

第3章、アナログ変調

3.1 変調の目的と種類

- ! 伝送媒体の有効利用 多重通信方式 (周波数帯、時間領域の有効利用)
 - FDM (Frequency Division Multiplexing): 周波数分割多重方式
 - TDM (Time Division Multiplexing): 時分割多重方式
 - CDMA (Code Division Multiple Access): 符号分割多重接続方式
- " 電磁波の放射効率 周波数の移動
 - アンテナの寸法は波長と同程度となる。
- # 雑音を避ける 微弱な信号を変調して背景雑音の少ない周波数帯域にもっていく
 - PSD (Phase Sensitive Detection) 変調分光法

E23 # は直流を増幅したり、直流に近い信号に対して最も効果的である。なぜか？

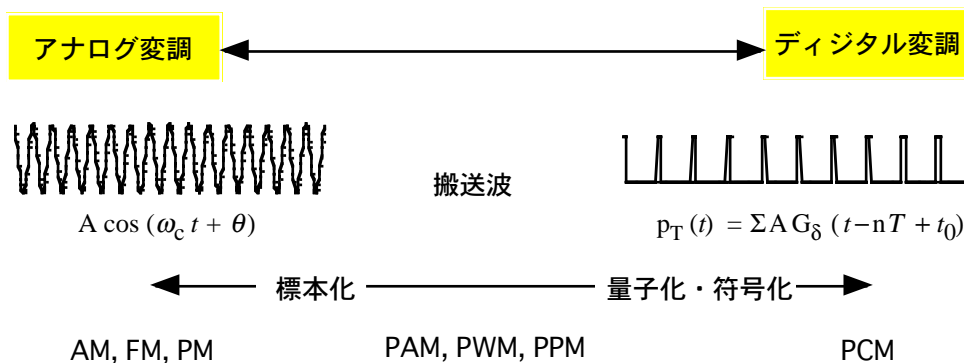


図16 変調方式の分類と搬送波

3.2 振幅変調方式

3.2.1 搬送波抑圧方式 (AM-SC : AM-Suppressed Carrier、DSB-SC)

振幅変調の基本形。フーリエ変換の 性をそのまま現実のシステムに適用したもの。振幅変調波 $\phi_{DSB-SC}(t)$ は、時間領域で信号 $f(t)$ と $\cos \omega_c t$ (carrier、または carrier wave) をかけ算することによって得られる。

$$\phi_{DSB-SC}(t) = f(t) \cos \omega_c t, \quad (3-1)$$

$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$ の関係があれば、周波数移動性を使っていきなり、

$$\phi_{DSB-SC}(t) \leftrightarrow \Phi(\omega) = \text{} \quad (3-2)$$

とするか、あるいは、信号 $f(t)$ と搬送波 $\cos \omega_c t$ それぞれのフーリエ変換の 積分となる。

$$f(t) \cos \omega_c t \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F(\omega) * \pi \{ \delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c) \}, \quad (3-3)$$

