
(c) $GL(m, \mathbb{C})$ のリー環，集合としては $M_m(\mathbb{C})$ と同じ．

(28) $\mathfrak{g}l(m, \mathbb{R})$
(a) ジーエル　エム　アール
(b)
(c) $GL(m, \mathbb{R})$ のリー環，集合としては $M_m(\mathbb{R})$ と同じ．

(29) $\mathfrak{s}l(m, \mathbb{C})$
(a) エスエル　エム　シー
(b)
(c) $SL(m, \mathbb{C})$ のリー環，集合としては $\{A \in M_m(\mathbb{C}) : \mathrm{Tr}(A) = 0\}$ と同じ．

(30) $\mathfrak{s}l(m, \mathbb{R})$
(a) エスエル　エム　アール
(b)
(c) $SL(m, \mathbb{R})$ のリー環，集合としては $\{A \in M_m(\mathbb{R}) : \mathrm{Tr}(A) = 0\}$ と同じ．

(31) (a)
(b)

(32) (a)
(b)

(33) (a)
(b)

(34) (a)
(b)

28.2. **多様体上の関数.**

(1) $\mathcal{C}(X, Y)$
  (a) シー　エックスワイ
  (b)
  (c) 位相空間 X から位相空間 Y への連続写像全体のなす位相空間である．コンパクト-開位相を入れる.
(2) $C_0(M)$
  (a) シーゼロ　エム
  (b)
  (c) コンパクト台をもつ連続関数全体
(3) $C^r(M)$
  (a) シーアールエム
  (b)
  (c) M 上の C^r-級関数全体

28.3. **ベクトル場，微分形式.**

(1) $\omega \wedge \omega'$
  (a) オメガウエッジオメガダッシュ
  (b)
  (c) 微分形式の積.
(2) $d\omega$
  (a) ディーオメガ
  (b)
  (c) ω の外微分
(3) $\Omega^k(M)$
  (a) オメガケーエム
  (b)
  (c) M 上の k 次微分形式全体のなす集合

28.4. リー群，リー環.

(1) $GL_n(\mathbb{R})$
  (a) ジーエル n アール
  (b)
  (c) n 次実可逆行列の全体
(2) $GL_n(\mathbb{C})$
  (a) ジーエル n シー
  (b)
  (c) n 次複素可逆行列の全体
(3) $\mathcal{X}(G)$
  (a) エックスエム
  (b)
  (c) G のベクトル場
(4) $\mathrm{Lig}(G)$
  (a) リージー
  (b)
  (c) リー群 G の左不変ベクトル場の全体のなすリー環
(5) $[X, Y]$
  (a) ブラケットエックスワイ
  (b)
  (c) $[X, Y] = XY - YX$, $X, Y \in \mathrm{Lie}(G)$ で与えられる.
(6) (a)
  (b)
  (c)
(7) $\mathrm{ad}(X)$
  (a) アジョイントエックス
  (b)
  (c) リー群 G に対して，$\mathrm{ad}(X)$ とは $\mathrm{Lie}(G)$ からそれ自身への同型写像であり，具体的には $\mathrm{ad}(X)(Y) = [X, Y]$ で与えられる.
(8) $\exp(X)$
  (a) エクスポネンシャルエックス
  (b)
  (c) $X \in \mathrm{Lie}(G)$ に対して，次の条件を満たす X の積分曲線 $t \in \mathbb{R} \mapsto \exp(tX) \in G$ が唯一定まる.
    (i) $\exp(0X) = e_G$
    (ii) $\dfrac{d}{dt}\exp(tX)|_{t=0} = X_e$
    この曲線の $t = 1$ における値を $\exp(X)$ と書く.
(9) $\exp(X) = \displaystyle\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{j!} X^j$
  (a) エクスポネンシャルエックス　イコール　シグマジェーイコール 0 から無限大ジェーの階乗分の 1 エックスの j 乗
  (b)
  (c) リー群 G が線形群，つまり $GL_n(\mathbb{R}), GL_n(\mathbb{C})$ の部分群の場合は行列の指数関数はテーラー展開によっても定義される.
(10) $\tilde{G}$
  (a) ジーチルダ
  (b)
  (c) リー群 G の普遍被覆は再びリー群になる.
(11) (a)
  (b)

(c)
(12) (a)
(b)
(c)
(13) (a)
(b)
(c)

28.5. ド・ラームコホモロジー.

(1) $\Omega^k(M)$
  (a) オメガケーエム
  (b)
  (c) M 上の k 次微分形式全体のなす集合
(2) $Z^k_{dR}(M)$
  (a)
  (b)
  (c)
(3) $B^k_{dR}(M)$
  (a)
  (b)
  (c)
(4) $H^1_{dR}(M)$
  (a) エイチド・ラーム 1 エム
  (b) first de Rham colomology group of M
  (c) 多様体 M の 1 次ドラームコホモロジー
(5) $H^t_{deR}(M)$, $H^t_{dR}(M)$
  (a) エイチティー　ド・ラーム　エム
  (b) t-th de Rham cohomology of M
  (c) t 次のド・ラームコホモロジーを表す.
(6) (a)
  (b)
  (c)
(7) (a)
  (b)
  (c) マイヤー・ビートリス系列
(8) (a)
  (b)
  (c)
(9) (a)
  (b)
  (c)
(10) (a)
  (b)
  (c)
(11) (a)
  (b)
  (c)
(12) (a)
  (b)
  (c)
(13) (a)
  (b)
  (c)
(14) (a)
  (b)
  (c)
(15) (a)
  (b)
  (c)

(16) (a)
(b)
(c)
(17) (a)
(b)
(c)
(18) (a)
(b)
(c)

28.6. **ベクトル束.**

(1) $\pi : E \to M$
  (a) パイイーからエム
  (b)
  (c) ベクトル束の基本的な表し方.
(2) $E \times F$
  (a) イーかけるエフ
  (b) E cross F
  (c) ベクトル束のテンソル
(3) E^*
  (a) イースター
  (b) E star
  (c) 双対
(4) TM
  (a)
  (b) tangent bundle of M
  (c) M の接束
(5) T^*M
  (a) ティースターエム
  (b) cotangent bundle of M
  (c) M の余接束
(6) $\Omega(M)$
  (a) オメガエム
  (b)
  (c)
(7) (a)
  (b)
  (c)
(8) (a)
  (b)
  (c)
(9) (a)
  (b)
  (c)
(10) (a)
  (b)
  (c)
(11) (a)
  (b)
  (c)
(12) (a)
  (b)
  (c)
(13) (a)
  (b)
  (c)
(14) (a)
  (b)
  (c)

28.7. **共形微分.**

(1) $d^{\nabla}s$
  (a) ディーナブラエス
  (b)
  (c) s の ∇ による共変微分.
(2) $df(v)$
  (a) ディーエフブイ
  (b) $d\ f$ of v
  (c) 写像 f の微分 df による接ベクトル v の像を表す.
(3) ∇
  (a) ナブラ
  (b) nabla
  (c) 接続を表す記号の例．厳密には接続は共変微分という．本書では接続ということにする.
(4) $\nabla\xi$
  (a) ナブラクシー
  (b) nabla xi
  (c) 切断 ξ の接続 ∇ による像
(5) $\nabla_X\xi$
  (a) ナブラエックスクシー
  (b) nabla X xi, Lie derivative of xi along X
  (c) 切断 ξ の接続 ∇ による像にベクトル場 X を作用させたもの.
(6) $R(X,Y)\xi$
  (a) アールエックスワイクシー
  (b)
  (c) R は曲率を表す．ベクトル場 X, Y と切断 ξ をこのように作用させる．定義は

$$R(X,Y)\xi = \nabla_X\nabla_Y\xi - \nabla_Y\nabla_X\xi - \nabla_{[X,Y]}\xi$$

  である.
(7) $g(X,Y)$
  (a) ジーエックスワイ
  (b) g of X, Y
  (c) リーマン計量 g はベクトル場 X, Y とこのように結びつく．共形微分 ∇ が

$$X[g(Y,Z)] = g(\nabla_X Y, Z) + g(Y, \nabla_X Z)$$

  を満たす時，∇ は g を保つという.
(8) $f^*\nabla$
  (a) エフスターナブラ
  (b)
  (c) 共変微分の f による引き戻し.
(9) vol_g
  (a) ボリュームジー
  (b)
  (c) リーマン計量 g が与えられるとこれを用いて，vol_g を定める．これは体積を計算する規則を与える.
(10) grad
  (a) グラディエント
  (b)
  (c) リーマン計量 g が与えられたとき，それに応じて勾配 grad を次のように定める．勾配とは，与えられた関数 $f \in C^\infty(M)$ に対してベクトル場 $\mathrm{grad}(f) \in \mathcal{X}(M)$ を

$$g(\mathrm{grad}(f), X) = X(f),\ X \in \mathcal{X}(M)$$

となるように定める.

(11) div
  (a) ダイバージェンス
  (b) divergence
  (c) ベクトル場 X に対して，関数 $\mathrm{div}X$ を g から定まる Levi-Civita 接続 ∇^g を用いて,

$$\mathrm{div}X = \nabla^g X \text{ の縮約}$$

と定める.

(12) rot
  (a) ローテーション
  (b) rotation
  (c) ベクトル場 X の回転を $\mathrm{rot}(X)$ と定める.

(13) Δ
  (a) ラプラシアン
  (b) Laplacian
  (c) $\Delta = \mathrm{divgrad}$ と定める.

(14) ∂A
  (a) エーの境界
  (b) the boundary of A
  (c) A の境界.

(15) $A(X,Y)$
  (a) エーエックスワイ
  (b)
  (c)

(16) $Dd\varphi(X,Y) = \varphi^*\nabla_X d\varphi(Y) - d\varphi(\nabla_X Y)$
  (a) ディーディーファイイコールファイスターナブラエックスディーファイワイマイナスディーファイナブラエックスワイ
  (b)
  (c)

(17) $g(S_\nu(X),Y) = -g(A(X,Y),\nu)$
  (a) ジーエスニューエックスワイイコールマイナスジーエーエックスワイニュー
  (b)
  (c) これによって，シェープ作用素 S_ν を定める.

(18) $(\quad,\quad)_g, \langle\quad,\quad\rangle_g$
  (a) 内積ジー
  (b)
  (c) リーマン計量 g の定める内積をこのように表す.

(19) $(Jf)_p$
  (a) ジェーエフ　ピー
  (b)
  (c) p におけるヤコビアンの値

(20) (M,g)
  (a) エムジー
  (b)
  (c) M は多様体で，g はリーマン計量

(21) $(\mathbb{R}^m_+, g_P)$
  (a) アールエムプラス　ジーピー
  (b)
  (c) g_P は上半空間 $\mathbb{R}^m_+$ のポアンカレ計量.

(22) $(\mathbb{R}^m, g_0)$
  (a) アールエム　ジーゼロ
  (b)

(c) g_0 は $\mathbb{R}^m$ の標準的なリーマン計量.

(23) $(\mathbb{R}^m, g_{\mathrm{st}})$
(a) アールエム　ジースタンダード
(b)
(c) g_{st} は $\mathbb{R}^m$ の標準的なリーマン計量.

(24) $[X, Y]$
(a) ブラケットエックスワイ
(b)
(c) $[X, Y] = XY - YX$ で与えられる.

(25) $\|v\|_0$
(a) ブイ　ゼロ
(b) the magnitude of v
(c) $v \in \mathbb{R}^n$ の長さ

(26) $\otimes$
(a) テンソル
(b)
(c) 微分形式などの掛け算を表す.

(27) $A^1(M)$
(a) エーワンエム
(b)
(c) 多様体 M における 1 次微分形式の全体

(28) $A^t(M)$
(a) エーティーエム
(b)
(c) 多様体 M における t 次微分形式の全体

(29) ∂A
(a) A の境界
(b)
(c) A の境界を表す.

(30) $Dd\phi$
(a) ディーディーファイ
(b)
(c) 写像 ϕ のヘッシアンを表す．具体的には以下の通りである．(M, g) と $(\overline{M}, \overline{g})$ をリーマン多様体とする．それぞれにはレビ・チビタ接続 $\nabla, \overline{\nabla}$ を与えておく．$\phi : M \to \overline{M}$ をなめらかな写像とする．すると，誘導接続

$$\overline{\nabla}^{\phi} : \mathcal{X}(M) \times \mathcal{X}_{\phi}(M, \overline{M}) \to \mathcal{X}_{\phi}(M, \overline{M})$$

が定義される．これを用いて

$$Dd\phi(X, Y) = \overline{\nabla}^{\phi}_X(d\phi(X)) - d\phi(\nabla_X Y) \quad (X, Y \in \mathcal{X}(M))$$

と定める.

