散乱理論の共鳴状態とハドロン物理での応用

兵藤 哲雄

東京都立大学

Clusters & Hierarchies

2022, Aug. 4th

目次

- 導入：ハドロン物理と共鳴状態
- 共鳴状態の記述
  - 量子力学／散乱理論の共鳴状態

    N. Moiseyev, Non-Hermitian Quantum Mechanics (Cambridge University Press, Cambridge, 2011)

    J.R. Taylor, Scattering Theory (Wiley, New York, 1972)
- 束縛状態から共鳴状態への遷移
  - 2体束縛状態

    T. Hyodo, PRC90, 055208 (2014)
  - 3体束縛状態

    T. Hyodo, T. Hatsuda, Y. Nishida, PRC89, 032201 (2014)

観測されているハドロン(2020)

Particle Data Group (PDG) 2020版

http://pdg.lbl.gov/

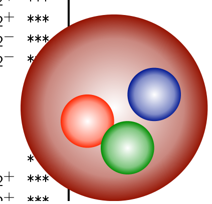
p	$1/2^+$	****
n	$1/2^+$	****
$N(1440)$	$1/2^+$	****
$N(1520)$	$3/2^-$	****
$N(1535)$	$1/2^-$	****
$N(1650)$	$1/2^-$	****
$N(1675)$	$5/2^-$	****
$N(1680)$	$5/2^+$	****
$N(1700)$	$3/2^-$	***
$N(1710)$	$1/2^+$	****
$N(1720)$	$3/2^+$	****
$N(1860)$	$5/2^+$	**
$N(1875)$	$3/2^-$	***
$N(1880)$	$1/2^+$	***
$N(1895)$	$1/2^-$	****
$N(1900)$	$3/2^+$	****
$N(1990)$	$7/2^+$	**
$N(2000)$	$5/2^+$	**
$N(2040)$	$3/2^+$	*
$N(2060)$	$5/2^-$	***
$N(2100)$	$1/2^+$	***
$N(2120)$	$3/2^-$	***
$N(2190)$	$7/2^-$	****
$N(2220)$	$9/2^+$	****
$N(2250)$	$9/2^-$	****
$N(2300)$	$1/2^+$	**
$N(2570)$	$5/2^-$	**
$N(2600)$	$11/2^-$	***
$N(2700)$	$13/2^+$	**

$\Delta(1232)$	$3/2^+$	****
$\Delta(1600)$	$3/2^+$	****
$\Delta(1620)$	$1/2^-$	****
$\Delta(1700)$	$3/2^-$	****
$\Delta(1750)$	$1/2^+$	*
$\Delta(1900)$	$1/2^-$	***
$\Delta(1905)$	$5/2^+$	****
$\Delta(1910)$	$1/2^+$	****
$\Delta(1920)$	$3/2^+$	***
$\Delta(1930)$	$5/2^-$	***
$\Delta(1940)$	$3/2^-$	**
$\Delta(1950)$	$7/2^+$	****
$\Delta(2000)$	$5/2^+$	**
$\Delta(2150)$	$1/2^-$	*
$\Delta(2200)$	$7/2^-$	***
$\Delta(2300)$	$9/2^+$	**
$\Delta(2350)$	$5/2^-$	*
$\Delta(2390)$	$7/2^+$	*
$\Delta(2400)$	$9/2^-$	**
$\Delta(2420)$	$11/2^+$	****
$\Delta(2750)$	$13/2^-$	**
$\Delta(2950)$	$15/2^+$	**
Λ	$1/2^+$	****
Λ	$1/2^-$	**
$\Lambda(1405)$	$1/2^-$	****
$\Lambda(1520)$	$3/2^-$	****
$\Lambda(1600)$	$1/2^+$	****
$\Lambda(1670)$	$1/2^-$	****
$\Lambda(1690)$	$3/2^-$	****
$\Lambda(1710)$	$1/2^+$	*
$\Lambda(1800)$	$1/2^-$	***
$\Lambda(1810)$	$1/2^+$	***
$\Lambda(1820)$	$5/2^+$	****
$\Lambda(1830)$	$5/2^-$	****
$\Lambda(1890)$	$3/2^+$	****
$\Lambda(2000)$	$1/2^-$	*
$\Lambda(2050)$	$3/2^-$	*
$\Lambda(2070)$	$3/2^+$	*
$\Lambda(2080)$	$5/2^-$	*
$\Lambda(2085)$	$7/2^+$	**
$\Lambda(2100)$	$7/2^-$	****
$\Lambda(2110)$	$5/2^+$	***
$\Lambda(2325)$	$3/2^-$	*
$\Lambda(2350)$	$9/2^+$	***
$\Lambda(2585)$		**

Σ^+	$1/2^+$	****
Σ^0	$1/2^+$	****
Σ^-	$1/2^+$	****
$\Sigma(1385)$	$3/2^+$	****
$\Sigma(1580)$	$3/2^-$	*
$\Sigma(1620)$	$1/2^-$	*
$\Sigma(1660)$	$1/2^+$	***
$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****
$\Sigma(1750)$	$1/2^-$	***
$\Sigma(1775)$	$5/2^-$	****
$\Sigma(1780)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(1880)$	$1/2^+$	**
$\Sigma(1900)$	$1/2^-$	**
$\Sigma(1910)$	$3/2^-$	***
$\Sigma(1915)$	$5/2^+$	****
$\Sigma(1940)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2010)$	$3/2^-$	*
$\Sigma(2030)$	$7/2^+$	****
$\Sigma(2070)$	$5/2^+$	*
$\Sigma(2080)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*
$\Sigma(2160)$	$1/2^-$	*
$\Sigma(2230)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2250)$		***
$\Sigma(2455)$		**
$\Sigma(2620)$		**
$\Sigma(3000)$		*
$\Sigma(3170)$		*

Ξ^0	$1/2^+$	****
Ξ^-	$1/2^+$	****
$\Xi(1530)$	$3/2^+$	****
$\Xi(1620)$		*
$\Xi(1690)$		***
$\Xi(1820)$	$3/2^-$	***
$\Xi(1950)$		***
$\Xi(2030)$	$\geq \frac{5}{2}?$	***
$\Xi(2120)$		*
$\Xi(2250)$		**
$\Xi(2370)$		**
$\Xi(2500)$		*
Ω^-	$3/2^+$	****
$\Omega(2012)^-$	$?^-$	***
$\Omega(2250)^-$		***
$\Omega(2380)^-$		**
$\Omega(2470)^-$		**
Λ_c^+	$1/2^+$	****
$\Lambda_c(2595)^+$	$1/2^-$	***
$\Lambda_c(2625)^+$	$3/2^-$	***
$\Lambda_c(2765)^+$		*
$\Lambda_c(2860)^+$	$3/2^+$	***
$\Lambda_c(2880)^+$	$5/2^+$	***
$\Lambda_c(2940)^+$	$3/2^-$	***
$\Sigma_c(2455)$	$1/2^+$	****
$\Sigma_c(2520)$	$3/2^+$	***
$\Sigma_c(2800)$		***
Ξ_c^+	$1/2^+$	***
Ξ_c^0	$1/2^+$	****
$\Xi_c'^+$	$1/2^+$	***
$\Xi_c'^0$	$1/2^+$	***
$\Xi_c(2645)$	$3/2^+$	***
$\Xi_c(2790)$	$1/2^-$	***
$\Xi_c(2815)$	$3/2^-$	[illegible]
$\Xi_c(2930)$		[illegible]
$\Xi_c(2970)$		[illegible]
$\Xi_c(3055)$		[illegible]
$\Xi_c(3080)$		[illegible]
$\Xi_c(3123)$		*
Ω_c^0	$1/2^+$	***
$\Omega_c(2770)^0$	$3/2^+$	***
$\Omega_c(3120)^0$		***