E24 (3-3) 式の右辺が (3-2) 式に一致することを確認せよ。

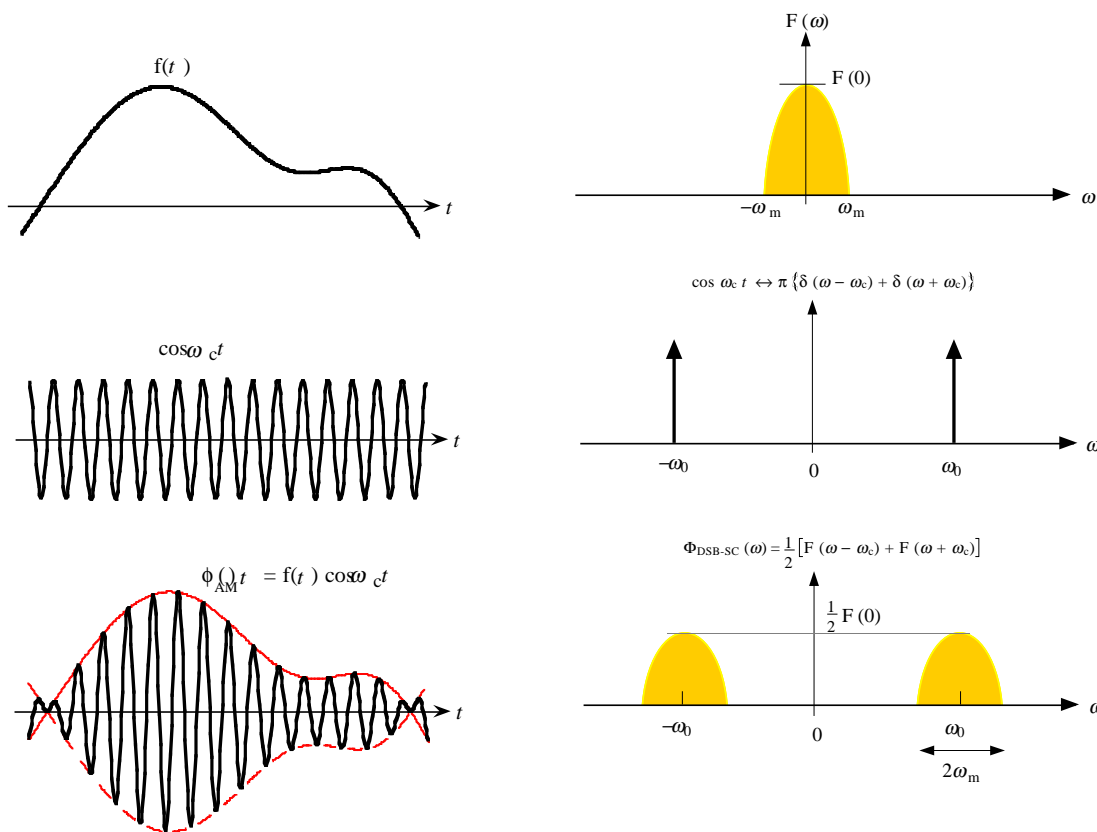


図17 搬送波抑圧AM (DSB-SC) 方式。cos波は、変調のために必須だが、変調波にはその成分は現れない。

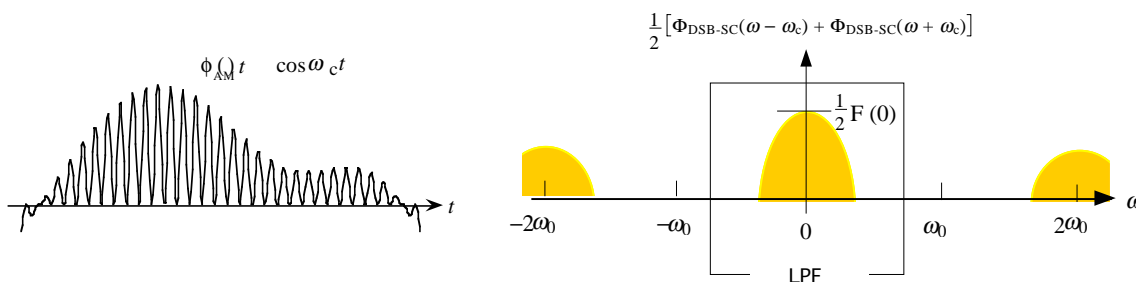


図18 搬送波抑圧AM (DSB-SC) 波からの復調。再び周波数移動を行い。LPFによりベースバンド信号のみを取り出す。

図17に、DSB-SC方式の時間波形とスペクトルを示す。搬送波抑圧 (suppressed carrier) と呼ばれるのは、変調されたスペクトルには、正弦波に対応する線スペクトルが消えてしまっているからである。

E25 $\Phi(\omega)$ のスペクトラムには、 ω_c を中心に必ず左右鏡面对称になるのは何故だろうか。これを上側波帯 (upper side band)、下側波帯 (lower side band) とよぶ。

元のスペクトラムを得ることを、復調 (demodulation) という。そのためには、送られたスペクトル $\Phi_{DSB-SC}(\omega)$ を、再び右と左に だけ移動すればよい。このことは、時間領域では をかけ算することである。

$$\Phi_{DSB-SC}(t) \cdot \cos \omega_c t = f(t) \cos^2 \omega_c t = f(t) \text{ } . \quad (3-4)$$

$$\begin{aligned} &\leftrightarrow \frac{1}{2} [\Phi_{\text{DSB-SC}}(\omega - \omega_c) + \Phi_{\text{DSB-SC}}(\omega + \omega_c)] \\ &= \boxed{} + \frac{1}{4} [F(\omega - 2\omega_c) + F(\omega + 2\omega_c)] \quad (3-5) \end{aligned}$$