(31) Δ
(a) ラプラシアン
(b)
(c) 微分幾何学におけるラプラシアンは $\Delta = -d \circ \partial - \partial \circ d : \Omega^p(M) \to \Omega^p(M)$ で与えられて，正値になることが知られている.

(32) $\mathcal{I}(M, g)$
(a) アイ　エム　ジー
(b)
(c) (M, g) における等長写像全体のなす群

(33) δ_g
(a) デルタジー

(b)
(c) δ_g は $\mathcal{I}(M,g)$ 上の距離で，$\delta_g(\phi,\psi)=\sup\{d_g(\phi(x),\psi(x))\,:\,x\in M\}$ で与えられる．

(34) $\mathrm{div}(X)$
(a) ダイーバージェンス　エックス
(b) divergence of X
(c) X の発散を表す．

(35) $d\omega$
(a) ディーオメガ
(b)
(c) ω の外微分を表す．

(36) $\mathrm{Exp}(\xi)$
(a) イクスポネンシャル　クシー
(b)
(c) リー群における指数写像 Exp による ξ の像

(37) $G\backslash X$
(a) ジー　左作用　エックス
(b)
(c) G が左から X に作用している．

(38) $GL(V)$
(a) ジーエルブイ
(b)
(c) V の線形同型全体のなす群

(39) g_p
(a) ジーピー
(b)
(c) リーマン計量 g によって得られる T_pM における内積

(40) $\mathrm{grad}f$
(a) グラディエント　エフ
(b)
(c) $g(\mathrm{grad}f,X)=Xf$ を満たす．

(41) $\mathcal{H}^t(M,g)$
(a) エイチ　ティー　エム　ジー
(b)
(c) t 次調和形式全体を表す．つまり，t-形式で，Δ によって消えるもの全体である．

28.8. **枠バンドルの用語.**

(1) $F(M)$
  (a) エフ　エム
  (b)
  (c) (M^m, g) を多様体とする.

$$F_p(M) = \{(v_1, v_2, \cdots, v_m) \in T_p(M) : (v_1, v_2, \cdots, v_m) \text{ は一次独立 }\}$$

  で与えられる主 $GL_m(\mathbb{R})$-束.

(2) $F^+(M)$
  (a) エフ　プラス　エム
  (b)
  (c) (M^m, g) を多様体とする.

$$F_p(M) = \{(v_1, v_2, \cdots, v_m) \in T_p(M) : (v_1, v_2, \cdots, v_m) \text{ は一次独立で正の向き }\}$$

  で与えられる主 $GL_m^+(\mathbb{R})$-束.

(3) $O(M)$
  (a) オー　エム
  (b)
  (c) $F(M)$ の元の中で，特に正規直交系をなしているもの全体．主 $O(m)$-束となる.

(4) $O^+(M)$
  (a) オー　プラス　エム
  (b)
  (c) $F(M)$ の元の中で，特に正の向きで正規直交系をなしているもの全体．主 $O(m)$-束となる.

28.9. **測地線に関する用語.**

(1) $\Gamma_{i,j}^k$
  (a) ガンマ　アイ　ジェー　ケー
  (b)
  (c) $\Gamma_{i,j}^k$ は関係式 $\nabla_{\partial_i}\partial_j = \Gamma_{i,j}^k \partial_k$ で結ばれる.

(2) $L(c)$
  (a) エル　シー
  (b) the length of c
  (c) (M,g) をリーマン多様体として，$c:[a,b]\to M$ を区分的に C^1-級の曲線とする．このとき，c のエネルギー $L(c)$ は

$$L(c) = \int_a^b \sqrt{g_{c(t)}\left(\frac{dc}{dt}(t), \frac{dc}{dt}(t)\right)}\, dt$$

  で与えられる.

(3) $B(p,a)$
  (a) ビーピーエー
  (b)
  (c) p を中心とした半径 a の球

(4) $\mathcal{C}(p)$
  (a)
  (b)
  (c) p の最小跡，$\mathcal{C}(p)\subset M$ までは指数写像 $\exp_p$ によって同相に移される.

(5) $E(c)$
  (a) イーシー
  (b)
  (c) (M,g) をリーマン多様体として，$c:[a,b]\to M$ を区分的に C^1-級の曲線とする．このとき，c のエネルギー $E(c)$ は

$$E(c) = \int_a^b g_{c(t)}\left(\frac{dc}{dt}(t), \frac{dc}{dt}(t)\right)\, dt$$

  で与えられる.

(6) $\exp_p v$
  (a) イクスポネンシャル　ピー　ブイ
  (b)
  (c) p における指数写像による v の像

28.10. 種々の曲率と曲率に関係する用語.

(1) H^m
  (a) エイチエム
  (b) the hyperbolic space H m
  (c) $H^m = \{(p_0, p_1, \cdots, p_m) \in \mathbb{R}^{m+1} : p_0 = \sqrt{1 + {p_1}^2 + {p_2}^2 + \cdots + {p_m}^2}\}$ で与えられて，$\mathbb{R}^{m+1}$ 上の非退化 2 次形式

$$g = -dp_0 \otimes dp_0 + \sum_{j=1}^{m} dp_j \otimes dp_j$$

を M に制限したものを g_{-1} とすると，(H^m, g_{-1}) は曲率が -1 となる空間である．(H^m, g_{-1}) は m 次元双曲空間という．

(2) $\mathcal{H}_p$
  (a) エイチ　ピー
  (b) (i) H sub p
    (ii) the mean curvatue at p
  (c) T_pM の正規直交基底を $\{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ として，$\mathcal{H}_p = \sum_{i=1}^{m} \mathcal{A}_p(e_i, e_i)$ と定める．

(3) $K(\sigma)$
  (a) ケー　シグマ
  (b) (i) K of sigma
    (ii) the sectional curvature of sigma
  (c) $p \in M$ を (M, g) の点，$\sigma = \mathrm{Span}(u, v) \subset T_p(M)$ を 2 次元線形空間とするとき，断面曲率 $K(\sigma)$ を $K(\sigma) = \dfrac{g(R(u,v)v, u)}{g(u,u)g(v,v) - g(u,v)^2}$ で定める．

(4) κ_c
  (a) カッパ　シー
  (b) (i) kappa sub c
    (ii) the geodesic curvature of c
  (c) M を 2 次元の向きづけられたリーマン多様体とする．$c : I \to M$ を測度 1 の測地線とする．ν を c に対応する外向き法線とする．このとき，$\nabla_{c'(t)} c'(t) = -\kappa_c(t)\nu(t)$ で κ_c を定めて，κ_c を測地的曲率という．

(5) M_k
  (a) エムケー
  (b) (i) M sub k
    (ii) the constant curvature space M k
  (c) 定曲率 k の単連結空間形

(6) ν_{bA}
  (a) ニュー　ビーエー
  (b) the outer normal vector of the boundary A
  (c) A の外向き単位法ベクトル場である．

(7) $\Pi(c; \tau, t)(v)$
  (a) パイ　シー　タウ　ティー　ブイ
  (b) pi of c tau t of v
  (c) 曲線 $c : I \to M$ が与えられたとする．$T_{c(\tau)}$ の接ベクトル v を $c(t)$ まで平行移動して得られる $w \in T_{c(t)}M$ を考える．この w を $\Pi(c; \tau, t)$ と表す．

(8) $\pi_1(M, p)$
  (a) パイ 1 エムピー
  (b) (i) the fundamental group of M with base point p
    (ii) pi sub one of M p
    (iii) pi one M p

(c) M の p に関する基本群

(9) $P^m(\mathbb{R})$

(a) ピーエムアール

(b) (i) the m dimensional real projective space

(ii) $P\ m\ R$

(c) $\mathbb{R}^{m+1}$ の原点 O を通る直線全体のなす多様体

(10) Ric

(a) リッチ

(b) the Ricci curvature

(c) リッチ曲率を表す.

(11) $\mathrm{Ric}(u,v)$

(a) リッチ　ユー　ブイ

(b) the Ricci curvature of $u\ v$

(c) $\mathrm{Ric}(v,v)$ は $\{v,e_2,e_3,\cdots,e_m\}$ が正規直交基底のとき，$\mathrm{Ric}(v,v)=\displaystyle\sum_{i=2}^{m}K(v,e_i)$ で与えられる．また，$\mathrm{Ric}(u,v)$ は u,v に関して双線形である.

(12) $\mathrm{supp}(f)$

(a) サポートエフ

(b) the support of f

(c) f の台

(13) $\tau(\phi)_p$

(a) タウ　ファイ　ピー

(b) tau phi at p

(c) $\{e_1,e_2,\cdots,e_m\}$ を $T_p(M)$ における正規直交基底全体とする．$\tau(\phi)_p=\displaystyle\sum_{i=1}^{m}Dd\phi(e_i,e_i)$ と定める.

(14) $\mathcal{X}_\phi(N,M)$

(a) エックスファイエヌエム

(b) X sub phi of $N\ M$

(c) $\mathcal{X}_\phi(N,M)=\{X:C^\infty(M)\mapsto C^\infty(N)\ :\ X$ は線形で,$X(f\cdot g)=f\circ\phi\cdot Xg+Xf\cdot g\circ\phi\}$

(15) (a)

(b)

(c)

(16) (a)

(b)

(c)

(17) (a)

(b)

(c)

(18) (a)

(b)

(c)

(19) (a)

(b)

(c)

(20) (a)

(b)

(c)

(21) (a)

(b)

(c)

(22) (a)
(b)
(c)
(23) (a)
(b)
(c)
(24) (a)
(b)
(c)
(25) (a)
(b)
(c)

Part 12. 解析

29. 1 変数複素解析

29.1. コーシーの積分定理.

(1) Ω
  (a) オメガ
  (b) Omega
  (c) 複素平面内の領域，つまり連結開集合は Ω, D などで表されることが多い．日本語でもオームとは読まない．

(2) $f : \Omega \to \mathbb{C}$
  (a) エフオメガからシー
  (b)
  (c) f が Ω から $\mathbb{C}$ への写像であることを意味する．f は Ω 上の複素数値関数であるという言い方もある．

(3) $f'(z) = \lim_{w \to 0} \dfrac{f(z+w) - f(z)}{w}$
  (a) (i) エフダッシュゼット　イコール　リミット　ダブル近づくゼロダブル分のエフゼットプラスダブル　マイナス　エフゼット
    (ii) エフダッシュゼット　イコール　リミット　ダブルがゼロに近づくときのダブル分の　エフゼットプラスダブル　マイナス　エフゼット
  (b) f prime of z equals (the) limit of f (of) z plus w minus f (of) z over w
  (c) 導関数の定義は通常の定義と同じである．z の発音 zi

(4) $\displaystyle\int_C f(z)dz$
  (a) インテグラルシーエフゼットディーゼット
  (b) (i) integral of f over C
    (ii) path integral of f over C
    (iii) line integral of f over C
    (iv) integral of f over a path C
    (v) path integral of f over a path C
    (vi) integral of f over a path C
  (c) C が $z = \gamma(t)$, $a \le t \le b$ で与えられるときは，この積分は

$$\int_C f(z)dz = \int_a^b f(\gamma(t))\gamma'(t)\,dt$$

  で与えられる．

(5) $\displaystyle\oint_C f(z)dz$
  (a) インテグラルマルシーエフゼットディーゼット
  (b) (i) integral of f over C
    (ii) integral of f over a contour C
    (iii) contour integral of f over C
    (iv) contour integral of f over a contour C
  (c) 積分経路 C の始点と終点が一致する場合は $\int$ の代わりに $\oint$ を用いることがある．

(6) $\displaystyle\int_a^z f(w)\,dw$
  (a) インテグラルエーからゼットまでエフダブルディーダブル
  (b) (i) integral from a to z of f w d w
    (ii) integral from a to z of f of w d w
    (iii) integral from a to z of f

(c) f の不定積分が存在すれば，このように表す．

(7) $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$

(a) エフゼットイコールシグマエヌイコールゼロから無限大エーエヌゼットの n 乗

(b) (i) f z equals summation for n equal to zero to infinity of a n z n to n

(ii) f of z equals summation for n equal to zero to infinity of a n z n to n

(c) このような展開をテーラー展開という．

(8) $\Delta^*(r) = \Delta(r) \setminus \{0\}$

(a) デルタスターアールイコールデルタアールマイナスゼロ

(b)

(c) z^{-1} のように $z = 0$ で特異性を持つ関数を解析することは複素解析では重要である．そこで，このように 0 を除いた円板を考察することが多い．

(9) $f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$

(a) エフゼット　イコール　シグマエヌイコールゼロから無限大　エーエヌ　ゼットの n 乗

(b) f of z equals the sum from n equals minus infinity to infinity of a sub n times z to the n

(c) このような展開をローラン展開という．

(10) $f^{(n)}(z) = \frac{1}{n!} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(w)\,dw}{(w-z)^{n+1}}$

(a) エフエヌゼット　イコール　エヌの階乗分の 1　2 パイアイ分の 1　インテグラル　シー　括弧　ダブルマイナスゼット　括弧閉じ　エヌプラス 1 乗分の　エフダブルディーダブル

(b) n-th defivative of f at z equals one over n factorial times two pi i times integral over C of f w over w minus z d w

(c) n 回微分の公式

(11) $\mathrm{Res}(f, a)$, $\mathrm{Res}_{z=a} f(z)$

(a) レシデュー　エフ　エー

(b) residue of f at a

(c) f のローラン展開

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$$

に対して，$\mathrm{Res}(a, f)$ は a_{-1} で与えられる．

(12) $\pi_1(D)$

(a) パイワンディー

(b) fundamental group of D

(c) D の基本群

29.2. ネヴァンリンナ理論.