Ξ_{cc}^{++}		***
Λ_b^0	$1/2^+$	***
$\Lambda_b(5912)^0$	$1/2^-$	***
$\Lambda_b(5920)^0$	$3/2^-$	***
$\Lambda_b(6146)^0$	$3/2^+$	***
$\Lambda_b(6152)^0$	$5/2^+$	***
Σ_b	$1/2^+$	***
Σ_b^*	$3/2^+$	***
$\Sigma_b(6097)^+$		***
$\Sigma_b(6097)^-$		***
Ξ_b^0, Ξ_b^-	$1/2^+$	***
$\Xi_b'(5935)^-$	$1/2^+$	***
$\Xi_b(5945)^0$	$3/2^+$	***
$\Xi_b(5955)^-$	$3/2^+$	***
$\Xi_b(6227)$		***
Ω_b^-	$1/2^+$	***
$P_c(4312)^+$		*
$P_c(4380)^+$		*
$P_c(4440)^+$		*
$P_c(4457)^+$		*



バリオン~160種

LIGHT UNFLAVORED $(S = C = B = 0)$	$I^G(J^{PC})$
• $\pi^\pm$	$1^-(0^-)$
• π^0	$1^-(0^{-+})$
• η	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(500)$	$0^+(0^{++})$
• $\rho(770)$	$1^+(1^{--})$
• $\omega(782)$	$0^-(1^{--})$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^{++})$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$
• $\pi_1(1400)$	$1^-(1^{-+})$
• $\eta(1405)$	$0^+(0^{-+})$
• $h_1(1415)$	$0^-(1^{+-})$
$a_1(1420)$	$1^-(1^{++})$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^{--})$
$f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$
• $a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$
• $\rho(1450)$	$1^+(1^{--})$
• $\eta(1475)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(1500)$	$0^+(0^{++})$
$f_1(1510)$	$0^+(1^{++})$
• $f_2'(1525)$	$0^+(2^{++})$
$f_2(1565)$	$0^+(2^{++})$
$\rho(1570)$	$1^+(1^{--})$
$h_1(1595)$	$0^-(1^{+-})$
• $\pi_1(1600)$	$1^-(1^{-+})$
• $a_1(1640)$	$1^-(1^{++})$
$f_2(1640)$	[illegible]
• $\eta_2(1645$	[illegible]
• $\omega(16$	[illegible]
• ω_3	[illegible]

	$I^G(J^{PC})$
• $\pi_2(1670)$	$1^-(2^{-+})$
• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$
• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$
• $\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$
• $a_2(1700)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1710)$	$0^+(0^{++})$
$\eta(1760)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1800)$	$1^-(0^{-+})$
$f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$
$X(1835)$	$?^?(0^{-+})$
• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$
• $\eta_2(1870)$	$0^+(2^{-+})$
• $\pi_2(1880)$	$1^-(2^{-+})$
$\rho(1900)$	$1^+(1^{--})$
$f_2(1910)$	$0^+(2^{++})$
$a_0(1950)$	$1^-(0^{++})$
• $f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$
• $a_4(1970)$	$1^-(4^{++})$
$\rho_3(1990)$	$1^+(3^{--})$
$\pi_2(2005)$	$1^-(2^{-+})$
• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$
$f_0(2020)$	$0^+(0^{++})$
• $f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$
$\pi_2(2100)$	$1^-(2^{-+})$
$f_0(2100)$	$0^+(0^{++})$
$f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$
$\rho(2150)$	$1^+(1^{--})$
• $\phi(2170)$	$0^-(1^{--})$
$f_0(2200)$	$0^+(0^{++})$
$f_J(2220)$	$0^+(2^{++}$ or $4^{++})$
$\eta(2225)$	$0^+(0^{-+})$
$\rho_3(2250)$	$1^+(3^{--})$
• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$
$f_4(2300)$	$0^+(4^{++})$
$f_0(2330)$	$0^+(0^{++})$
• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$
$\rho_5(2350)$	$1^+(5^{--})$
$f_6(2510)$	$0^+(6^{++})$
OTHER LIGHT	
...her States	

STRANGE $(S = \pm1, C = B = 0)$	$I(J^P)$
• $K^\pm$	$1/2(0^-)$
• K^0	$1/2(0^-)$
• K_S^0	$1/2(0^-)$
• K_L^0	$1/2(0^-)$
• $K_0^*(700)$	$1/2(0^+)$
• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $K_0^*(1430)$	$1/2(0^+)$
• $K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$
$K(1460)$	$1/2(0^-)$
$K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
$K(1630)$	$1/2(?^?)$
$K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $K_3^*(1780)$	$1/2(3^-)$
• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
$K(1830)$	$1/2(0^-)$
$K_0^*(1950)$	$1/2(0^+)$
$K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$
• $K_4^*(2045)$	$1/2(4^+)$
$K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
$K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
$K_5^*(2380)$	$1/2(5^-)$
$K_4(2500)$	$1/2(4^-)$
$K(3100)$	$?^?(?^{??})$

CHARMED $(C = \pm1)$	
• $D^\pm$	$1/2(0^-)$
• D^0	$1/2(0^-)$
• $D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$
• $D^*(2010)^\pm$	$1/2(1^-)$
• $D_0^*(2300)^0$	$1/2(0^+)$
$D_0^*(2300)^\pm$	$1/2(0^+)$
• $D_1(2420)^0$	$1/2(1^+)$
$D_1(2420)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D_1(2430)^0$	$1/2(1^+)$
• $D_2^*(2460)^0$	$1/2(2^+)$
• $D_2^*(2460)^\pm$	$1/2(2^+)$
$D(2550)^0$	$1/2(?^?)$
$D_J^*(2600)$	$1/2(?^?)$
$D^*(2640)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D(2740)^0$	$1/2(?^?)$
$D_3^*(2750)$	$1/2(3^-)$
$D(3000)^0$	$1/2(?^?)$

CHARMED, STRANGE $(C = S = \pm1)$	$I(J^P)$
• $D_s^\pm$	$0(0^-)$
• $D_s^{*\pm}$	$0(?^?)$
• $D_{s0}^*(2317)^\pm$	$0(0^+)$
• $D_{s1}(2460)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s1}(2536)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s2}^*(2573)$	$0(2^+)$
• $D_{s1}^*(2700)^\pm$	$0(1^-)$
$D_{s1}^*(2860)^\pm$	$0(1^-)$
$D_{s3}^*(2860)^\pm$	$0(3^-)$
$D_{sJ}(3040)^\pm$	$0(?^?)$

BOTTOM $(B = \pm1)$	
• $B^\pm$	$1/2(0^-)$
• B^0	$1/2(0^-)$
• $B^\pm/B^0$ ADMIXTURE	
• $B^\pm/B^0/B_s^0/b$-baryon ADMIXTURE	
V_{cb} and V_{ub} CKM Matrix Elements	
• B^*	$1/2(1^-)$
• $B_1(5721)^+$	$1/2(1^+)$
• $B_1(5721)^0$	$1/2(1^+)$
$B_J^*(5732)$	$?(?^?)$
• $B_2^*(5747)^+$	$1/2(2^+)$
• $B_2^*(5747)^0$	$1/2(2^+)$
$B_J(5840)^+$	$1/2(?^?)$
$B_J(5840)^0$	$1/2(?^?)$
• $B_J(5970)^+$	$1/2(?^?)$
• $B_J(5970)^0$	$1/2(?^?)$