(3-5) 式の成分の内、四角で囲んだ成分のみをフィルタにより抽出する。この復調の方法を、
 $\boxed{}$ 、 $\boxed{}$ 、あるいはコヒーレント検波と呼ぶ。復調のときに、受信機においてかけ算に用
 いる正弦波のことを、 $\boxed{}$ とよぶ。送信の際に ω_c 周波数を移動したものを元
 に戻すわけだから、 $\boxed{}$ の周波数は、正確に ω_c になっていなければならない。

E26 局部搬送波を発生する発信器のことを、局部発信器 (local oscillator) という。この周波数が、
 $\omega_c + \Delta\omega$ であれば、検波出力にどのような影響が現れるか。

E27 局部搬送波の初期位相が、 $\pi/2$ だけずれていたらどうなるか。 $= 90^\circ$ のときにはどうか？

E28 搬送波として、同一の周波数の cos と sin を同時に用いることによって、2つの独立した情報を
 「多重化」できることを示せ (直交2相変調)。

3.2.2 平衡変調器 (balanced mixer)

図19に示したように、 $T = 2\pi/\omega_c$ の周期でスイッチング
 することによって、周波数を移動することができる。
 そこで、半周期ごとに on/off を繰り返す動作を数学的
 に考察してみよう。スイッチング動作は、1 (on) と
 0 (of) のかけ算に相当する。いま、周期方形パルスを
 $p_T(t)$ とする。

$$\begin{aligned} p_T(t) &= 1 \quad \left(-\frac{1}{4}T \leq t \leq \frac{1}{4}T\right) \\ &= 0 \quad \left(\frac{1}{4}T \leq t \leq \frac{3}{4}T\right) \quad (3-6) \end{aligned}$$

$$p_T(t) \leftrightarrow \boxed{} \quad (3-7)$$

従って、

$$\begin{aligned} f(t) \cdot p_T(t) &\leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F(\omega) * P_T(\omega) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \boxed{} F(\omega - n\omega_c) \quad (3-8) \end{aligned}$$

となる。この中で DSB-SC 波として欲しいのは、 $n =$
 ± 1 ($\pm \omega_c$ を中心としたスペクトル成分) であるの
 で、 $\boxed{}$ に通せばよい。

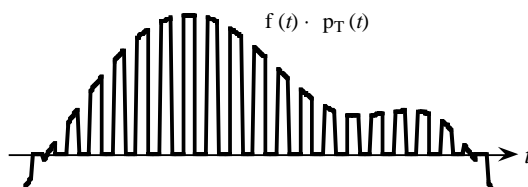
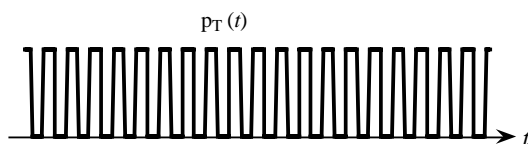
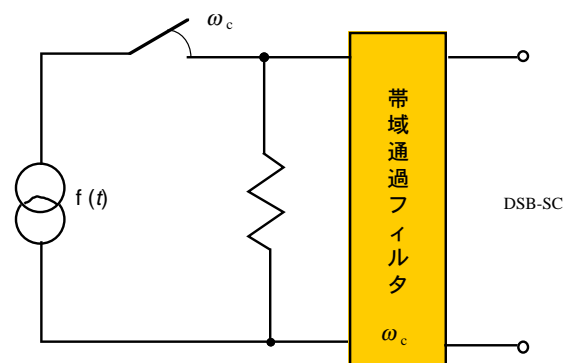


図19 平衡変調器の原理と、中間段階での波形。

E29 図19の波形のスペクトルはどのようになる
 か？ また、その結果から DSB-SC 波の大きさは、数学的に単に cos をかけ算した場合と比べて、
 何分の1になっているか。