(1) $L_h(C)$
  (a) エルエイチシー
  (b) L sub h of C
  (c) $\gamma : [a,b] \to \Delta(1)$ による曲線 C のエルミート計量による距離は

$$L_h(C) = \int_a^b \frac{2|\gamma'(t)|}{1-|\gamma(t)|^2}\,dt$$

  で与えられる.

(2) $A_h(D)$
  (a) エーエイチディー
  (b) A sub h of D
  (c) 領域 $D \subset \Delta(1)$ のエルミート計量による面積は

$$A_h(D) = \int_D \frac{4}{(1-x^2-y^2)^2}\,dx\,dy$$

  で与えられる.

(3) $m(r,f) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} \log^+ |f(re^{i\theta})|\,d\theta$
  (a) エムアールエフ　イコール　2 パイ分の 1　インテグラル 0 から 2 パイ　ログプラス絶対値エフアールイーのアイシータ乗　ディーシータ
  (b) m (of) r, f equals one over two pi times integral from zero to two pi of log plus (of) absolute value (modulus)　of f of r times e to i theta d theta
  (c)

(4) $n(r,f)$
  (a) エヌアールエフ
  (b) n of r f
  (c) $\Delta(r)$ 内の f の極を位数込みで計算したもの

(5) $T(r,f) = N(r,f) + m(r,f)$
  (a) ティーアールエフイコールエヌアールエフプラスエムアールエフ
  (b) T of r f equals N of r f plus n of r f
  (c)

(6) $N(r,f) = \displaystyle\int_0^r \frac{n(t,f)-n(0,f)}{t}\,dt + \log r \times n(0,f)$
  (a) (ラージ) エヌアールエフイコールインテグラル 0 からアールティー分のエヌティーエフマイナスエヌゼロエフディーティー
  (b) N of r f equals the integral from zero to r of n of t f minus n of zero f over t d t plus log r times n of zero f
  (c)

(7) $\mu(r,f) = \max\{|f(z)| : z \in \overline{\Delta}(r)\}$
  (a) ミューアールエフイコールマックス絶対値エフゼットゼット属するデルタバーアール
  (b)
    (i) mu r, f equals maximum of modulus of f of z for z in delta bar of r
    (ii) mu of r, f equals maximum of modulus of f of z for z in delta bar of r
  (c)

(8)

(9) $\rho_f = \displaystyle\lim_{r\to\infty} \frac{\log T(r,f)}{\log r}$
  (a)
    (i) ローエフ　イコール　リミット　アール近づく無限　ログアール分の　ログティーアールエフ
    (ii) ローエフ　イコール　リミット　アールが無限に近づくときの　ログアール分の　ログティーアールエフ
  (b) rho sub f equals the limit as r tends to infinity of log of T of r f over log r

(c)

(10) $\Omega(\omega_1, \omega_2) = \mathbb{Z}\omega_1 + \mathbb{Z}\omega_2$

(a) オメガオメガ 1 オメガ 2　イコール　ゼットオメガ 1　プラス　ゼットオメガ 2

(b)

(c)

(11) $Q(\omega_1, \omega_2)$

(a) キューオメガ 1 オメガ 2

(b) Q of omega sub one omega sub two

(c) 基本格子をこのように表す.

(12) $\deg(f)$

(a) ディグリーエフ

(b) degree of f

(c) $Q(\omega_1, \omega_2)$ の極の位数の合計

(13) $\mathfrak{p}(z)$

(a) ペーゼット

(b) Pe of z

(c) ワイエルストラスのペー関数は $\mathfrak{p}(z) = \dfrac{1}{z^2} + \displaystyle\sum_{\omega \neq 0} \left(\frac{1}{(z-\omega)^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)$ で与えられる.

30. 多変数複素解析

(1) $\dfrac{\partial}{\partial z} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x} - \sqrt{-1}\dfrac{\partial}{\partial y}\right)$

(a) ディー　ディーゼット　イコール　2 分の 1 括弧ディー　ディーエックス　マイナス　ルートマイナス 1 ディー　ディーワイ　括弧閉じ

(b) the partial with respect to z equals one half times the partial with respect to x minus the square root of minus one the partial with respect to y

(c) $\sqrt{-1}$ の前についているマイナスは $\dfrac{1}{\overline{z}} = \dfrac{1}{\mathrm{Re}(z) + i\mathrm{Im}(z)} = \dfrac{\mathrm{Re}(z) - i\mathrm{Im}(z)}{|z|^2}$ に因んでいる.

(2) $\dfrac{\partial}{\partial \overline{z}} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x} + \sqrt{-1}\dfrac{\partial}{\partial x}\right)$

(a) ディー　ディーゼットバー　イコール　2 分の 1 括弧ディー　ディーエックス　プラス　ルートマイナス 1 ディー　ディーワイ　括弧閉じ

(b) the partial with respect to z bar equals one half times the partial with respect to x plus the square root of minus one the partial with respect to y

(c) $\sqrt{-1}$ の前についているプラスは $\dfrac{1}{\overline{z}} = \dfrac{1}{\mathrm{Re}(z) - i\mathrm{Im}(z)} = \dfrac{\mathrm{Re}(z) + i\mathrm{Im}(z)}{|z|^2}$ に因んでいる.

(3) $T(M) = \coprod_{z \in M} T(M)_z$

(a) ティーエム　イコール　集合としての直和ティーエムゼット

(b) The tangent bundle of M equals

(c) 複素多様体 M の正則接バンドル

(4) $T^*(M) = \coprod_{z \in M} T^*(M)_z$

(a) ティースターエム　イコール　集合としての直和ティースターエムゼット

(b) The cotangent bundle of M

(c) 複素多様体 M の正則余接バンドル

(5) $\overline{T}^*(M)$

(a) ティーバースターエム

(b)

(c) 複素多様体 M の反正則余接バンドル

(6) $\overset{p}{\wedge} T^*(M) \bigotimes \overset{q}{\wedge} \overline{T}^*(M)$

(a) $\overset{r}{\wedge}\, {}^{\mathbb{C}}T^*(M)$

(i) ウエッジ r 乗シーティースターエム

(ii)

(iii) 複素多様体 M に対して，$\overset{p}{\wedge} T^*(M) \bigotimes \overset{q}{\wedge} \overline{T}^*(M)$ は

$$\coprod_{z \in M} \left\langle (dz^{\alpha_1})_z \wedge \cdots \wedge (dz^{\alpha_p})_z \wedge (d\overline{z}^{\beta_1})_z \wedge \cdots \wedge (d\overline{z}^{\beta_q})_z | p + q = r, \alpha_1 < \cdots < \alpha_p, \beta_1 < \cdots < \beta_q \right\rangle$$

で与えられる.

(b) ウエッジ p 乗ティースターエム　かける　ウエッジ q 乗ティーバースターエム

(c)

(d) U 上の (p, q) 形式全体のなす集合を $\overset{p}{\wedge} T^*(M) \bigotimes \overset{q}{\wedge} \overline{T}^*(M)$

(7) $\partial f = \displaystyle\sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial z^\alpha} dz^\alpha$

(a) デルエフ　イコール　シグマベータイコール 1 から n　デルエフデルゼット　ディーゼットベータ

(b) del f equals the sum from alpha equals one to n of the partial of f with respect to z sub alpha times d z super alpha

(c) f の正則外微分作用素

(8) $\overline{\partial} f = \sum_{\beta=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial \overline{z}^{\beta}} d\overline{z}^{\beta}$

(a) デルバーエフ　イコール　シグマベータイコール 1 から n　デルエフデルゼットバーディーバーゼットベータ

(b) del bar f equals the sum from beta equals one to n of the partial of f with respect to z bar sub beta times d z bar super beta

(c) f の反正則外微分作用素．正則性を記述するためにデルバー作用素を用いる．

31. ルベーグ積分

31.1. 関数の記号に関するもの.

(1) $f(A)$
  (a) エフエー
  (b) f of A
  (c) 写像 $f : X \to Y$ による $A \subset X$ の（順）像とは
$$f(A) = \{f(x) \in Y \,:\, x \in A\}$$
  のことである.

(2) $f^{-1}(A)$
  (a) エフインバースエー
  (b) f inverse of A
  (c) 写像 $f : X \to Y$ による $B \subset Y$ の逆像とは
$$f^{-1}(A) = \{x \in X \,:\, f(x) \in B\}$$
  のことである.

31.2. σ-集合体に関するもの.

(1) $\emptyset \in \mathcal{L}$
  (a) 空集合　属する　エル
  (b) empty set belongs to $\mathcal{L}$

(2) $\displaystyle\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{L}$
  (a) ユニオン　ジェー　イコール　1　から　無限　エージェー　属する　エル
  (b) the union from j equals one to infinity of A sub j belongs to L
  (c) ルベーグ可測集合全体のなす集合 $\mathcal{L}$ の σ 加法性とは
    (i) $\emptyset \in \mathcal{L}$
    (ii) $A \in \mathcal{L}$ ならば，$A^c \in \mathcal{L}$ である.
    (iii) $A_1, A_2, \cdots \in \mathcal{L}$ のとき，$\displaystyle\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j \in \mathcal{L}$ である.
  を満たしていることである.

(3) $\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} A_j$
  (a) シグマ　ジェー　イコール　1　から　無限大　エージェー
  (b) the sum from j equals one to infinity of A sub j
  (c) $A_1, A_2, \cdots$ を集合とする．$\displaystyle\sum_{j=1}^{N} A_j$ や $\displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} A_j$ は $\{A_j\}$ が互いに素であることを暗黙のうちに仮定している.

(4) $\sigma(\mathcal{D})$
  (a) シグマディー
  (b) sigma of D
  (c) $\mathcal{D}$ を集合 X の部分集合とする．$\sigma(\mathcal{D})$ とは $\mathcal{D}$ を含む最小のシグマ集合体のことである.

(5) $\mathcal{G}_\delta$
  (a) ジーデルタ
  (b) G sub delta
  (c) $\mathcal{G}_\delta$ 集合とは開集合の可算個の共通部分として表せる集合のことである.

(6) $\mathcal{F}_\sigma$
  (a) エフシグマ
  (b) F sub sigma
  (c) $\mathcal{F}_\sigma$ 集合とは閉集合の可算個の合併として表せる集合のことである.

(7) $\mathcal{G}_{\delta\sigma}$
  (a) ジーデルタシグマ
  (b) G sub delta sigma
  (c) $\mathcal{G}_{\delta\sigma}$ 集合とは $\mathcal{G}_\delta$ 集合の可算個の合併として表せる集合のことである.