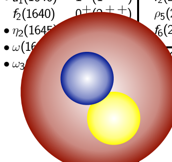
BOTTOM, STRANGE $(B = \pm1, S = \mp1)$	
• B_s^0	$0(0^-)$
• B_s^*	$0(1^-)$
$X(5568)^\pm$	$?(?^?)$
• $B_{s1}(5830)^0$	$0(1^+)$
• $B_{s2}^*(5840)^0$	$0(2^+)$
$B_{sJ}^*(5850)$	$?(?^?)$

BOTTOM, CHARMED $(B = C = \pm1)$	
• B_c^+	$0(0^-)$
$B_c(2S)^\pm$	$0(0^-)$

$c\overline{c}$ (+ possibly non−$q\overline{q}$ states)	
• $\eta_c(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $J/\psi(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
$c1(1P)$	$0^+(1^{++})$
$c(1P)$	$0^-(1^{+-})$
$c2(1P)$	$0^+(2^{++})$
$c(2S)$	$0^+(0^{-+})$
$(2S)$	$0^-(1^{--})$

$c\overline{c}$ continued	$I^G(J^{PC})$
• $\psi(3770)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi_2(3823)$	$0^-(2^{--})$
• $\psi_3(3842)$	$0^-(3^{--})$
$\chi_{c0}(3860)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(3872)$	$0^+(1^{++})$
• $Z_c(3900)$	$1^+(1^{+-})$
• $X(3915)$	$0^+(0/2^{++})$
• $\chi_{c2}(3930)$	$0^+(2^{++})$
$X(3940)$	$?^?(?^{??})$
• $X(4020)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
• $\psi(4040)$	$0^-(1^{--})$
$X(4050)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
$X(4055)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
$X(4100)^\pm$	$1^-(?^{??})$
• $\chi_{c1}(4140)$	$0^+(1^{++})$
• $\psi(4160)$	$0^-(1^{--})$
$X(4160)$	$?^?(?^{??})$
$Z_c(4200)$	$1^+(1^{+-})$
• $\psi(4230)$	$0^-(1^{--})$
$R_{c0}(4240)$	$1^+(0^{--})$
$X(4250)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
$\psi(4260)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{c1}(4274)$	$0^+(1^{++})$
$X(4350)$	$0^+(?^{?+})$
• $\psi(4360)$	$0^-(1^{--})$
$\psi(4390)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(4415)$	$0^-(1^{--})$
• $Z_c(4430)$	$1^+(1^{+-})$
$\chi_{c0}(4500)$	$0^+(0^{++})$
• $\psi(4660)$	$0^-(1^{--})$
$\chi_{c0}(4700)$	$0^+(0^{++})$

$b\overline{b}$ (+ possibly non−$q\overline{q}$ states)	
• $\eta_b(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_b(1P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
$\eta_b(2S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon_2(1D)$	$0^-(2^{--})$
• $\chi_{b0}(2P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(2P)$	$0^+(1^{++})$
$h_b(2P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(3S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b1}(3P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(3P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(4S)$	$0^-(1^{--})$
• $Z_b(10610)$	$1^+(1^{+-})$
• $Z_b(10650)$	$1^+(1^{+-})$
$\Upsilon(10753)$	$?^?(1^{--})$
• $\Upsilon(10860)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(11020)$	$0^-(1^{--})$



メソン~210種

観測されているハドロン(2022)

Particle Data Group (PDG) 2022版

http://pdg.lbl.gov/

p	$1/2^+$	****
n	$1/2^+$	****
$N(1440)$	$1/2^+$	****
$N(1520)$	$3/2^-$	****
$N(1535)$	$1/2^-$	****
$N(1650)$	$1/2^-$	****
$N(1675)$	$5/2^-$	****
$N(1680)$	$5/2^+$	****
$N(1700)$	$3/2^-$	***
$N(1710)$	$1/2^+$	****
$N(1720)$	$3/2^+$	****
$N(1860)$	$5/2^+$	**
$N(1875)$	$3/2^-$	***
$N(1880)$	$1/2^+$	***
$N(1895)$	$1/2^-$	****
$N(1900)$	$3/2^+$	****
$N(1990)$	$7/2^+$	**
$N(2000)$	$5/2^+$	**
$N(2040)$	$3/2^+$	*
$N(2060)$	$5/2^-$	***
$N(2100)$	$1/2^+$	***
$N(2120)$	$3/2^-$	***
$N(2190)$	$7/2^-$	****
$N(2220)$	$9/2^+$	****
$N(2250)$	$9/2^-$	****
$N(2300)$	$1/2^+$	**
$N(2570)$	$5/2^-$	**
$N(2600)$	$11/2^-$	***
$N(2700)$	$13/2^+$	**

$\Delta(1232)$	$3/2^+$	****
$\Delta(1600)$	$3/2^+$	****
$\Delta(1620)$	$1/2^-$	****
$\Delta(1700)$	$3/2^-$	****
$\Delta(1750)$	$1/2^+$	*
$\Delta(1900)$	$1/2^-$	***
$\Delta(1905)$	$5/2^+$	****
$\Delta(1910)$	$1/2^+$	****
$\Delta(1920)$	$3/2^+$	***
$\Delta(1930)$	$5/2^-$	***
$\Delta(1940)$	$3/2^-$	**
$\Delta(1950)$	$7/2^+$	****
$\Delta(2000)$	$5/2^+$	**
$\Delta(2150)$	$1/2^-$	*
$\Delta(2200)$	$7/2^-$	***
$\Delta(2300)$	$9/2^+$	**
$\Delta(2350)$	$5/2^-$	*
$\Delta(2390)$	$7/2^+$	*
$\Delta(2400)$	$9/2^-$	**
$\Delta(2420)$	$11/2^+$	****
$\Delta(2750)$	$13/2^-$	**
$\Delta(2950)$	$15/2^+$	**
Λ	$1/2^+$	****
$\Lambda(1380)$	$1/2^-$	**
$\Lambda(1405)$	$1/2^-$	**
$\Lambda(1520)$	$3/2^-$	**
$\Lambda(1600)$	$1/2^+$	**
$\Lambda(1670)$	$1/2^-$	**
$\Lambda(1690)$	$3/2^-$	****
$\Lambda(1710)$	$1/2^+$	*
$\Lambda(1800)$	$1/2^-$	***
$\Lambda(1810)$	$1/2^+$	***
$\Lambda(1820)$	$5/2^+$	****
$\Lambda(1830)$	$5/2^-$	****
$\Lambda(1890)$	$3/2^+$	****
$\Lambda(2000)$	$1/2^-$	*
$\Lambda(2050)$	$3/2^-$	*
$\Lambda(2070)$	$3/2^+$	*
$\Lambda(2080)$	$5/2^-$	*
$\Lambda(2085)$	$7/2^+$	**
$\Lambda(2100)$	$7/2^-$	****
$\Lambda(2110)$	$5/2^+$	***
$\Lambda(2325)$	$3/2^-$	*
$\Lambda(2350)$	$9/2^+$	***
$\Lambda(2585)$		*