E30 図19のスイッチング動作を、半導体デバイスで置き換えるにはどのようにしたらよいか？

3.2.3 非線形変調器

ダイオードのような、入出力特性が非線形（非オーミック）な素子を用いると、2つの信号の ができる。非線形性はテーラー展開すると、

$$i = a_0 + a_1V + a_2V^2 + a_3V^3 + \dots \quad (3-9)$$

の形になる。信号 $f(t)$ と $\cos \omega_c t$ のかけ算は、両者を足しあわせたものを入力とした場合、(3-9)式の V^2 の項で得られるが、 V の項から出てくる搬送波 $\cos \omega_c t$ も同一周波数帯に重なる。これを除くためには、図20のような構成をとればよい。

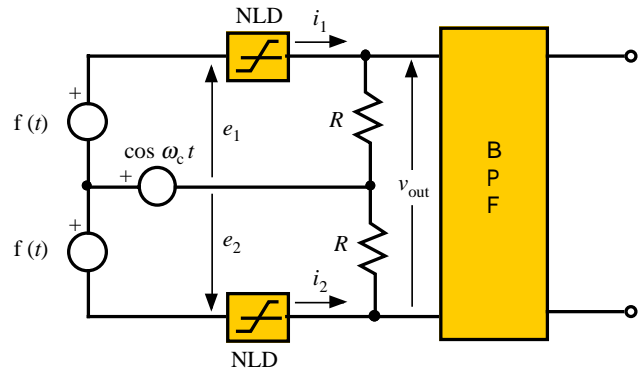


図20 非線形変調器。

E31 図20の回路で搬送波が抑圧できることを確かめよ。

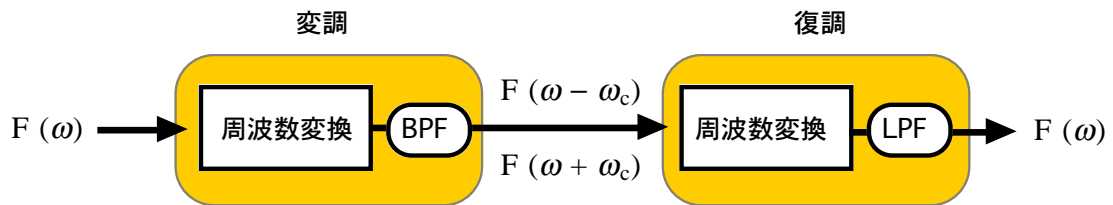


図21 周波数変換とAM変調・復調

結局、AM方式においては、変調も復調も周波数変換を行うことに帰着する。周波数変換を行うブラックボックスは、「回路」あるいは「回路」で実現できる。

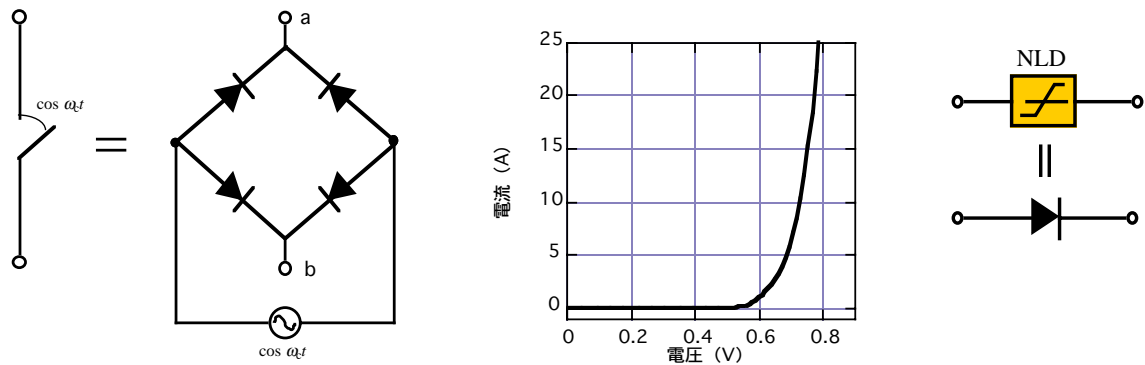


図22 ダイオードは線形時変回路も非線形回路も実現できる。

E32 線形時変回路も非線形回路も、ともにダイオードを使って実現できる。両者は性質が大きく違うが、なぜだろうか？

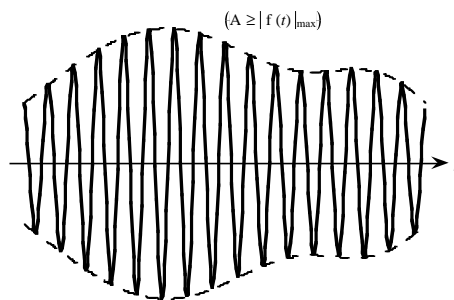
3.2.4 大電力搬送波を含んだAM方式

DSB-SC信号に、搬送波を付け加える。

$$\phi_{AM}(t) = f(t) \cos \omega_c t + A \cos \omega_c t = [A + f(t)] \cos \omega_c t \quad (3-10)$$

$$\Phi_{AM}(\omega) = \frac{1}{2} (F(\omega - \omega_c) + F(\omega + \omega_c)) + \pi A (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) \quad (3-11)$$

$A \geq |f(t)|_{\max}$ であれば、検波が簡単になる。これに対して、 $A < |f(t)|_{\max}$ の場合を と呼ぶ。



E33 過変調のときに生ずる不都合は？

変調回路は、信号 $f(t)$ と、 $\cos \omega_c t$ とを加えてから、周波数変換を行う。一方、復調方式は、DSB-SC の場合の同期検波に加えて、簡便な方法が適用できる。