(8) $\mathcal{F}_{\sigma\delta}$
  (a) エフシグマデルタ
  (b) F sub sigma delta
  (c) $\mathcal{F}_{\sigma\delta}$ 集合とは $\mathcal{F}_\sigma$ 集合の可算個の共通部分として表せる集合のことである.

31.3. ユークリッド空間上の関数に関するもの.

(1) $f * g$
  (a) (i) エフ　コンボリューション　ジー
      (ii) エフ　スター　ジー

  (b) convolution of f and g, f convoluted with g
(2) $f * g(x)$
  (a) エフ　コンボリューション　ジー　エックス
  (b) (i) convolution of f and g at x
      (ii) f convoluted with g at x
      (iii) f と g の畳み込み積
  (c) $f * g(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y)\,dy = \int_{\mathbb{R}^n} f(y)g(x-y)\,dy$ と $\mathbb{R}^n$ 上では定義するが，一般の局所コンパクト群上では定義が違うので注意しよう．実際に，μ をハール測度として，$f * g(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(y^{-1}x)g(y)\,d\mu(y)$
(3) $(f * g) * h = f * (g * h)$
  (a) 括弧　エフコンボリューション　ジー　括弧閉じ　コンボリューション　エイチ　イコール　エフ　コンボリューション　括弧　ジー　コンボリューション　エイチ　括弧閉じ
  (b) convolution of f and g convoluted with h equals f convoluted with convolution of g and h
  (c) 畳み込みには結合法則が成り立つ.
(4) $(f * g) * h(x) = f * (g * h)(x)$
  (a) 括弧　エフ　コンボリューション　ジー括弧閉じ　コンボリューション　エイチ　エックス　イコールエフ　コンボリューション　括弧　ジー　コンボリューション　エイチ　括弧閉じ　エックス
  (b) convolution of f and g convoluted with h at x equals f convoluted with convolution of g and h at x
(5) $P_\Delta[a,b], N_\Delta[a,b], T_\Delta[a,b]$，$P_\Delta, N_\Delta, T_\Delta$
  (a) ピーデルタエービー，エヌデルタエービー，ティーデルタエービー，ピーデルタ，エヌデルタ，ティーデルタ
  (b) P sub delta over the closed interval a, b,
  N sub delta over the closed interval a, b,
  T sub delta over the closed interval a, b,
  P sub delta,
  N sub delta,
  T sub delta
  (c) 関数 $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ と分割

$$\Delta : a = a_0 < a_1 < \cdots < a_N = b$$

に対して

$$P_\Delta[a,b] = \sum_{j=1}^{N} (f(a_j) - f(a_{j-1}))^+ = \sum_{j=1}^{N} \max(f(a_j) - f(a_{j-1}), 0)$$

$$N_\Delta[a,b] = \sum_{j=1}^{N} (f(a_j) - f(a_{j-1}))^- = \sum_{j=1}^{N} \max(-f(a_j) + f(a_{j-1}), 0)$$

$$T_\Delta[a,b] = \sum_{j=1}^{N} |f(a_j) - f(a_{j-1})|$$

と定める．さらに，

$$P[a,b]=\sup_{\Delta}P_{\Delta}[a,b],\ N[a,b]=\sup_{\Delta}N_{\Delta}[a,b],\ T[a,b]=\sup_{\Delta}T_{\Delta}[a,b]$$

とする．ここで，Δ は $[a,b]$ の分割を動く．さらに，f が有界変動であるとは $T[a,b]<\infty$ が成り立つことである．

31.4. **一般の関数に関係する記号.**

(1) (a) f^*
(b) エフスター
(c) $f^*(t) = \inf\{s > 0 : \mu\{|f| > s\} \leq t\}$ と定義される．f^* を f の減少再配列という．

(2) $|f|$
(a) 絶対値エフ
(b) the absolute value of f
(c) $|f|(x) = |f(x)|$ で，関数 f の絶対値 $|f|$ を定める．

(3) χ_A, $\mathbf{1}_A$
(a) カイエー，1 エー
(b) indicator function of the set A
(c) 一般に集合 A に対して，その特性関数，定義関数は χ_A, $\mathbf{1}_A$ などと記されてその意味は

$$\chi_A(x) = \mathbf{1}_A(x) = \begin{cases} 1 & (x \in A \text{ のとき}) \\ 0 & (x \in X \setminus A = A^c \text{のとき}) \end{cases}$$

である．

(4) (a)
(b)
(c)

31.5. 一般の測度に関するもの.

(1) $\mu\left(\sum_{j\in\mathbb{N}} A_j\right) = \sum_{j\in\mathbb{N}} \mu(A_j)$
  (a) ミューシグマジェー属するエヌエージェー　イコール　シグマジェー属するエヌエージェー
  (b) mu of the sum over j belonging to N equals the sum over j belonging to N of mu of A sub j.
  (c) $(X, \mathcal{M})$ が可測空間とする．μ が測度であるとは
    (i) $\mu : \mathcal{M} \to [0, \infty]$ は集合関数である．
    (ii) $\mu(\emptyset) = 0$
    (iii) $\{A_j\}_{j\in\mathbb{N}}$ が互いに素のとき，
$$\mu\left(\sum_{j\in\mathbb{N}} A_j\right) = \sum_{j\in\mathbb{N}} \mu(A_j)$$
  が成り立つことである．
(2) $f \in \mathcal{M}$
  (a) f 属する $\mathcal{M}$，f は $\mathcal{M}$-可測である．
  (b) f belongs to M.
  (c) f が $\mathcal{M}$-可測であることをこのように表す.
(3) $m^*(A)$
  (a) エムスターエー
  (b) m super star of A
  (c) $A \subset \mathbb{R}$ に対してそのルベーグ外測度は
$$m^*(A) = \inf\left\{\sum_{j=1}^{\infty} |I_j| : \text{各 } I_j \text{は開区間で } A \subset \bigcup_{j=1}^{\infty} I_j \text{が成り立つ}\right\}$$
  で与えられる．
(4) $m^*(F) = m^*(E^c \cap F) + m^*(E \cap F)$
  (a) エムスターエフ　イコール　エムスターイーシーかつエフ　プラス　エムスターイーかつエフ
  (b) m super star of F equals m super star of the intersection of E super c and F plus m super star of the intersection of E and F.
  (c) $E \subset \mathbb{R}$ がルベーグ可測であるとはすべての $F \subset \mathbb{R}$ に対して
$$m^*(F) = m^*(E^c \cap F) + m^*(E \cap F)$$
  が成り立つことである．もし，F が可測ならば，
$$m^*(F) = m(F) = |F|$$
  などと記す.
(5) $(X, \mathcal{M}, \mu)$
  (a) エックスエムミュー
  (b) the triple X, M, mu
  (c) $(X, \mathcal{M}, \mu)$ が測度空間とは
    (i) X は集合である．
    (ii) $\mathcal{M}$ は X 上のシグマ集合体である．
    (iii) μ は $\mathcal{M}$ から X への写像で，測度である．
  が成り立つこと言う.
(6) $\{f > \lambda\}$
  (a) 集合エフ大なりラムダ

(b)

(c) $f : E \to [-\infty, \infty]$ が可測であるとは

$$\text{すべての } \lambda \in \mathbb{R} \text{ に対して } E(f > \lambda) = \{f > \lambda\} \in \mathcal{L}$$

が成り立つことである.

(7) $\mu\{f > \lambda\}$

(a) ミュー　集合　エフ大なりラムダ

(b)

(c) $\mu(\{f > \lambda\})$ のこと.

31.6. 絶対連続測度などに関するもの.

(1) $\mu_1 \perp \mu_2$
  (a) ミューワン　特異　ミューツー
  (b) mu one is singular to mu two
  (c) 二つの測度 μ_1, μ_2 が互いに特異であるとは $C \in \mathcal{B}$ が存在して,
$$A, B \in \mathcal{B},\ A \subset C,\ B \subset C^c \text{ならば,}\quad \mu_1(B) = \mu_2(A) = 0$$
  が成り立つことである.

(2) $\nu \ll \mu$
  (a) ニューはミューに関して絶対連続
  (b) nu is absolutely continuous with respect to mu
  (c) μ を $(X, \mathcal{B})$ 上の測度とする．$(X, \mathcal{B})$ の測度 ν は
$$A \in \mathcal{B},\ \mu(A) = 0 \text{ ならば} \nu(A) = 0$$
  を満たすとき，ν は μ に関して絶対連続といい,
$$\nu \ll \mu$$
  と書く.

(3) $|\mu|$
  (a) 絶対値ミュー
  (b) the absolute value of mu
  (c) $E \in \mathcal{M}$ に対して,
$$|\mu|(E) := \sup\left\{\sum_{n=1}^{\infty} |\mu(E_n)| \,:\, E = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n \text{は分割}\right\}$$
  と定義して，$|\mu|$ を μ の全変分という.

(4) μ^+
  (a) ミュープラス
  (b) mu super plus
  (c) 実数測度 μ に対して，$\mu^+ = \dfrac{1}{2}(|\mu| + \mu)$ と定義する.

(5) μ^-
  (a) ミューマイナス
  (b) mu super minus
  (c) 実数測度 μ に対して，$\mu^- = \dfrac{1}{2}(|\mu| - \mu)$ と定義する.

(6) $C(X)$
  (a) シーゼロエックス
  (b) $C\ X$
  (c) X 上の連続複素数値関数全体を表す.

(7) $C_0(X)$
  (a) シーゼロエックス
  (b) C zero X
  (c) $f \in C(X)$ が無限遠で消えるとは，任意の $\varepsilon > 0$ に対して，あるコンパクト集合 K が存在して,
$$\sup_{x \in X \setminus K} |f(x)| < \varepsilon$$
  となることである.
  $C_0(X) = \{f \in C(X) \,:\, f \text{ は無限遠で消える}\}$ とおく.

(8) $C_{\mathrm{comp}}(X)$, $C_{\mathrm{c}}(X)$
  (a) シーコンパクトエックス
  (b) C compact X, C c X
  (c) $C_{\mathrm{comp}}(X) = \{f \in C(X) \,:\, \mathrm{supp}(f) \text{ はコンパクトである}\}$ と定める.

(9) $\mathcal{M}(X)$
  (a) エムエックス
  (b) M of X
  (c) $\mathcal{M}(X) = \{\mu : \mu$は複素測度 $\}$ と定める.
(10) $\mathcal{M}(X, \mathbb{C})$
  (a) エムエックスシー
  (b) M of X C
  (c) $\mathcal{M}(X, \mathbb{C}) = \mathcal{M}(X)$ と書く.
(11) $\mathcal{M}(X, \mathbb{R})$
  (a) エムエックスアール
  (b) M of X R
  (c) $\mathcal{M}(X, \mathbb{R}) = \{\mu \in \mathcal{M}(X) : \mu$は実数値 $\}$ と定める.
(12) $C_0(X, \mathbb{R})$
  (a) シーゼロエックスアール
  (b) C zero X R
  (c) $C_0(X, \mathbb{R}) = \{f \in C_0(X) : f$ は実数値である $\}$ とおく.
(13) $C_0^+(X)$
  (a) シーゼロプラスエックス
  (b) C zero plus X
  (c) $C_0^+(X) = \{f \in C_0(X, \mathbb{R}) : f \geq 0\}$ とおく.
(14) (a)
  (b)
  (c)
(15) ϕ_{ac}, ϕ_s
  (a) ファイエーシー　ファイエス
  (b) phi sub ac, phi sub s
  (c) $\phi : [a, b] \to \mathbb{R}$ を単調増加，右連続な関数として

$$\phi_{\mathrm{ac}}(x) := \int_a^x \phi'(x)dx$$
$$\phi_s := \phi - \phi_{\mathrm{ac}}$$

  と定める.
(16) $\mu|A$
  (a) ミュー　制限　エー
  (b) μ restricted to the set A
  (c) 与えられた測度 μ に対して，μ の A 上の別の測度である制限 $\mu|A$ を $\mu|A(B) = \mu(A \cap B)$ で定める.
(17) $L^p(w), L^p_w$
  (a) エルピーダブリュ
  (b) weighted Lebesgue space L p w
  (c) ルベーグ測度を $w(x)dx$ という荷重つき測度を用いて L^p 空間を定義するとき用いる.
(18) $D_\mu \nu$
  (a) ディー　ミュー　ニュー
  (b) derivative of ν with respect to μ
  (c) ν を μ に関して微分したもの.
(19) $\|\varphi\|_{p,q}$
  (a) ファイのピーキュー
  (b) the Lorentz norm p, q of phi
  (c) 関数 φ のローレンツノルム
(20) (a)
  (b) average of f on E (with respect to μ)
  (c)