Σ^+	$1/2^+$	****
Σ^0	$1/2^+$	****
Σ^-	$1/2^+$	****
$\Sigma(1385)$	$3/2^+$	****
$\Sigma(1580)$	$3/2^-$	*
$\Sigma(1620)$	$1/2^-$	*
$\Sigma(1660)$	$1/2^+$	***
$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****
$\Sigma(1750)$	$1/2^-$	***
$\Sigma(1775)$	$5/2^-$	****
$\Sigma(1780)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(1880)$	$1/2^+$	**
$\Sigma(1900)$	$1/2^-$	**
$\Sigma(1910)$	$3/2^-$	***
$\Sigma(1915)$	$5/2^+$	****
$\Sigma(1940)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2010)$	$3/2^-$	*
$\Sigma(2030)$	$7/2^+$	****
$\Sigma(2070)$	$5/2^+$	*
$\Sigma(2080)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*
$\Sigma(2110)$	$1/2^-$	*
$\Sigma(2230)$	$3/2^+$	*
$\Sigma(2250)$		**
Ξ^0	$1/2^+$	****
Ξ^-	$1/2^+$	****
$\Xi(1530)$	$3/2^+$	****
$\Xi(1620)$		*
$\Xi(1690)$		***
$\Xi(1820)$	$3/2^-$	***
$\Xi(1950)$		***
$\Xi(2030)$	$\geq \frac{5}{2}^?$	***
$\Xi(2120)$		*
$\Xi(2250)$		**
$\Xi(2370)$		**
$\Xi(2500)$		*
Ω^-	$3/2^+$	****
$\Omega(201$		
$\Omega(225$		
$\Omega(238$		
$\Omega(247$		

Λ_c^+	$1/2^+$	****
$\Lambda_c(2595)^+$	$1/2^-$	***
$\Lambda_c(2625)^+$	$3/2^-$	***
$\Lambda_c(2765)^+$		*
$\Lambda_c(2860)^+$	$3/2^+$	***
$\Lambda_c(2880)^+$	$5/2^+$	***
$\Lambda_c(2940)^+$	$3/2^-$	***
$\Sigma_c(2455)$	$1/2^+$	****
$\Sigma_c(2520)$	$3/2^+$	***
$\Sigma_c(2800)$		***
Ξ_c^+	$1/2^+$	***
Ξ_c^0	$1/2^+$	****
$\Xi_c^{\prime +}$	$1/2^+$	***
$\Xi_c^{\prime 0}$	$1/2^+$	***
$\Xi_c(2645)$	$3/2^+$	***
$\Xi_c(2790)$	$1/2^-$	***
$\Xi_c(2815)$	$3/2^-$	***
$\Xi_c(2923)$		**
$\Xi_c(2930)$		**
$\Xi_c(2970)$	$1/2^+$	***
$\Xi_c(3055)$		***
$\Xi_c(3080)$		***
$\Xi_c(3123)$		*
Ω_c^0	$1/2^+$	***
$\Omega_c(3120)^0$		***
Ξ_{cc}^+		*
Ξ_{cc}^{++}		***

Λ_b^0	$1/2^+$	***
$\Lambda_b(5912)^0$	$1/2^-$	***
$\Lambda_b(5920)^0$	$3/2^-$	***
$\Lambda_b(6146)^0$	$3/2^+$	***
$\Lambda_b(6152)^0$	$5/2^+$	***
Σ_b	$1/2^+$	***
Σ_b^*	$3/2^+$	***
$\Sigma_b(6097)^+$		***
$\Sigma_b(6097)^-$		***
Ξ_b^-	$1/2^+$	***
Ξ_b^0	$1/2^+$	***
$\Xi'_b(5935)^-$	$1/2^+$	***
$\Xi_b(5945)^0$	$3/2^+$	***
$\Xi_b(5955)^-$	$3/2^+$	***
$\Xi_b(6100)^-$	$3/2^-$	***
$\Xi_b(6227)^-$		***
$\Xi_b(6227)^0$		***
Ω_b^-	$1/2^+$	***
$\Omega_b(6316)^-$		*
$\Omega_b(6330)^-$		*
$\Omega_b(6340)^-$		*
$\Omega_b(6350)^-$		*
$P_c(4312)^+$		*

LIGHT UNFLAVORED ($S=C=B=0$)	$I^G(J^{PC})$
• $\pi^\pm$	$1^-(0^-)$
• π^0	$1^-(0^{-+})$
• η	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(500)$	$0^+(0^{++})$
• $\rho(770)$	$1^+(1^{--})$
• $\omega(782)$	$0^-(1^{--})$
• $\eta'(958)$	$0^+(0^{-+})$
• $f_0(980)$	$0^+(0^{++})$
• $a_0(980)$	$1^-(0^{++})$
• $\phi(1020)$	$0^-(1^{--})$
• $h_1(1170)$	$0^-(1^{+-})$
• $b_1(1235)$	$1^+(1^{+-})$
• $a_1(1260)$	$1^-(1^{++})$
• $f_2(1270)$	$0^+(2^{++})$
• $f_1(1285)$	$0^+(1^{++})$
• $\eta(1295)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1300)$	$1^-(0^{-+})$
• $a_2(1320)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1370)$	$0^+(0^{++})$
• $\pi_1(1400)$	$1^-(1^{-+})$
• $\eta(1405)$	$0^+(0^{-+})$
• $h_1(1415)$	$0^-(1^{+-})$
• $f_1(1420)$	$0^+(1^{++})$
• $\omega(1420)$	$0^-(1^{--})$
$f_2(1430)$	$0^+(2^{++})$
• $a_0(1450)$	$1^-(0^{++})$
• $\rho(1450)$	$1^+(1^{--})$
$h_1(1595)$	$0^-(1^{+-})$
• $\pi_1(1600)$	$1^-(1^{-+})$
• $a_1(1640)$	$1^-(1^{++})$
$f_2(1640)$	$0^+(2^{++})$
• $\eta_2(1645)$	$0^+(2^{-+})$
• $\omega(1650)$	
• $\omega_3(167$	

	$I^G(J^{PC})$
• $\pi_2(1670)$	$1^-(2^{-+})$
• $\phi(1680)$	$0^-(1^{--})$
• $\rho_3(1690)$	$1^+(3^{--})$
• $\rho(1700)$	$1^+(1^{--})$
• $a_2(1700)$	$1^-(2^{++})$
• $f_0(1710)$	$0^+(0^{++})$
$X(1750)$	$?^-(1^{--})$
$\eta(1760)$	$0^+(0^{-+})$
• $\pi(1800)$	$1^-(0^{-+})$
$f_2(1810)$	$0^+(2^{++})$
$X(1835)$	$?^?(0^{-+})$
• $\phi_3(1850)$	$0^-(3^{--})$
• $\eta_2(1870)$	$0^+(2^{-+})$
• $\pi_2(1880)$	$1^-(2^{-+})$
$\rho(1900)$	$1^+(1^{--})$
$f_2(1910)$	$0^+(2^{++})$
$a_0(1950)$	$1^-(0^{++})$
• $f_2(1950)$	$0^+(2^{++})$
• $a_4(1970)$	$1^-(4^{++})$
$\rho_3(1990)$	$1^+(3^{--})$
$\pi_2(2005)$	$1^-(2^{-+})$
• $f_2(2010)$	$0^+(2^{++})$
$f_0(2020)$	$0^+(0^{++})$
• $f_4(2050)$	$0^+(4^{++})$
$\pi_2(2100)$	$1^-(2^{-+})$
$f_0(2100)$	$0^+(0^{++})$
$f_2(2150)$	$0^+(2^{++})$
$\rho_3(2250)$	$1^+(3^{--})$
• $f_2(2300)$	$0^+(2^{++})$
$f_4(2300)$	$0^+(4^{++})$
$f_0(2330)$	$0^+(0^{++})$
• $f_2(2340)$	$0^+(2^{++})$
$\rho_5(2350)$	$1^+(5^{--})$
$X(2370)$	$?^?(?^{??})$
$2510)$	$0^+(6^{++})$

