５章の問題

(1) (4)が(10)式のシュレーディンガー方程式の解であることを代入して計算することで示せ。本章の設定は適宜に使ってよい。

$$\Psi(x,t) = A\exp 2\pi i(\frac{x}{\lambda} - \nu t) \tag{4}$$

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}。 \tag{10}$$

(4)式を(10)式に代入する。

$$右辺 = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{2\pi i}{\lambda}\right)^2\Psi(x,t)$$

$$左辺 = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -2\pi i\nu\,\Psi(x,t)$$

ここで、ド・ブロイ波長を考慮して、更に、エネルギー $E = h\nu$ とすると、右辺＝左辺が言える。

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

但し、$E = h\nu$ を使うのはやや強引ゆえ、物理化学の問題としては良くなかったです。

(2) ３次元のシュレーディンガー方程式(13)の解のなるべく簡単な１例を作って示せ。
式(4)はその１例となるが除外する。

如何様な解答もあるが、一例を挙げる。空間座標を $\mathbf{r} = (x, y, z)$、運動量ベクトルを $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ として、

$$\Psi(\mathbf{r},t) = A\exp\frac{i}{\hbar}(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - Et)。$$