(21) $\mathcal{H}^d(E)$
  (a) エイチディーイー
  (b) d-dimensional Hausdorff measure of E
  (c) 集合 E の d 次元ハウスドルフ測度

31.7. **フーリエ変換.**

(1) $\mathcal{F}f$
  (a) フーリエ変換エフ，エフのフーリエ変換
  (b) Fourier transform of f
(2) $\mathcal{F}f(\xi)$
  (a) フーリエ変換エフクシー，エフのフーリエ変換クシー
  (b) Fourier transform of f at xi
  (c) $\mathcal{F}f(\xi) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \displaystyle\int_{\mathbb{R}^n} f(x)e^{-ix\xi}\,dx, \quad \int_{\mathbb{R}^n} f(x)e^{-2\pi ix\xi}\,dx$ などいろいろな流儀の定義がある.
(3) $\mathcal{F}^{-1}f$
  (a) フーリエ逆変換エフ，エフのフーリエ逆変換
  (b) inverse Fourier transform of f
(4) $\mathcal{F}^{-1}f(x)$
  (a) フーリエ逆変換エフエックス，エフのフーリエ逆変換エックス
  (b) inverse Fourier transform of f at x
  (c) $\mathcal{F}^{-1}f(x) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \displaystyle\int_{\mathbb{R}^n} f(\xi)e^{-ix\xi}\,d\xi, \quad \int_{\mathbb{R}^n} f(\xi)e^{-2\pi ix\xi}\,d\xi$ などいろいろな流儀の定義がある.
(5) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(nx)}{n\log n}$
  (a) シグマ　エヌイコール２　から　無限大エヌログエヌ分のサイン　エヌエックス
  (b) the sum from n equals two to infinity of sine n x over n log n
  (c) これは連続であるが，絶対収束するフーリエ級数ではない.

31.8. カルデロン・ジグムント理論.

(1) Mf
  (a) エム　エフ
  (b) maximal function of f
  (c) ハーディー・リトルウッドの極大作用素
(2) Hf
  (a) エイチエフ
  (b) Hilbert transform of f
  (c) ヒルベルト変換
(3) Tf
  (a) ティーエフ
  (b) T f
(4) $R_j f$
  (a) アールジェーエフ
  (b) (i) the j-th Riesz transform of f
    (ii) the j-th Riesz transform for f
(5) $Mf(x)$
  (a) エムエフエックス
  (b) (i) The Hardy-Littlewood maximal operator M for F of x
    (ii) M F of x
  (c) M は極大作用素を表す.
(6) $Hf(x)$
  (a) エイチエフエックス
  (b) Hilbert transform of f at x, H F of x
  (c) H はヒルベルト変換を表す.
(7) $Tf(x)$
  (a) ティーエフエックス
  (b) T F of x
(8) $R_j f(x)$
  (a) アールジェーエフエックス
  (b) (i) the j-th Riesz transform of f at x
    (ii) the j-th Riesz transform for f of x
  (c) R_j は第 j-リース変換を表す．$R_j f(x) = \displaystyle\int_{\mathbb{R}^n} \frac{x_j - y_j}{|x-y|^{n+1}} f(y)\,dy$
(9) $I_\alpha f$
  (a) アイアルファエフ
  (b) (i) Riesz potential of order alpha applied to f
    (ii) I alpha f
    (iii) I alpha of f
  (c) I_α は通常 $I_\alpha f(x) = \displaystyle\int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}}\,dy$ で与えられ，偏微分方程式，複素函数論などで重要な役割を果たす.

32. 関数空間論

32.1. 関数の大きさを記述している関数空間.

(1) L^p, L_p
  (a) エルピー
  (b) (i) L p
    (ii) Lebesgue space L p
  (c) 絶対値を p 乗して積分値が有限になる関数全体のなす集合をこの L^p, L_p で表す.
(2) ℓ^p, ℓ_p
  (a) (リトル) エルピー
  (b) (i) l p
    (ii) little l p
  (c) 絶対値を p 乗して積分値が有限になる数列全体のなす集合をこの ℓ^p, ℓ_p で表す.
(3) ℓ^∞, ℓ_∞
  (a) (リトル) エル無限
  (b) ℓ infinity
  (c) 有界数列全体のなす集合を ℓ^∞, ℓ_∞ で表す.
(4) $L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega)$
  (a) エルワンローカルオメガ
  (b) (i) L one loc of Omega
    (ii) locally integrable functions over Omega
  (c) Ω 上の局所可積分関数全体を表す.
(5) $L^1_{\mathrm{loc}}(\Omega)$
  (a) エルワンローカルオメガ
  (b) (i) L p loc of Omega
    (ii) locally p-th integrable functions over Omega
  (c) Ω 上の p-乗局所可積分関数全体を表す.
(6) $\mathcal{M}^p_q$
  (a) エムピーキュー
  (b) Morrey space M p q
  (c) この関数空間はモレー (Morrey) 空間を表す.
(7) $\mathcal{L}_{p,\lambda}$
  (a) エルピーラムダ
  (b) Morrey space L p λ
  (c) この関数空間はモレー (Morrey) 空間を表す.
(8) L^Φ
  (a) エルファイ
  (b) Orlicz space L Φ
  (c) オーリッツ (Orlicz) 空間をこのような記号で表す．L^p が t^p に対応しているとすると，L^Φ は Φ に対応していると言える.
(9) $\|f\|_{L^{p,q}}$
  (a) エフのエルピーキューノルム
  (b)
  (c)
(10) $\|f\|_{L^{p,q}(X)}$
  (a) エフのエルピーキューエックスノルム
  (b)
  (c)
(11) $\|f\|_{L^{p,q}(X,\mu)}$
  (a) エフのエルピーキューエックスミューノルム
  (b)

(c)

(12) $\|T\|_{(L^{p,q})^*}$

(a) ティーのエルピーキュースターノルム

(b)

(c)

(13) $L^1(\mathbb{R}^n) + L^\infty(\mathbb{R}^n)$

(a) エルワンアールエヌ　プラスエルインフィニティーアールエヌ

(b)

(c) $L^1(\mathbb{R}^n)$ と $L^\infty(\mathbb{R}^n)$ の和空間

(14) $\|x\|$

(a) ノルムエックス

(b) the norm of X

(c) バナッハ空間を特定しないときに書く表し方.

(15) $\|x\|_Y$

(a) エックスのワイノルム

(b) the Y-norm of x

(c) バナッハ空間 Y を特定したいときに書く表し方.

(16) BMO

(a) ビー　エム　オー

(b) B M O

(c)

BMO^{-1}

(a) ビー　エム　オー　マイナス　ワン

(b) B M O minus one

(c) この関数空間はコッホ・タタル空間と言われていて，流体の微分方程式の解析で役に立つ.

32.2. 関数のなめらかさを記述している関数空間.

(1) $\mathcal{D}^m(\Omega)$
  (a) ディーエムオメガ
  (b) D m Ω
  (c) 領域 Ω に対して，Ω の中でコンパクト集合 K の中に台を持つ C^m-級関数全体を表す.
(2) $B^a(\Omega)$
  (a) ビーエーオメガ
  (b) B a Ω
  (c) a 階微分可能で，すべての導関数が Ω で有界な C^a-級関数全体を表す.
(3) $B^a(\overline{\Omega})$
  (a) ビーエーオメガバー
  (b) (i) B a $\overline{\Omega}$
    (ii) B a of closure of Omega
  (c) a 階微分可能で，すべての導関数が $\overline{\Omega}$ を含むある領域で有界な C^a-級関数全体を表す.
(4) $W^{m-1/p,p}(\partial\Omega)$
  (a) ダブリュー　エムマイナスピー分の 1　ピー　ラウンド　オメガ
  (b) W m minus one over p, p of d omega
  (c) $W^{m,p}(\Omega)$ の境界への制限，境界へ制限したために，滑らかさは $1/p$ だけ減る.
(5) $|u|_{m,p,\Omega}$
  (a) (斉次) ユーエムピーオメガ
  (b) (i) W m, p norm of u on omega
    (ii) homogeneous W m, p norm of u on omega
  (c) u の Ω 上の m 次斉次ノルムを表す.
(6) $\|u\|_{m,p,\Omega}$
  (a) (非斉次) ユーエムピーオメガ
  (b) (i) W m, p norm of u on omega
    (ii) nonhomogeneous W m, p norm of u on omega
  (c) u の Ω 上の m 次非斉次ノルムを表す.

32.3. 関数のなめらかさと大きさを記述している関数空間.

(1) $H_0^k(\Omega)$
  (a) エイチケーゼロオメガ
  (b) potential space H k zero Ω
  (c) C_c^∞ の $H^k(\Omega)$ による閉包
(2) H_0^k
  (a) エイチケーゼロ
  (b) potential space H k zero
  (c) $H_0^k = H_0^k(\mathbb{R}^n)$
(3) $\varphi(D)f$
  (a) ファイディーエフ
  (b) (i) phi D f
    (ii) phi of D f
    (iii) symbol phi applied to f
    (iv) symbol phi of applied to f
  (c) 微分方程式，関数空間の定義などで使うことがある.
(4) B_{pq}^s, B_s^{pq}
  (a) ビーピーキューエス/ビーエスピーキュー
  (b) (i) Besov space B p, q, s
    (ii) Besov space B s, p, q
  (c) 偏微分方程式の解の性質を記述するために，これらの記号で表されるベゾフ空間を用いることがある.
(5) F_{pq}^s, F_s^{pq}
  (a) エフピーキューエス/エフエスピーキュー
  (b) (i) Triebel-Lizorkin space F p, q, s
    (ii) Triebel-Lizorkin space F s, p, q
  (c) 偏微分方程式の解の性質を記述するために，これらの記号で表されるトリーベル・リゾルキン空間を用いることがある.
(6) M_{pq}, M^{pq}
  (a) エムピーキュー
  (b) modulation space M p, q
  (c) シュレーディンガー方程式などでは，これらの記号で表されるモジュレーション空間を用いることがある.
(7) M_{pq}^s, M_s^{pq}
  (a) エムピーキューエス
  (b) (i) modulation space M s, p, q
    (ii) modulation space M p, q, s
  (c) パラメータ s をも用いて，モジュレーション空間をさらに詳しく記述できる．先ほどの M_{pq} は $s=0$ のときに相当する．B_{pq}^s, F_{pq}^s の場合は $s=0$ のときにもあまりこのような省略はしない.

32.4. 無限回微分可能な関数空間.