STRANGE ($S=\pm1$, $C=B=0$)	$I(J^P)$
• $K^\pm$	$1/2(0^-)$
• K^0	$1/2(0^-)$
• K_S^0	$1/2(0^-)$
• K_L^0	$1/2(0^-)$
• $K_0^*(700)$	$1/2(0^+)$
• $K^*(892)$	$1/2(1^-)$
• $K_1(1270)$	$1/2(1^+)$
• $K_1(1400)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1410)$	$1/2(1^-)$
• $K_0^*(1430)$	$1/2(0^+)$
• $K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$
• $K(1460)$	$1/2(0^-)$
$K_2(1580)$	$1/2(2^-)$
$K(1630)$	$1/2(?^?)$
• $K_1(1650)$	$1/2(1^+)$
• $K^*(1680)$	$1/2(1^-)$
• $K_2(1770)$	$1/2(2^-)$
• $K_3^*(1780)$	$1/2(3^-)$
• $K_2(1820)$	$1/2(2^-)$
$K(1830)$	$1/2(0^-)$
$K_0^*(1950)$	$1/2(0^+)$
• $K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$
• $K_4^*(2045)$	$1/2(4^+)$
$K_2(2250)$	$1/2(2^-)$
$K_3(2320)$	$1/2(3^+)$
$K_5^*(2380)$	$1/2(5^-)$
	$1/2(4^-)$
	$?^?(?^{??})$

MED (±1)	
	$1/2(0^-)$
	$1/2(0^-)$
• $D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$
• $D^*(2010)^\pm$	$1/2(1^-)$
• $D_0^*(2300)$	$1/2(0^+)$
• $D_1(2420)$	$1/2(1^+)$
• $D_1(2430)^0$	$1/2(1^+)$
• $D_2^*(2460)$	$1/2(2^+)$
$D_0(2550)^0$	$1/2(0^-)$
$D_J^*(2600)^0$	$1/2(1^-)$
$D^*(2640)^\pm$	$1/2(?^?)$
$D_2(2740)^0$	$1/2(2^-)$
• $D_3^*(2750)$	$1/2(3^-)$
$D_1^*(2760)^0$	$1/2(1^-)$
$D(3000)^0$	$1/2(?^?)$

CHARMED, STRANGE ($C=\pm1$, $S=\pm1$) (+ possibly non-$q\bar{q}$ states)	$I(J^P)$
• $D_s^\pm$	$0(0^-)$
• $D_s^{*\pm}$	$0(?^?)$
• $D_{s0}^*(2317)^\pm$	$0(0^+)$
• $D_{s1}(2460)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s1}(2536)^\pm$	$0(1^+)$
• $D_{s2}^*(2573)$	$0(2^+)$
$D_{s0}(2590)^+$	$0(0^-)$
• $D_{s1}^*(2700)^\pm$	$0(1^-)$
$D_{s1}^*(2860)^\pm$	$0(1^-)$
• $D_{s3}^*(2860)^\pm$	$0(3^-)$
$X_0(2900)$	$?(0^+)$
$X_1(2900)$	$?(1^-)$
$D_{sJ}(3040)^\pm$	$0(?^?)$

BOTTOM ($B=\pm1$)	
• $B^\pm$	$1/2(0^-)$
• B^0	$1/2(0^-)$
• $B^\pm/B^0$ ADMIXTURE	
• $B^\pm/B^0/B_s^0/b$-baryon ADMIXTURE	
V_{cb} and V_{ub} CKM Matrix Elements	
• B^*	$1/2(1^-)$
• $B_1(5721)$	$1/2(1^+)$
$B_J^*(5732)$	$?(?^?)$
• $B_2^*(5747)$	$1/2(2^+)$
$B_J(5840)$	$1/2(?^?)$
• $B_J(5970)$	$1/2(?^?)$

BOTTOM, STRANGE ($B=\pm1$, $S=\mp1$)	
• B_s^0	$0(0^-)$
• B_s^*	$0(1^-)$
$X(5568)^\pm$	$?(?^?)$
• $B_{s1}(5830)^0$	$0(1^+)$
• $B_{s2}^*(5840)^0$	$0(2^+)$
$B_{sJ}^*(5850)$	$?(?^?)$
$B_{sJ}(6063)^0$	$0(?^?)$
$B_{sJ}(6114)^0$	$0(?^?)$

BOTTOM, CHARMED ($B=C=\pm1$)	
• B_c^+	$0(0^-)$
• $B_c(2S)^\pm$	$0(0^-)$

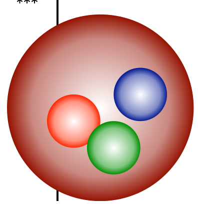
$c\bar{c}$ (+ possibly non-$q\bar{q}$ states)	
• $\eta_c(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $J/\psi(1S)$	$0^-(1^{--})$
$(1P)$	$0^+(0^{++})$
$(1P)$	$0^+(1^{++})$
$(1P)$	$0^-(1^{+-})$
$(1P)$	$0^+(2^{++})$
$(2S)$	$0^+(0^{-+})$
$2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(3770)$	$0^-(1^{--})$

$c\bar{c}$ continued	$I^G(J^{PC})$
• $\psi_2(3823)$	$0^-(2^{--})$
• $\psi_3(3842)$	$0^-(3^{--})$
$\chi_{c0}(3860)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c1}(3872)$	$0^+(1^{++})$
• $Z_c(3900)$	$1^+(1^{+-})$
• $\chi_{c0}(3915)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{c2}(3930)$	$0^+(2^{++})$
$X(3940)$	$?^?(?^{??})$
• $X(4020)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
• $\psi(4040)$	$0^-(1^{--})$
$X(4050)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
$X(4055)^\pm$	$1^+(?^{?-})$
$X(4100)^\pm$	$1^-(?^{??})$
• $\chi_{c1}(4140)$	$0^+(1^{++})$
• $\psi(4160)$	$0^-(1^{--})$
$X(4160)$	$?^?(?^{??})$
$Z_c(4200)$	$1^+(1^{+-})$
• $\psi(4230)$	$0^-(1^{--})$
$R_{c0}(4240)$	$1^+(0^{--})$
$X(4250)^\pm$	$1^-(?^{?+})$
• $\chi_{c1}(4274)$	$0^+(1^{++})$
$X(4350)$	$0^+(?^{?+})$
• $\psi(4360)$	$0^-(1^{--})$
• $\psi(4415)$	$0^-(1^{--})$
• $Z_c(4430)$	$1^+(1^{+-})$
$\chi_{c0}(4500)$	$0^+(0^{++})$
$X(4630)$	$0^+(?^{?+})$
• $\psi(4660)$	$0^-(1^{--})$
$\chi_{c1}(4685)$	$0^+(1^{++})$
$\chi_{c0}(4700)$	$0^+(0^{++})$

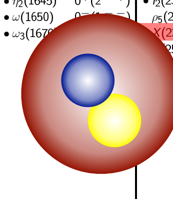
$b\bar{b}$ (+ possibly non-$q\bar{q}$ states)	
• $\eta_b(1S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(1S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b0}(1P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(1P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_b(1P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(1P)$	$0^+(2^{++})$
$\eta_b(2S)$	$0^+(0^{-+})$
• $\Upsilon(2S)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon_2(1D)$	$0^-(2^{--})$
• $\chi_{b0}(2P)$	$0^+(0^{++})$
• $\chi_{b1}(2P)$	$0^+(1^{++})$
• $h_b(2P)$	$0^-(1^{+-})$
• $\chi_{b2}(2P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(3S)$	$0^-(1^{--})$
• $\chi_{b1}(3P)$	$0^+(1^{++})$
• $\chi_{b2}(3P)$	$0^+(2^{++})$
• $\Upsilon(4S)$	$0^-(1^{--})$
• $Z_b(10610)$	$1^+(1^{+-})$
• $Z_b(10650)$	$1^+(1^{+-})$
$\Upsilon(10753)$	$?^?(1^{--})$
• $\Upsilon(10860)$	$0^-(1^{--})$
• $\Upsilon(11020)$	$0^-(1^{--})$

