離散数学入門 c レポート課題 No. 2

2012 年 7 月 3 日配布

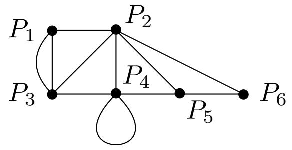
提出日：2012 年 7 月 17 日

注意

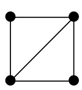
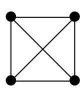
- 7 月 17 日の講義の際に提出すること．
- 1 枚目の上部にコース・学修番号・氏名を書くこと．
- レポートが複数枚にわたるときは，左上をホッチキス等で綴じること．
- A4 レポート用紙を使用し，表面のみに解答すること．

問題

1. $(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^* = \mathbb{Z}/7\mathbb{Z} \setminus \{\overline{0}\} = \{\overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}\}$ に対し，$(\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*$ 上の演算 $\cdot$ を $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{ab}$ で定義する．このとき，群 $\big((\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*, \cdot\big)$ が巡回群であることを証明し，生成元を一つ求めよ．ただし，$\big((\mathbb{Z}/7\mathbb{Z})^*, \cdot\big)$ が群であることの証明は省略してよい．
2. 20 個の整数がどのように与えられても，その中に差が 19 の倍数になるような 2 つの整数が存在することを，鳩の巣原理を用いて証明せよ．
3. 次のグラフを図示せよ．
   (a) 完全グラフ K_6.
   (b) 完全 2 部グラフ $K(2, 4)$.
4. 次のグラフ G について，以下の問いに答えよ．



   (a) 各頂点の次数を求めよ．
   (b) 奇頂点をすべて列挙せよ．
   (c) グラフ G がオイラーグラフでないことを証明せよ．
5. 次のグラフのうち，平面的であるもの（平面グラフと同型になるもの）をすべて選べ．

(a)  (b)  (c)