(i) 同期検波： $A \geq |f(t)|_{\max}$ でなくてもよい。

(ii) 整流検波：

(整流動作) = (を掛ける) ことなので、 $\phi_{AM}(t) \cdot p_T(t)$ のスペクトルを考察すればよい。すなわち、(3-7) (3-8) 式を使って、

$$\frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{\infty} \text{Sa} \left(\frac{n\pi}{2} \right) \Phi_{AM}(\omega - n\omega_c) \quad , \quad (3-12)$$

が得られるので、この中から低周波成分のみを抽出する。

$$\text{[]} + 2A \delta(\omega) \quad . \quad (3-13)$$

第2項目は直流成分なので、さらにこれを除去すれば原信号を復元できる。

E34 全波整流回路を用いたら検波出力はどうなるか。

(iii) 包絡線検波：図23から明らかなように、変調波の包絡線は、 $f(t)$ の形そのものである。従って、整流した波形を、比較的大きなキャパシタと R により、半周期ごとに充放電すれば検波できる。

($A < |f(t)|_{\max}$) 過変調

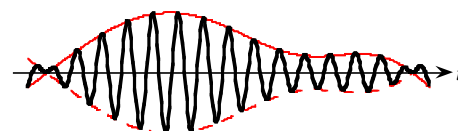


図23 最も一般的なAM波。

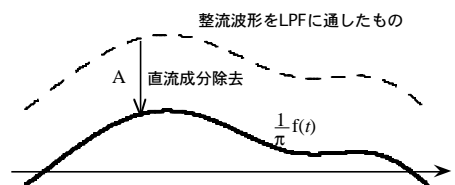
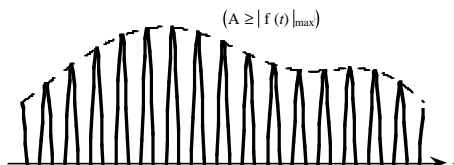


図24 整流検波。

(iv) 情報の伝送効率：DSB-SC 波につけ加えた搬送波は、それ自身は情報を含んでいない。すなわち、受信側が享受する簡便な検波方式のトレードオフとして、送信側が余分の電力を負担している。そこで、情報の伝送効率について考えてみる。

$$\phi_{AM}(t) = A \cos \omega_c t + f(t) \cos \omega_c t$$

右辺第2項目は、 あるいは側波帯と呼ばれる。

搬送波電力： $P_c =$ - - - 情報は含まない

側波帯電力： $P_s =$ - - - 情報を含んでいる

よって、情報の伝送効率 は、

$$\eta = \frac{P_s}{P_s + P_c} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A^2 + \overline{f^2(t)}} \quad (3-14)$$