OTHER
Further States

2年間で新たに発見されたハドロン



バリオン~170種



メソン~210種

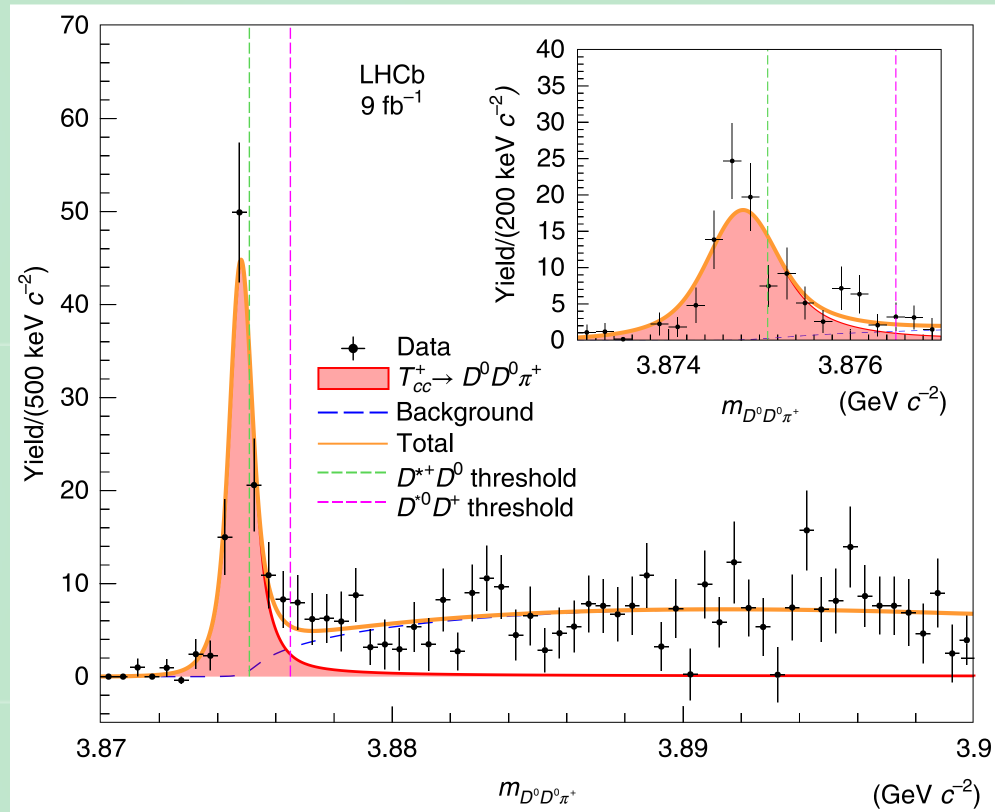
全ての ~380種のハドロンはQCDから生じている

エキゾチックハドロン

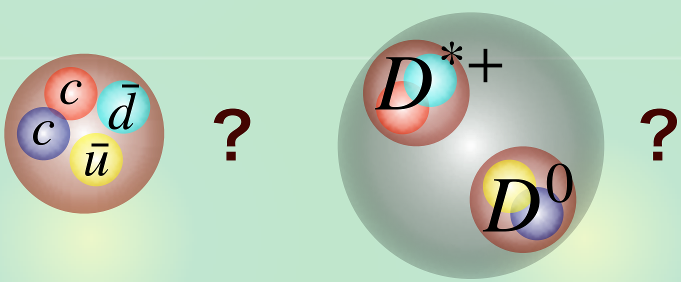
テトラクォーク T_{cc} の観測

LHCb collaboration, Nature Phys. 18, 7, 751 (2022); Nature Commun. 13, 1, 3351 (2022)


nature physics
LETTERS
https://doi.org/10.1038/s41567-022-01614-y
Check for updates
OPEN
Observation of an exotic narrow doubly charmed tetraquark
LHCb Collaboration*