(1) $\mathcal{D}(\Omega)$
  (a) ディーオメガ
  (b) d omega
  (c) 領域 Ω に対して，Ω の中でコンパクト台を持つ C^∞-級関数全体を表す．ここでは，位相の定義は省略するが，$C^\infty(\Omega)$ は位相をあまり考えないのに対して，$\mathcal{D}(\Omega)$ は位相を考慮している．
(2) $\mathcal{D}_K(\Omega)$
  (a) ディーケーオメガ
  (b) D K omega
  (c) 領域 Ω に対して，Ω の中でコンパクト集合 K の中に台を持つ C^∞-級関数全体を表す.
(3) $\mathcal{E}(\Omega)$
  (a) イーオメガ
  (b) E omega
  (c) 領域 Ω に対して，C^∞-級関数全体を表す.
(4) $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$
  (a) エスアールエヌ
  (b) (i) Schartz functions on R n
    (ii) Schwarts class on R n
    (iii) Schwarts class of R n
  (c) シュワルツクラスの関数全体を表す.
(5) $\mathcal{D}'(\Omega)$
  (a) ディーダッシュ　オメガ
  (b) (i) distrbutions supported on Omega
    (ii) D prime Omega
  (c) $\mathcal{D}(\Omega)$ の位相的双対
(6) $\mathcal{D}'_K(\Omega)$
  (a) ディーケーダッシュオメガ
  (b) Distributions in omega with support K
  (c) $\mathcal{D}_K(\Omega)$ の位相的双対
(7) $\mathcal{E}'(\Omega)$
  (a) イーダッシュオメガ
  (b) (i) distributions with compact support in Omega
    (ii) E prime Omega
  (c) $\mathcal{E}(\Omega)$ の位相的双対
(8) $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$
  (a) エスダッシュアールエヌ
  (b) tempered distributions on R n
  (c) $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ の位相的双対

32.5. **ウエーブレット.**

(1) $Q_{\nu m}$
  (a) キューニューエム
  (b) (dyadic cube) q nu m
  (c) $m = (m_1, m_2, \cdots, m_n)$ と ν をそれぞれ整数からなるベクトルと整数とする．立方体 $Q_{\nu m}$ を $Q_{\nu m} = \prod_{j=1}^{n} \left[\frac{m_j}{2^\nu}, \frac{m_j+1}{2^\nu} \right)$ と定める．これは一つの流儀で，他の流儀もある．

(2) $\varphi^{\varepsilon}_{\nu m}$
  (a) ファイイプシロンニューエム
  (b) (wavelet) phi epsilon nu m
  (c) ウエーブレットの記号

32.6. **再配列不変空間.**

(1) $\mathcal{M}^+$
  (a) エムプラス
  (b) M super plus
  (c) $\mathcal{M}^+$ でもって $[0,\infty]$ に値を取る μ-可測である関数全体を表す.
(2) $\mathrm{supp}(f)$
  (a) サポートエフ
  (b) the support of f
  (c) f の台
(3) $X(\rho)$
  (a) エックスロー
  (b) X of rho
  (c) ρ をバナッハ関数ノルムとする.

$$X(\rho) = \{f \in \mathcal{M} : \rho(|f|) < \infty\}$$

  とおく．$X(\rho)$ を ρ に付随したバナッハ関数空間という.
(4) $\rho'(g)$
  (a) ローダッシュジー
  (b) rho prime g
  (c) $\rho : \mathcal{M}_+ \to [0,\infty]$ を関数ノルムとするとき，随伴 (associate) ノルムを

$$\rho'(g) = \sup\left\{\int_R f \cdot g : f \in \mathcal{M}^+, \rho(f) \le 1\right\}$$

  で定める．ρ' で定まる関数空間をケーテ双対という.
(5) X'
  (a) エックスダッシュ
  (b) X prime
  (c) 関数ノルム $\rho : \mathcal{M}_+ \to [0,\infty]$ に対して，随伴ノルム ρ' の定める関数空間を $X(\rho')$ もしくは X' と書いて，X の随伴空間という.
(6) X_a
  (a) エックスエー
  (b) X sub a
  (c) バナッハ関数空間 X の元 f が絶対連続ノルムを持つとは，$E_j \to \emptyset$ のときに $\|f\chi_{E_j}\|_X \to 0$ が成り立つことである．全ての X の元が絶対連続ノルムをもつとき，X 自体を絶対連続ノルムをもつという．また，X_a とは絶対連続ノルムを持つ X の元全体を表す.
(7) X_b
  (a) エックスビー
  (b) x sub b
  (c) X をバナッハ関数空間として，X_b で単関数全体のなす線形空間の閉包を表すことにする.
(8) μ_f
  (a) ミューエフ
  (b) mu sub f
  (c) f の分配関数 μ_f を

$$\mu_f(\lambda) = \mu\{x \in R : |f(x)| > \lambda\}$$

  でもって与える.
(9) $f^*(t)$
  (a) エフスターティー
  (b) f (super) star of t

(c) $f \in \mathcal{M}_0(R,\mu)$ とする．f の減少再配列は

$$f^*(t) = \inf\{\lambda : \mu_f(\lambda) \le t\}$$

で与えられる．

(10) f^{**}
(a) エフスタースター
(b) f (super) star star
(c) f は $\mathcal{M}_0(R,\mu)$ に属していると仮定する．f^{**} で

$$f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*(s)\,ds$$

と定める．

(11) $f \preceq g$
(a) エフ　小なり　ジー
(b)
(c) f, g を可測関数とする．記号 $f \preceq g$ を

$$\int_0^t f^*(s)\,ds \le \int_0^t g^*(s)\,ds,\ t > 0$$

が成り立つことと定める．

(12) φ_X
(a) ファイエックス
(b) phi sub X
(c) (R,μ) は共鳴的であるとする．X は再配列不変なバナッハ関数空間ノルムであるとする．$t = \mu(E)$, E は可測とかけるとき，

$$\varphi_X(t) = \|\chi_E\|_X$$

と定める．φ_X を X の基本関数という．

(13) M_φ
(a) エムファイ
(b) The Lorentz space M sub phi
(c) $\varphi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ が擬凹であるとは，以下の条件を満たしていることである．
(i) φ は単調増大である．
(ii) $t \mapsto \varphi(t)/t$ は単調減少である．
(iii) $\varphi^{-1}(0) = \{0\}$ である．
擬凹な関数 $\varphi : [0,\infty) \to [0,\infty)$ に対応するローレンツ空間 M_φ とは，可測関数 f で

$$\|f\|_{M_\varphi} = \sup_{0<t<\infty} f^{**}(t)\varphi(t)$$

が有限となるものである．

(14) $\Lambda(X)$
(a) ラムダエックス
(b) The Lorentz space capital lambda of X
(c) X を基本関数が凹関数となる $((0,\infty), dx)$ 上の再配列不変バナッハ関数空間とする．$M(X) := M_{\varphi_X}$ とする．$\Lambda(X)$ は $\mathcal{M}_0^+((0,\infty), dx)$ に属する関数 f で，

$$\|f\|_{\Lambda(X)} = \int_0^\infty f^*(s)d\varphi_X(s)$$

が有限であるもの全体であると定める．

(15) $L^1 + L^\infty$
(a) エルワンプラスエル無限
(b) L one plus L infinity
(c) 和空間を $L^1 + L^\infty$ で表す．

(16) $L^1 \cap L^\infty$

(a) エルワンかつエル無限
(b) the intersection of L one and L infinity
(c) 共通部分空間を $L^1 \cap L^\infty$ で表す.

(17) f^s
(a) エフエス
(b) the symmetric rearrangement of f
(c) $f : (-a, a) \to \mathbb{R}$ の対称再配列とは

$$f^s(x) = f^*(2|x|), \quad x \in (-a, a)$$

で与えられる.

(18) f^r
(a) エフアール
(b) the radial symmetric rearrangement of f
(c) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ の球対称再配列とは

$$f^r(x, y) = f^*(\pi(x^2 + y^2)), \quad x, y \in \mathbb{R}$$

で与えられる.

(19) (a)
(b)
(c)

(20) (a)
(b)
(c)

(21) (a)
(b)
(c)

(22) (a)
(b)
(c)

(23) (a)
(b)
(c)

(24) (a)
(b)
(c)

33. 関数解析学

33.1. バナッハ空間の部分集合を表す記号.

(1) $\|x\|$
  (a) エックスのノルム
  (b) the norm of x
  (c) バナッハ空間 x に付随して，ノルム $\|x\|$ が定まる.
(2) $\|a\|_X$
  (a) エーのエックスノルム
  (b) the X-norm of a
  (c) バナッハ空間 x に付随して，ノルム $\|x\|_X$ が定まる．X を特定したいときにこのように表す.
(3) $X \subset Y$
  (a) X 含まれる Y
  (b) X, a subset of Y
  (c) 集合としての包含関係を表す.
(4) $X \hookrightarrow Y$
  (a) X
  (b) X is continously embedded into Y
  (c) 位相を込めて包含されることを意味している.
(5) X^*
  (a) エックススター
  (b) X star, dual (space) of X
  (c) X の共役空間を表す.
(6) $(X^*)^*$, X^{**}
  (a) エックススタースター
  (b) X double star
  (c) X の共役空間の共役空間を表す．X が反射的であることの記述に用いる.
(7) Φ^+
  (a) ファイプラス
  (b) phi plus, positive part of phi
  (c) 線形汎関数 Φ の正の部分を表す.
(8) Φ^-
  (a) ファイマイナス
  (b) phi minus, negative part of phi
  (c) 線形汎関数 Φ の負の部分を表す.
(9) $|\Phi|$
  (a) 絶対値ファイ
  (b) absolute value of phi
  (c) 線形汎関数 Φ の正の部分と負の部分の和を表す．これが測度でしたら total variation of phi と言うのですが，関数では他に言い様がないです.
(10) $\mathrm{dist}(x, A)$
  (a) ディスタンスエックスエー
  (b) distance of x and the set A
  (c) x と集合 A との距離
(11) $M \oplus N$
  (a) エム　直和　エヌ
  (b) direct sum of M and N
  (c) 線形 (バナッハ) 空間 M と線形 (バナッハ) 空間 N の直和
(12) αA
  (a) アルファエー

(b) (i) alpha A
(ii) alpha times A
(iii) dilation of A by alpha
(iv) dilation of A by factor alpha
(c) A の元をすべてスカラー α 倍して得られる集合.

(13) $A+B$
(a) エープラスビー
(b) A plus B
(c) 線形位相空間 A, B の (ミンコフスキー) 和 $A+B$

(14) $\mathrm{conv}(A)$, $\mathrm{co}(A)$
(a) コンベックスエー
(b) convex hull of A
(c) A を含む最小の凸集合

(15) $\overline{\mathrm{conv}}(A)$, $\overline{\mathrm{co}}(A)$
(a) コンベックスバーエー
(b) convex hull of A
(c) A を含む最小の閉凸集合

(16) $A^{\perp}$
(a) エー垂直
(b) (i) A perp
(ii) orthogonal complement of A
(c) A を打ち消す線形汎関数全体のなす集合．A perpendicular とは読まない.

33.2. バナッハ空間と有界線形作用素.

(1) $\|T\|$
  (a) T のノルム
  (b) the norm of T
  (c) T がバナッハ空間 X から Y への写像の時，$\|T\| = \sup_{x \in X} \dfrac{\|Tx\|_Y}{\|x\|_X}$ と定める.
(2) $B(X)$
  (a) ビーエックス
  (b) (i) $B\ X$
    (ii) bounded maps from X into itself
    (iii) collection of bounded maps from X into itself
    (iv) bounded linear maps from X into itself
    (v) collection of bounded linear maps from X into itself
  (c) X 上の有界作用素全体のなす集合を表す.
(3) $B(X, Y)$
  (a) ビーエックスワイ
  (b) (i) $B\ X\ Y$
    (ii) bounded maps from X into Y
    (iii) collection of bounded maps from X into Y
    (iv) bounded linear maps from X into Y
    (v) collection of bounded linear maps from X into Y
  (c) X から Y への有界作用素全体のなす集合を表す.
(4) $L(X)$
  (a) エルエックス
  (b) (i) $L\ X$
    (ii) bounded maps from X into itself
    (iii) collection of bounded maps from X into itself
    (iv) bounded linear maps from X into itself
    (v) collection of bounded linear maps from X into itself
  (c) X 上の有界作用素全体のなす集合を表す.
(5) $L(X, Y)$
  (a) エルエックスワイ
  (b) (i) $L\ X\ Y$
    (ii) bounded maps from X into Y
    (iii) collection of bounded maps from X into Y
    (iv) bounded linear maps from X into Y
    (v) collection of bounded linear maps from X into Y
  (c) X から Y への有界作用素全体のなす集合を表す.
(6) $K(X)$
  (a) ケーエックス
  (b) (i) $K\ X$
    (ii) compact operators from X into itself
    (iii) collection of compact operators from X into itself
  (c) X 上のコンパクト作用素全体のなす集合を表す.
(7) $K(X, Y)$
  (a) ケーエックスワイ
  (b) (i) $K\ X\ Y$
    (ii) compact operators from X into Y
    (iii) collection of compact operators from X into Y
  (c) X から Y へのコンパクト作用素全体のなす集合を表す.
(8) $X^{\perp}$

(a) エックスパープ
(b) X perp
(c) (i) X がヒルベルト空間 H の部分集合の時は，$X^{\perp}$ は X との内積が常に 0 になる H の元全体を表す.
(ii) X がバナッハ空間 B の部分集合の時は，$X^{\perp}$ は X とのカップリングが常に 0 になる B^* の元全体を表す.
(d) $\|Tf\|_q$
(i) ティーエフのエルキューノルム
(ii) the L^q-norm of $T\ f$

33.3. 作用素の関数.