信号として、単一周波数の正弦波を考える。

$$f(t) = mA \cos \omega_m t, \quad (m : \text{AM 方式の変調指数}) \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} \phi_{AM}(t) &= [A + f(t)] \cos \omega_c t \\ &= A \cos \omega_c t + \frac{1}{2} mA \cos(\omega_c - \omega_m)t + \frac{1}{2} mA \cos(\omega_c + \omega_m)t \quad (3-16) \end{aligned}$$

搬送波 下側波帯 上側波帯

$$\eta = \frac{2 \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} m^2 A^2 \right)}{\frac{1}{2} A^2 + 2 \times \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} m^2 A^2 \right)} = \frac{m^2}{2 + m^2} \leq \frac{1}{3} \quad (m = 1), \quad (3-17)$$

E35 DSB-SC 方式では、情報の伝送効率が常に 1 である。

3.2.5 単側波帯方式 (SSB : Single Side Band)

3.2.2、3.2.4 項で取り扱った方式は、ともに被変調波のスペクトラムが、搬送周波数を中心に、鏡面 対称になっている(上側波帯 : upper side band、下側波帯 : lower side band)。すなわち、この 2 つのスペクトラムは等価である。これを両側波帯 (DSB : double side band) 方式とよぶ。DSB 信号から、一方の側波帯を取り去っても、 ω_c の位置に鏡を立ててやれば、元の DSB 信号が容易に作り出せる。

従って、周波数移動したスペクトルのうち、いずれか一方を送ってやれば充分である。こうすれば、伝送帯域が半分ですむ。これを SSB 方式とよぶ。

SSB 信号の発生法

- (i) DSB 信号をバンドパスフィルタ (BPF) に通す。ただし、元信号のスペクトラム $F(\omega)$ が非常に低周波な成分をもつ場合には不可。 ω_c において非常に急峻な遮断特性をもつ必要がある。

音声チャネルは問題ないが、ビデオ信号に対しては (ii) の VSB 方式を適用する。

- (ii) 位相推移法 (phase shift method)

信号として $f(t) = \cos \omega_m t$ を考える。この DSB 信号 $\phi_{DSB}(t)$ は、

$$\phi_{DSB}(t) = \cos \omega_m t \cdot \cos \omega_c t, \quad (3-18)$$

下側波帯の SSB 信号 SSB(t)、

$$\begin{aligned} \phi_{SSB-L}(t) &= \frac{1}{2} \cos(\omega_c - \omega_m)t \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \omega_c t + \sin \omega_c t \sin \omega_m t \right] \quad (3-19) \end{aligned}$$

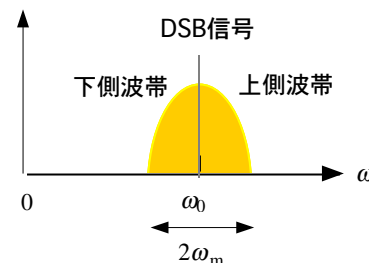
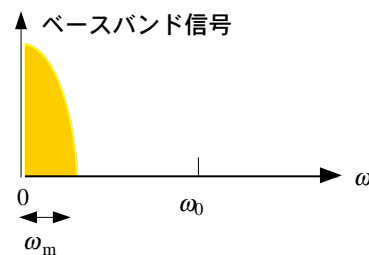


図25 AMと側波帯

(3-19)式 of the first item is a usual DSB-SC signal, the second item is a signal with the carrier also shifted to sine (phase shifted by 90 degrees) DSB-SC signal. Generally,

$$\phi_{SSB}(t) = f(t) \cos \omega_c t \pm f_h(t) \sin \omega_c t, \quad (3-20)$$

と書ける。ここで、

$f_h(t)$: 位相を 90° 遅らせた信号であり、± の符号はそれぞれ下・上側波帯の場合に対応する。

次に、 $f_h(t)$ を得るためのフィルタの特性について考える。フィルタの伝達特性を図 27 に示す。これを式で表すと以下ようになる。

$$H(\omega) = \boxed{}, \quad (3-21)$$

入力信号 $f(t)$ に対するこのフィルタの出力は、

$$\begin{aligned} f_h(t) &\leftrightarrow H(\omega) F(\omega) = \boxed{} \cdot F(\omega) \\ f_h(t) &= -j \frac{j}{\pi t} * f(t) \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau, \quad (3-22) \end{aligned}$$