- クォーク組成 $\sim cc\bar{u}\bar{d}$
- $q\bar{q}$で構成できないメソン
- 内部構造は？

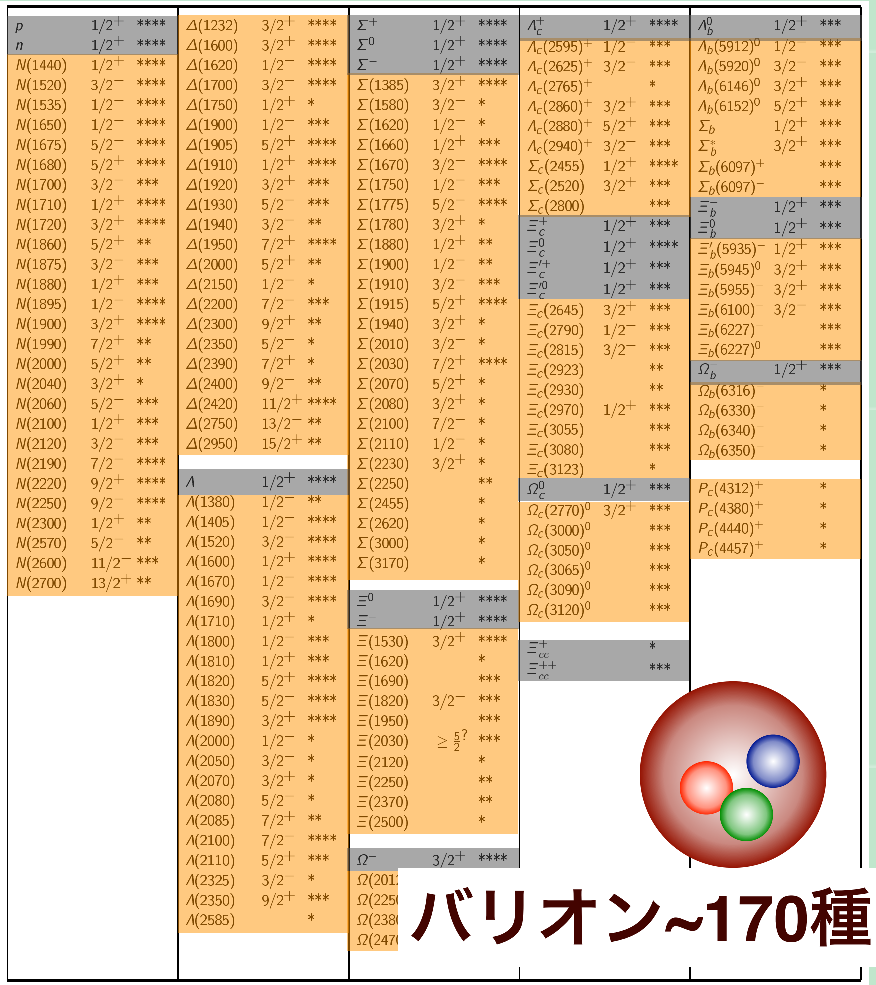


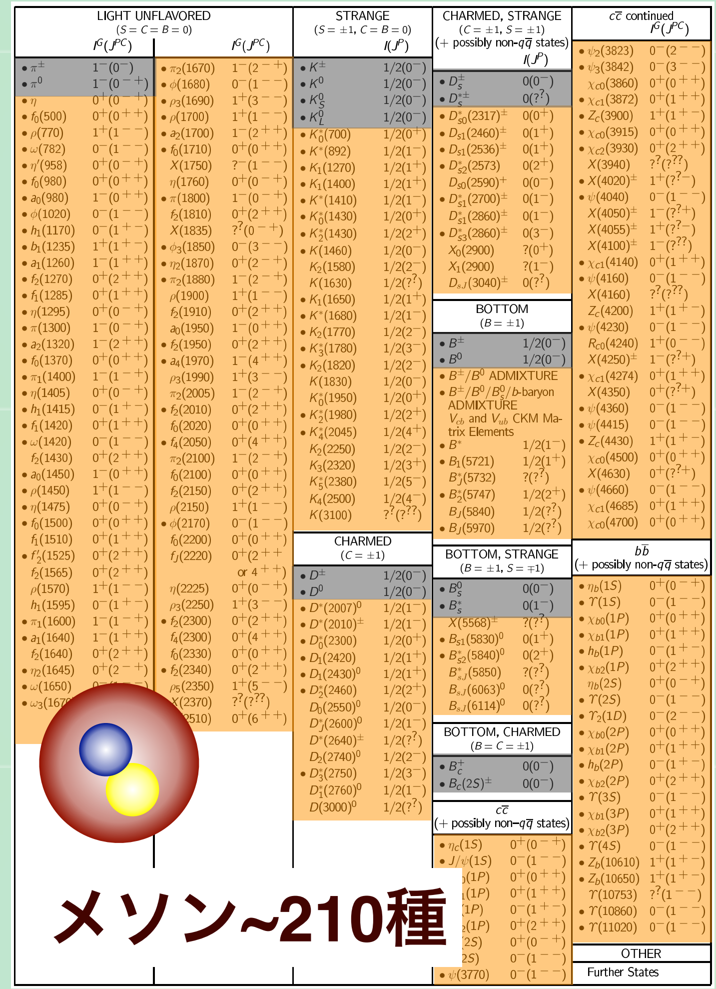
$D^0D^0\pi^+$に崩壊：不安定状態の内部構造？

強い相互作用で不安定なハドロン

安定な/不安定なハドロン

http://pdg.lbl.gov/

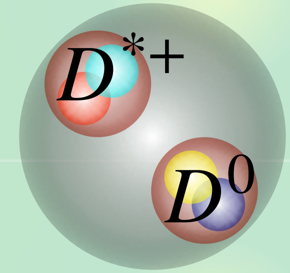




ほとんどのハドロンは不安定：共鳴状態の記述が必要

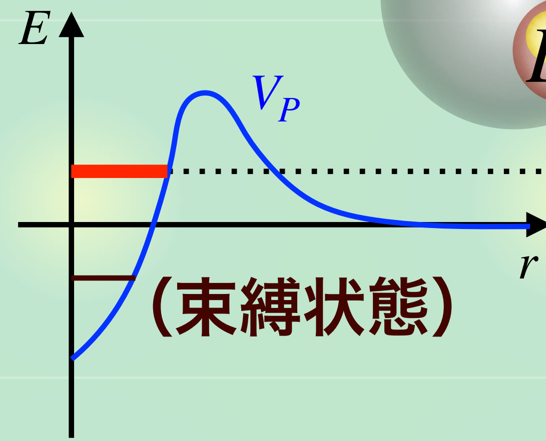
共鳴状態の分類

$E > 0$ の状態を実現する方法



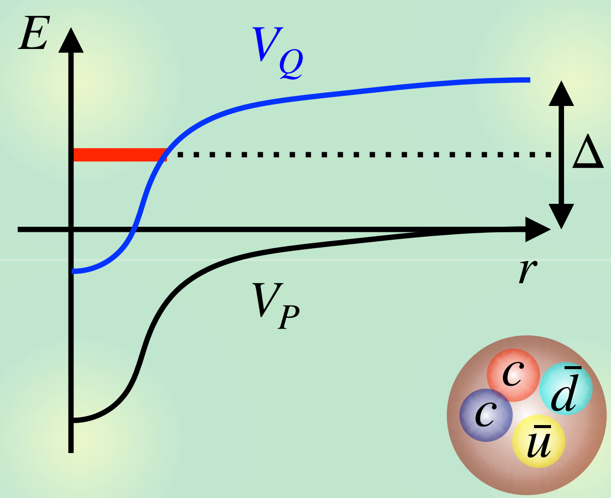
1) 形状（ポテンシャル）共鳴

- １チャンネル問題 (P)
- ポテンシャル障壁で $E > 0$
- トンネル効果で崩壊



2) フェッシュバッハ共鳴

- チャンネル結合問題 (P+Q)
- Q の束縛状態だが $E_P > 0$
- チャンネル遷移で崩壊



起源が異なる両者を区別する方法？

目次

- 導入：ハドロン物理と共鳴状態
- 共鳴状態の記述
  - 量子力学／散乱理論の共鳴状態

    N. Moiseyev, Non-Hermitian Quantum Mechanics (Cambridge University Press, Cambridge, 2011)

    J.R. Taylor, Scattering Theory (Wiley, New York, 1972)
- 束縛状態から共鳴状態への遷移
  - 2体束縛状態

    T. Hyodo, PRC90, 055208 (2014)
  - 3体束縛状態

    T. Hyodo, T. Hatsuda, Y. Nishida, PRC89, 032201 (2014)

共鳴状態の特徴づけ

共鳴状態の定義

1) 複素エネルギー固有状態：$H|R\rangle = E_R|R\rangle, \quad E_R \in \mathbb{C}$

2) 散乱振幅、S行列の極

Schrödinger eq. + outgoing b.c. at energy E $(p = \sqrt{2\mu E})$

- **bound states** $(E < 0)$

$$p = i\kappa \quad (\kappa > 0)$$

- **resonances** $(E \in \mathbb{C})$

$$p \in \mathbb{C} \quad (\mathrm{Im}\ p < 0)$$

⇔

zero of Jost function

$$\mathscr{f}_\ell(p) = 0$$

⇔

pole of s-matrix/ scattering amplitude

$$|f_\ell(p)| \to \infty$$

$$|s_\ell(p)| \to \infty$$

T. Hyodo, M. Niiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 120, 103868 (2021)

- 1) と 2) はヨスト関数を介して等価
- 理論的に不定性のない定義

ガモフ理論

ハミルトニアンの“固有状態”としての共鳴状態

- **複素**エネルギー

G. Gamow, Z. Phys. 51, 204 (1928)

Zur Quantentheorie des Atomkernes.

Von **G. Gamow**, z. Zt. in Göttingen.

Mit 5 Abbildungen. (Eingegangen am 2. August 1928.)