(1) S^*
  (a) エススター
  (b) S star
  (c) S の共役作用素を表す.

(2) $H \geq mI$
  (a) エイチ　大なりイコール　エムアイ
  (b) H is greater than or equal to $m\ I$
  (c) 作用素 H が m かける恒等作用素 I の定数倍より大きいことを表す.

(3) $H \geq mK$
  (a) エイチ　大なりイコール　エムケー
  (b) H is greater than or equal to $m\ K$
  (c) 作用素 H が作用素 K の定数倍より大きいことを表す.

(4) $A = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \lambda\, dE_\lambda$
  (a) エー　イコール　マイナス無限から無限　ラムダディーイーラムダ
  (b) A equals integral from minus infinity to infinity of lambda $d\ E$ lambda
  (c) 自己共役作用素 A のスペクトル分解を表す.

(5) $f(A) = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)\, dE_\lambda$
  (a) エフエーイコールマイナス無限から無限エフラムダディーイーラムダ
  (b) f (of) A equals integral from minus infinity to infinity of f (of) lambda $d\ E$ lambda
  (c) 自己共役作用素 $f(A)$ のスペクトル分解を表す.

(6) e^{itA}
  (a) イーの　アイティーエー乗
  (b) e to $i\ t\ A$
  (c) A から生成されるユニタリー群を表す.

(7) $\sigma_c(T)$
  (a) シグマ　シー　ティー
  (b) the continuous spectrum of T
  (c) T の連続スペクトル全体である．$T : X \to X$ を非有界な線形写像とするとき，$\sigma_c(T) = \{\alpha \in \mathbb{C} : \alpha I - T$ は単射であるが，像は稠密で，全射ではない $\}$

(8) $\sigma_p(T)$
  (a) シグマ　ピー　ティー
  (b) the point spectrum of T
  (c) T の点スペクトル全体である．つまり，$\alpha \in \sigma_p(T) \iff \alpha I - T$ は単射ではない.

(9) $\sigma_r(T)$
  (a) シグマ　アール　ティー
  (b) the continuous spectrum of T
  (c) T の剰余スペクトル全体である．$T : X \to X$ を非有界な線形写像とするとき，$\sigma_c(T) = \{\alpha \in \mathbb{C} : \alpha I - T$ は単射であるが，像は稠密はない $\}$

(10) $G_+(x, y)$
  (a) ジープラスエックスワイ
  (b) (i) G sub minus of $x\ y$
    (ii) the right Gateaux derivative of G of $x\ y$
  (c) $\displaystyle\lim_{t \downarrow 0} \frac{\|x + ty\|_X - \|x\|_X}{t}$ で与えられて，右ガトー微分という.

(11) $G_-(x, y)$
  (a) ジーマイナスエックスワイ
  (b) (i) G sub minus of $x\ y$
    (ii) the left Gateaux derivative of G of $x\ y$

(c) $\lim_{t\uparrow 0} \dfrac{\|x+ty\|_X - \|x\|_X}{t}$ で与えられて，左ガトー微分という．

(12) $G(x,y)$

(a) ジーエックスワイ

(b) (i) G of x y

(ii) Gateaux derivative of G of x y

(c) $G_+(x,y) = G_-(x,y)$ のとき，この値を以て，$G(x,y)$ と表す．

33.4. 収束に関する記号.

(1) $x_n \to x$
  (a) エックスエヌ (強) 収束エックス
  (b) (i) x n converges to x
    (ii) x n converges strongly to x
    (iii) x n is convergent to x
    (iv) x n is strongly convergent to x
  (c) バナッハ空間の点列の強収束は通常の収束の記号を使うことが多い.

(2) $x_n \rightharpoonup x$
  (a) エックスエヌ (弱) 収束エックス
  (b) (i) x n converges weakly to x
    (ii) x n is weakly convergent to x
  (c) バナッハ空間の点列の強収束は通常の収束の記号を使うことが多い.

(3) $A_n \to A$
  (a) エックスエヌ (ノルム) 収束エックス
  (b) (i) A n converges in norm to x
    (ii) A n is convergent in norm to x
  (c) バナッハ空間作用素からなる点列のノルム収束は通常の収束の記号を使うことが多い.

(4) $A_n \rightharpoonup A$
  (a) エックスエヌ (弱) 収束エックス
  (b) A n converges weakly to x, A n is weakly convergent to x
  (c) バナッハ空間作用素からなる点列の強収束は通常の収束の記号を使うことが多い.

(5) $\sigma(E, F)$
  (a) シグマイーエフ
  (b) sigma E F
  (c) F から入れた E の位相

(6) $x_\alpha \overset{\mathrm{w}}{\to} x$
  (a) エックスアルファ(弱) 収束エックス
  (b) (i) x α converges weakly to x
    (ii) x α is weakly convergent to x
  (c) ネットの弱収束

(7) $x_\alpha \overset{\mathrm{w}^*}{\to} x$
  (a) エックスアルファ(弱スター) 収束エックス
  (b) (i) x α converges weakly star to x
    (ii) x α is weakly star convergent to x
  (c) $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ を 0 に収束する列とする．$B(x^*, \{x_n\}_{n\in\mathbb{N}} = \{y^* \in X^* : |y^*(x_n) - y^*(x)| < 1\}$ で与えられる集合たちによって生成される位相を有界弱位相といい，この位相に関する収束をこのように表す.

(8) $\lim_n x_n$
  (a) リミット　エヌ　エックスエヌ
  (b) the limit n of x sub n
  (c) 主に点列の収束を表す.

(9) $\lim_\alpha x_\alpha$
  (a) リミット　アルファ　エックスアルファ
  (b) the limit alpha of x sub alpha
  (c) 主にネットの収束を表す.

(10) $w - \lim_\alpha x_\alpha$
  (a) ウイークリミット　アルファ　エックスアルファ
  (b) the weak limit alpha of x sub alpha
  (c) 主にネットの弱 $*$ 収束を表す.

(11) ${}_{\alpha}t_{\alpha}$
  (a) リミットインフ　アルファ　エックスアルファ
  (b) lim inf alpha of t sub alpha
  (c) 主にネットの下極限を表す.

(12) $\limsup\limits_{\alpha} t_{\alpha}$
  (a) リミットスップ　アルファ　エックスアルファ
  (b) lim sup alpha of t sub alpha
  (c) 主にネットの上極限を表す.

(13) $\sum\limits_{n} x_n$
  (a) シグマ　エヌ　エックス　エヌ
  (b) the sum n of x sub n
  (c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x_n$ とは違って，n の動く範囲を明示しない書き表し方.

(14) $d_H(A, B)$
  (a) ディー　エイチ　エー　ビー
  (b) The Hausdorff distance between A and B
  (c) H のハウスドルフ距離を表す.

(15) $\overline{A}$
  (a) エーバー
  (b) the closure of A
  (c) 集合 A の閉包

(16) $\overline{A}^{w}$
  (a) ウイーク　エーバー
  (b) the weak closure of A
  (c) 弱位相に関する集合 A の閉包

(17) $\overline{A}^{w^*}$
  (a) ウイークスター　エーバー
  (b) the weak star closure of A
  (c) 弱スター位相に関する A の閉包

(18) A°
  (a) エーの内点
  (b) interior of A
  (c) エーの内点

(19) $X_0 \cap X_1$
  (a) X_0 かつ X_1
  (b) (i) intersection of X_0 and X_1
    (ii) X_0 intersected with X_1
    (iii) X_0 cap X_1
  (c) X_0 と X_1 の共通部分

(20) $X_0 + X_1$
  (a) エックスゼロ　プラス　エックスワン
  (b) X sub zero plus X sub one
  (c) X_0 と X_1 の和として表される元からなる線形空間

(21) $(X_0, X_1)_{\theta,q}$
  (a) 実補間　エックスゼロ　エックスワン　シーター　キュー
  (b) the real interpolation of X sub zero and X sub one
  (c) X_0 と X_1 の θ, q レベルでの実補間

(22) $[X_0, X_1]_{\theta}$
  (a) 複素補間　エックスゼロ　エックスワン　シーター
  (b) the complex interpolation of X sub zero and X sub one

(c) X_0 と X_1 の θ レベルでの複素補間

(23) (a)
(b)
(c)

(24) (a)
(b)
(c)

(25) (a)
(b)
(c)

(26) (a)
(b)
(c)

(27) (a)
(b)
(c)

(28) (a)
(b)
(c)

33.5. 線形位相空間.

(1) $S+T$
  (a) エスプラスティー
  (b) S plus T
  (c) $S, T \subset X$ に対して，$S+T := \{v_1+v_2 : v_1 \in S, \quad v_2 \in T\}$ と定める．
(2) $x+S$
  (a) エックスプラスエス
  (b) x plus S
  (c) $x \in X$, $S \subset X$ に対して，$x+S := \{x\}+S$ と定める．
(3) αS
  (a) アルファ　エス
  (b) alpha times S
  (c) $\alpha \in \mathbb{K}$, $S \subset X$ に対して，$\alpha S := \{\alpha v : v \in S\}$ と定める．
(4) $\mathrm{co}(S)$
  (a) コンベックス　エス
  (b) (i) the convex hull of S
    (ii) the convex closure of S
  (c) $\mathrm{co}(S) = S$ を含む最小の凸集合と定める．
(5) X'
  (a) エックスダッシュ
  (b) X prime
  (c) X を線形位相空間とするとき，$X' = \{x' \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(X, \mathbb{K}) : x'$は連続である $\}$ と定める．
(6) X^*
  (a) エックススター
  (b) X star
  (c) X をノルム空間とするとき，$X^* := \{x' \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(X, \mathbb{K}) : x'$は有界である $\}$ と定める．
(7) $\sigma(X', X)$
  (a) シグマ　エックスダッシュ　エックス
  (b) sigma of X prime X
  (c) X' の弱*位相のことである．
(8) A°
  (a) エーまる
  (b) the polar set of A
  (c) A を X の空ではない部分集合とする．このとき，

$$A^\circ := \bigcap_{x \in A} \{x' \in X' : |\langle x, x' \rangle| \leq 1\}$$

  と定める．
(9) F°
  (a) エフまる
  (b) the polar set of F
  (c) F を X' の空ではない部分集合とする．このとき，

$$F^\circ := \bigcap_{x' \in F} \{x \in X : |\langle x, x' \rangle| \leq 1\}$$

  と定める．
(10) $A^\perp$
  (a) エー　パープ
  (b) A perp

(c) $A \subset X$ に対して，

$$A^{\perp} = \bigcap_{x \in A} \{x' \in X' : \langle x, x' \rangle = 0\}$$

と定める．

(11) $F^{\perp}$

(a) エフ　パープ

(b) F perp

(c) $F \subset X'$ に対して，

$$F^{\perp} = \bigcap_{x' \in F} \{x \in X : \langle x, x' \rangle = 0\}$$

と定める．

(12) $\mathrm{ex}(K)$

(a) 端点集合　ケー

(b) the extremal set of K

(c) $x \in K$ が K の端点であるとは，$\{x\}$ が K の端点集合であることを言う．端点全体を $\mathrm{ex}(K)$ と表す．

34. バナッハ代数

34.1. **バナッハ代数の用語.**

(1) $A^{\times}$
  (a) エーバツ
  (b) the unit elements of A
  (c) A の可逆元全体のなす集合.
(2) $\sigma(f)$
  (a) シグマエフ
  (b) (i) sigma of f
    (ii) the spectrum of f
  (c) $\lambda I - f \in A^{\times}$ とならない複素数の全体の集合を $\sigma(f)$ と表す.
(3) $\rho(f)$
  (a) ローエフ
  (b) (i) rho of f
    (ii) the resolvent set of f
  (c) $\lambda I - f \in A^{\times}$ となる複素数の全体の集合を $\rho(f)$ と表す.
(4) M_A
  (a) エムエー
  (b) M sub A
  (c) $M_A := \{\varphi : A \to \mathbb{C} : \varphi$ は複素準同型 $\}$ とする.
(5) $\hat{f}$
  (a) ハットエフ
  (b) hat f
  (c) $\hat{f} : \varphi \in M_A \mapsto \varphi(f) \in \mathbb{C}$ で与えられる連続写像を f のゲルファンド変換という.
(6) $\hat{A}$
  (a) ハットエー
  (b) hat A
  (c) $\hat{A} = \{\hat{f} : f \in A\}$ をゲルファンド表現という.