となる。この(3-22)で表される積分変換は、Hilbert変換とよばれる。

図 28 に、(3-20)式を基にした SSB 信号発生回路を示す。ここで、 $[-\pi/2]$ と表した要素が、Hilbert変換フィルタである。

E36 (3-21) - (3-22)式までの変形を確認せよ。

SSB 信号を復調するには、

! 同期検波: SSB-SC 波に、時間領域で $\cos \omega_c t$ をかけ算すれば、スペクトルが $\pm \omega_c$ だけ移動するので、 $\omega=0$ においてスペクトルが合体する。あとは、LPF に通せば、不要な周波数の高い成分 ($2\omega_c$) を除くことができる。このとき、局部搬送波の周波数が異なっていると正しく復調できないことは、DSB-SC の場合と同様である。

" これまでみてきた SSB 方式は、厳密には、SSB-SC 方式と呼ぶべき方式である。(3-20)式に示した SSB-SC 信号に、大電力搬送波を付け加えると、

$$\begin{aligned} \phi(t) &= A \cos \omega_c t + f(t) \cos \omega_c t \pm f_h(t) \sin \omega_c t \\ &= E(t) \cos [\omega_c t + \theta(t)], \quad (3-23) \end{aligned}$$

ここで、包絡線 $E(t)$ は、

$$E(t) = \sqrt{(A + f(t))^2 + f_h^2(t)}, \quad (3-24)$$

となるので、 $A \gg |f(t)|_{\text{MAX}}$ のときには、 $E(t) \sim f(t)$ と近似でき、包絡線検波が可能となる。

$$\cos \omega_m t \leftrightarrow \pi \{ \delta(\omega - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_m) \}$$

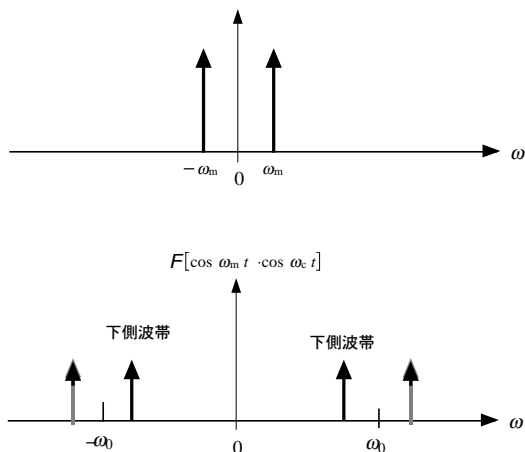


図 26 正弦波信号の SSB (下側波帯) 信号。

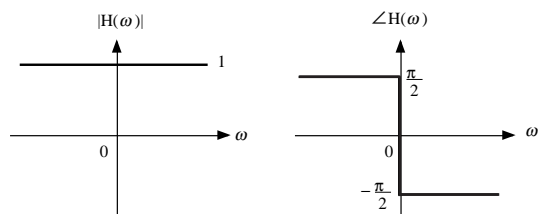


図 27 すべての周波数成分の位相を 90° シフトさせる Hilbert 変換フィルタ。

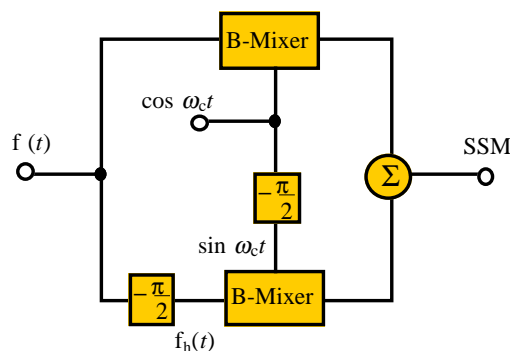


図 28 SSB 信号発生のための回路。

E37 以上のことを確認せよ。

3.2.6 残留側波帯方式 (VSB : Vestigial Side Band)

前項でみたように、フィルタを使ってSSB信号を得られるのは、低周波成分の非常に少ない場合に限られる。フィルタの遮断が理想的に急峻にできないからである。しかし、遮断が滑らかであっても、その伝達特性を「制御」してやれば、多少帯域は広がるが、同期検波で完全に元信号が復元できる。そのために、必要なフィルタの伝達特性は、次の式に示すような でなければならない。

$$H(\omega+\omega_c)+H(\omega-\omega_c)=\text{} , \quad (3-25)$$

E38 (3-25) 式を導け。

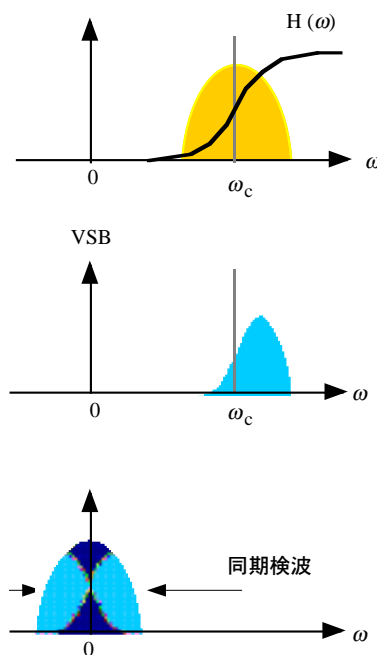


図29 VSB方式と相補的に対称なフィルタ。

3.3 角度変調方式 (Angle Modulation)

正弦波 $A \cos(\omega t + \varphi)$ の3つのパラメータのうち、(角)周波数 ω あるいは、位相角 φ を信号 $f(t)$ に比例して変調する方式。ともに、 \cos の括弧の中、角度の変調であるため、ほとんど同一に取り扱うことができる。

3.3.1 瞬時周波数 (instantaneous frequency)

正弦波とは、「厳密」には A 、 ω 、 φ がともに時間によって変化しないものをさす。周波数も、信号を無限時間観測して初めて定まる(不確定性、p.7 E11 参照)。従って、本来は、「周波数」は時間の関数として表せないものである。「厳密な正弦波」を以下のようにして表す。

$$f(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi_0) = A \cos \theta(t) , \quad (3-26)$$

こうすると、角周波数 ω_c は $\theta(t)$ の時間微分で与えられる。そこで、この関係を「厳密な正弦波」だけでなく、「振幅一定の一般的な信号」 $A \cos \theta(t)$ に対しても適用する。

$$\omega_i \equiv \text{} , \quad (3-27)$$

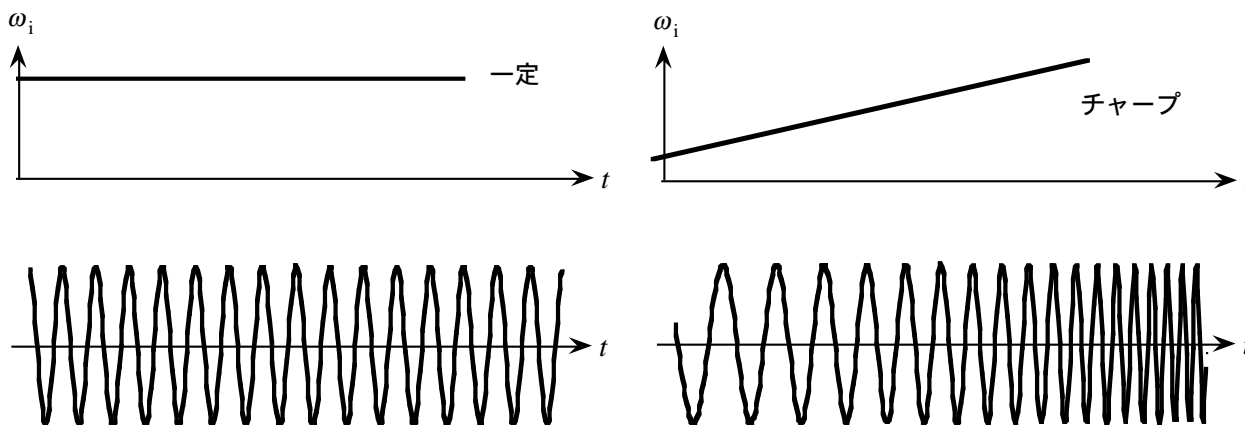


図30 瞬時周波数とそれが時間変化する信号の例 (チャープ信号)。