34.2. **関数環.**

(1) $A|K$
  (a) エー　制限　ケー
  (b) A restricted to K
  (c) $\emptyset \neq K \in \mathcal{K}_X$ とする．$C(X)$ に含まれる部分環 A に対して，

$$A|K := \{f|K \in C(K) : f \in A\}$$

  と定める．
(2) $\mathcal{P}(K)$
  (a) ピーケー
  (b) P of K
  (c) $K \subset \mathbb{C}^d$ をコンパクト集合とする．$\mathcal{P}(K) := \{f \in C(K) : f$ は多項式で与えられる $\}$ とする．
(3) $A(K)$
  (a) エーケー
  (b) A of K
  (c) $K \subset \mathbb{C}^d$ をコンパクト集合とする．$A(K) = \{f \in C(K) : f|\mathrm{Int}(K) \in \mathcal{O}(\mathrm{Int}(K))\}$ と定める．
(4) $\mathcal{O}(K)$
  (a) オーケー
  (b) O of K
  (c) $\mathcal{O}(K) = \bigcap_{U \in \mathcal{O}_X,\, U \supset K} \{F|K \in C(K) : F \in \mathcal{O}(U)\}$ と定める．
(5) $\mathcal{M}_\varphi$
  (a) エムファイ
  (b) M sub phi
  (c) $\varphi \in M_A$ に対して，$\mathcal{M}_\varphi = \{\mu : \mu$は φ の表現測度 $\}$ とおく．
(6) $\mathrm{Ch}(A)$
  (a) ショッケ境界エー
  (b) The Choquet boundary of A
  (c) $\mathrm{Ch}(A) = \{x \in X : \mathrm{ev}_x$の表現測度は δ_x のみである $\}$ と定める．$\mathrm{Ch}(A)$ の点を Choquet 境界という．
(7) $C_{\mathbb{R}}(X)$
  (a) シーアールエックス
  (b) (i) C sub R of X
    (ii) C R X
  (c) $C_{\mathbb{R}}(X) = \{f \in C(X) : f(X) \subset \mathbb{R}\}$ とおく．
(8) $\mathrm{Re}(A)$
  (a) リアルパートエー
  (b) the real part of A
  (c) A を X 上の関数環とするとき，$\mathrm{Re}(A) = \{\mathrm{Re}(f) : f \in A\}$ とおく．
(9) $K(A)$
  (a) ケーエー
  (b) K of A
  (c) $K(A) = \{\varphi \in A^* : \varphi(1) = \|\varphi\|_{H^*} = 1\}$ とおき，これを A の台空間という．
(10) $S(A)$
  (a) シロフ境界エー
  (b) the Shirov boundary of A
  (c) Y が A-境界であるとは，任意の $f \in A$ に対して，

$$\max_{x \in X} |f(x)| = \max_{y \in Y} |f(y)|$$

が成り立つことである．A の最小の閉境界を $S(A)$ と表す．$S(A)$ のことをシロフ境界という．

(11) $\overline{Q}_\varphi(u)\underline{Q}_\varphi(u)$

(a) オーバーラインファイユー，アンダーラインファイユー

(b)

(c) $\varphi \in M_A$ とする．$u \in C_{\mathbb{R}}(X)$ に対して，

$$\overline{Q}_\varphi(u) = \inf\{\mathrm{Re}(\varphi(f)) : f \in A,\, \mathrm{Re}(f) \geq u\}$$
$$\underline{Q}_\varphi(u) = \inf\{\mathrm{Re}(\varphi(f)) : f \in A,\, \mathrm{Re}(f) \leq u\}$$

と定める．

(12) $S^\perp$

(a) エスパープ

(b) S perp

(c) $S \subset C(X)$ とする．

$$S^\perp = \bigcap_{f \in S} \left\{ \mu \in \mathcal{M}(X) : \int_X f(x)\, d\mu(x) = 0 \right\}$$

とおく．

(13) (a)

(b)

(c)

(14) (a)

(b)

(c)

(15) (a)

(b)

(c)

35. 偏微分方程式

(1) $\partial_t u - \Delta u = 0$
  (a) ラウンド　ティー　ユー　マイナス　デルタ　ユー　イコール　ゼロ
  (b) (i) d t u minus Laplacian u equals zero
    (ii) d t u minus Laplacian of u equals zero
  (c) 熱方程式を表す.

(2) $\partial_t u - i\Delta u = 0$
  (a) ラウンド　ティー　ユー　マイナス　アイ　デルタ　ユー　イコール　ゼロ
  (b) (i) d t u minus i Laplacian u equals zero
    (ii) d t u minus i Laplacian of u equals zero
  (c) シュレーディンガー方程式を表す.

(3) $\partial_{tt} u - \Delta u = 0$
  (a) ラウンド　ティー　ティー　ユー　マイナス　デルタ　ユー　イコール　ゼロ
  (b) (i) second derivative of u in t minus Laplacian u equals 0
    (ii) second derivative of u in t minus Laplacian of u equals 0
  (c) 波動方程式を表す.

(4) $-\Delta u = 0$
  (a) マイナス　ラプラシアン　ユー　イコール　ゼロ
  (b) minus Laplacian of u equals 0
  (c) ポアッソン方程式を表す.

(5) $\partial_t u + a \cdot \nabla u = 0$
  (a) ラウンド　ティー　ユー　エー　かける　ナブラ　ユー　イコール　ゼロ
  (b) (i) d t u plus a dot grad u equals zero
    (ii) d t u plus a dot gradient of u equals zero
    (iii) transport equation d t u plus a dot grad u equals zero
    (iv) transport equation d t u plus a gradient of u equals zero
  (c) 輸送方程式を表す．英語読みでは，通常 grad u と呼び nabla とは読まない.

(6) $e^{it\Delta}$
  (a) イーのアイティーデルタ乗
  (b) e to i t delta
  (c) シュレーディンガー半群を表す.

(7) $e^{t\Delta}$
  (a) イーのティーデルタ乗
  (b) e to t delta
  (c) 熱半群を表す.

(8) $\langle D \rangle$
  (a) （ジャパニーズ）ブラケット　ディー
  (b) Japanese bracket of D
  (c) $\langle D \rangle = \sqrt{|D|^2 + 1}$ と定める.

(9) $L^2_t(\mathbb{R}, H^r_x)$
  (a) エル　ツー　ティー　エイチ　アール　エックス
  (b)
  (c) $F(x,t)$ を $x \in \mathbb{R}^N$ と $t \in \mathbb{R}$ の関数としたとき,

$$\|F\|_{L^2_t(\mathbb{R}, H^r_x)} = \sqrt{\int_{\mathbb{R}} \|F(\cdot, t)\|^2_{H^r_x}\, dt}$$

と定める.

(10) $C([0,T] : L^1)$
  (a) シー　ゼロ　ティー　エル　ワン
  (b)

(c) $F(x,t)$ を $x \in \mathbb{R}^N$ と $t \in [0,T]$ の関数としたとき,

$$\|F\|_{L^2_t(\mathbb{R},H^r_x)} = \sup_{t\in[0,T]} \|F(\cdot,t)\|^2_{L^1}\,dt$$

と定める.

(11) (a)
(b)
(c)
(12) (a)
(b)
(c)
(13) (a)
(b)
(c)
(14) (a)
(b)
(c)
(15) (a)
(b)
(c)

36. 再生核ヒルベルト空間

(1) H_K
  (a) エイチケー
  (b) (i) H K
    (ii) H sub K
    (iii) the reproducing kernel Hilbert space H_K
  (c) $K : E \times E \to \mathbb{C}$ を正定値関数とするとき，K によって定められる再生核ヒルベルト空間を H_K と表す．H_K には再生性

$$\langle K(\cdot, p), K(\cdot, q)\rangle = K(p, q)$$

(2) K_p
  (a) ケーピー
  (b) (i) K sub p
    (ii) K p
  (c) $K : E \times E \to \mathbb{C}$ を正定値関数とするとき，$K_p(q) = K(q, p)$ と定める．
(3) $A(\mathbb{D})$
  (a) エー　ディー
  (b) A sub D
  (c) 領域 $\mathbb{D}$ 上の正則かつ 2 上可積分な関数全体のなす関数空間
(4) (a)
  (b)
  (c)
(5) (a)
  (b)
  (c)
(6) (a)
  (b)
  (c)
(7) (a)
  (b)
  (c)
(8) (a)
  (b)
  (c)
(9) (a)
  (b)
  (c)
(10) (a)
  (b)
  (c)
(11) (a)
  (b)
  (c)

37. 特殊関数

(1) $\Gamma(t)$
  (a) ガンマ　ティー
  (b) gamma of t, gamma function at t
  (c) ガンマ関数は $\Gamma(t) = \displaystyle\int_0^\infty x^{t-1}e^{-x}\,dx$, $t > 0$ で与えられる.

(2) $B(p, q)$
  (a) ベータ　ピー　キュウ
  (b) beta function at p, q, beta of p, q
  (c) ベータ関数は $B(p, q) = \displaystyle\int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1}\,dt$, $p > 0$, $q > 0$ で与えられる.

(3) $J_\nu(t) = \dfrac{\left(\frac{t}{2}\right)^\nu}{\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \displaystyle\int_{-1}^1 e^{its}(1-s^2)^\nu \frac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$
  (a) ジェーニューティー　イコール　ガンマニュープラス 2 分の 1 ガンマ 2 分の 1 分の 2 分の t のニュー乗　インテグラルマイナス 1 から 1 まで　イーのアイティーエス乗　括弧　1 マイナス s の 2 乗　括弧閉じのニュー乗　ルート　1 マイナス s の 2 乗　分の　ディーエス
  (b) (i) Bessel function of order alpha at x
    (ii) J alpha of x
    (iii) Bessel function of order alpha at x
    (iv) J alpha at x
  (c) ベッセル関数は

$$J_\nu(t) = \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^\nu}{\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \int_{-1}^1 e^{its}(1-s^2)^\nu \frac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$$

と定義される.

Part 13. 確率解析

38. 確率解析学

(1) $\{\mathcal{F}_n\}_{n=1}^{\infty}$
  (a) エフエヌエヌイコール 1 から無限大
  (b) F n over for n equal to one to infinity
  (c) 増大する部分 σ-集合体をこのように表す．フィルトレーションという．

(2) $\{M_n\}_{n=1}^{\infty}$
  (a) エムエヌエヌイコール 1 から無限大
  (b) M n over for n equal to one to infinity
  (c) 離散時間のマルチンゲールや確率過程をこのように表す．

(3) $E[X], E(X)$
  (a) イー　エックス
  (b) (i) expectation of X
    (ii) E X
  (c) 確率変数 X の期待値を表す．

(4) $E[X|\mathcal{F}], E[X:\mathcal{F}], E(X|\mathcal{F}), E(X:\mathcal{F})$
  (a) イー　エックス　エフ
  (b) conditional expectation of X given F
  (c) $\mathcal{F}$ に関する確率変数 X の条件付期待値を表す．

(5) $V[X], V(X)$
  (a) ブイ　エックス
  (b) (i) variance of X
    (ii) V X
  (c) 確率変数 X の分散を表す．

(6) $\sigma[X], \sigma(X)$
  (a) シグマエックス
  (b) (i) standard deviation of x,
    (ii) sigma x
  (c) 確率変数 X の標準偏差を表す．

(7) dw_t
  (a) ディー　ダブル　ティー
  (b) d w t
  (c) ブラウン運動を表す．確率微分方程式を表すのに使う．

Part 14. 応用数学

39. コンピュータ

(1) MOD
  (a) モッド
  (b) modulo
(2) ABS(X)
  (a) アブスエックス
  (b) the absolute value of X
(3) SQR(X), SQRT(X)
  (a) スクエアルートエックス
  (b) the square root of X
(4) SIN(X)
  (a) サインエックス
  (b) sine X
(5) COS(X)
  (a) コサインエックス
  (b) cosine X
(6) TAN(X)
  (a) タンジェントエックス
  (b) tangent X
(7) ¥
  (a) バックスラッシュ
  (b) backslash

References