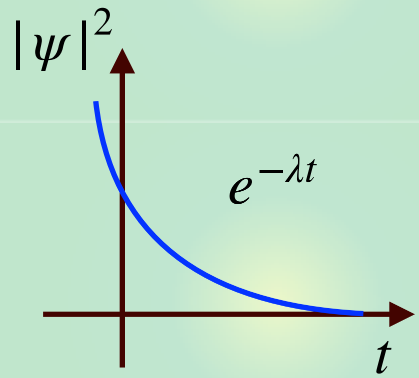
Um diese Schwierigkeit zu überwinden, müssen wir annehmen, daß die Schwingungen gedämpft sind, und $\boldsymbol{E}$ komplex setzen:

$$E = E_0 + i\,\frac{h\lambda}{4\pi},$$

wo $\boldsymbol{E_0}$ die gewöhnliche Energie ist und $\boldsymbol{\lambda}$ das Dämpfungsdekrement (Zerfallskonstante). Dann sehen wir aber aus den Relationen (2 a) und (2 b),

- 時間依存性：存在確率が時間とともに減少

$$\psi = \Psi(q)\,.\,e^{+\frac{2\pi i E}{h}t}, \quad \propto e^{+2\pi i E_0 t/h} e^{-(\lambda/2)t}, \quad |\psi|^2 \propto e^{-\lambda t}$$



エルミート演算子の固有値は実数では？

- 固有値が実数なのはヒルベルト空間（～2乗可積分な関数空間）

$$\int |\psi(\boldsymbol{r})|^2 d^3r < \infty$$

- 定義域を拡張すると複素固有値を持つことができる

散乱波動関数

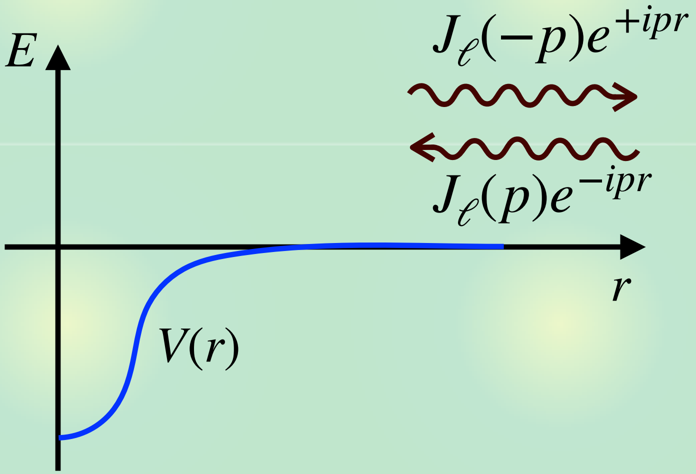
球対称短距離力ポテンシャル $V(r)$ のシュレディンガー方程式

$$\left[-\frac{\nabla^2}{2\mu}+V(r)\right]\psi_{\ell,m}(\boldsymbol{r})=E\psi_{\ell,m}(\boldsymbol{r}),\quad \psi_{\ell,m}(\boldsymbol{r})=\frac{u_\ell(r)}{r}Y_\ell^m(\hat{\boldsymbol{r}})$$

- 散乱波動関数（$E>0$、連続固有値）の $r\to\infty$ での漸近形

$$u_\ell(r;p)\xrightarrow[r\to\infty]{}\frac{i}{2}[J_\ell(p)\hat{h}_\ell^-(pr)-J_\ell(-p)\hat{h}_\ell^+(pr)],\quad p=\sqrt{2\mu E}$$

$$\sim\frac{i}{2}[J_\ell(p)\underbrace{e^{-ipr}}_{\text{内向き波}}-J_\ell(-p)\underbrace{e^{+ipr}}_{\text{外向き波}}]$$



- 内向き波の振幅：ヨスト関数

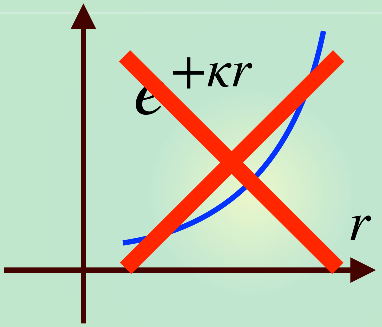
$$J_\ell(p)=1+\frac{2\mu}{p}\int_0^\infty dr\,\hat{h}_\ell^+(pr)V(r)u_\ell(r;p)$$

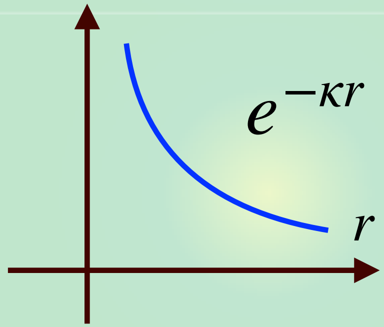
束縛状態

束縛解（$E < 0$、離散固有値）

- 運動量 $p = \sqrt{2\mu E}$ は純虚数

$$p = i\kappa, \quad \kappa = \sqrt{2\mu|E|} > 0$$





- 波動関数の $r \to \infty$ での漸近形

$$u_\ell(r; i\kappa) \sim \frac{i}{2}[\cancel{J_\ell(i\kappa)e^{+\kappa r}} - J_\ell(-i\kappa)e^{-\kappa r}]$$

- 波動関数が2乗可積分：境界条件 $u(r \to \infty) = 0$

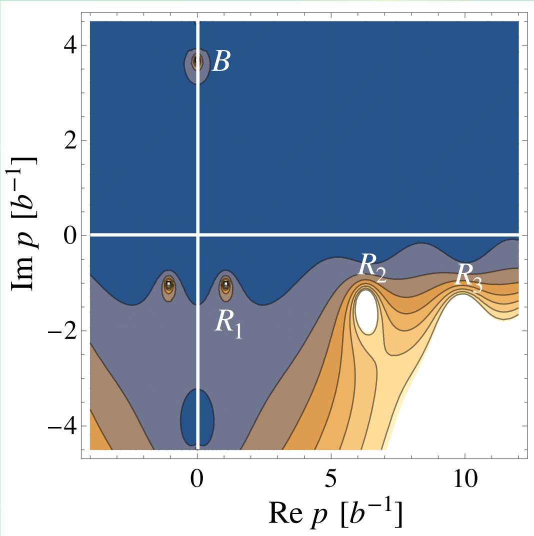
—> $J_\ell(i\kappa) = 0$：外向き境界条件（内向き波が消える）

物理的な散乱の運動量 p は実数

—> 束縛状態は p を純虚数に解析接続したヨスト関数のゼロ点

共鳴状態

共鳴解：運動量 p を複素数に解析接続した解



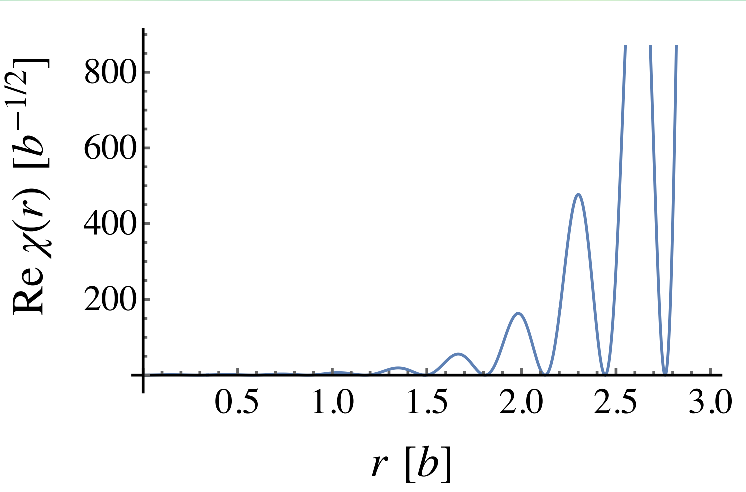
- 複素 p 平面の下半面（$\mathrm{Im}\ p < 0$）に存在

$$p = p_R - ip_I, \quad p_R, p_I > 0$$

- 波動関数の振る舞い

$$u_\ell(r;p) \to -\frac{iJ_\ell(p)}{2} e^{ipr} \propto \underbrace{e^{ip_R r}}_{\text{振動}} \underbrace{e^{+p_I r}}_{\text{増大}}$$

引力井戸型ポテンシャルの例



—> $r \to \infty$ で振動しながら発散する

通常の規格化ができない

波動関数が2乗可積分でないので複素固有値が許される

散乱理論の共鳴状態

部分波 ℓ のS行列とヨスト関数

$$s_\ell(p) = \frac{J_\ell(-p)}{J_\ell(p)}$$ ~ 内向き振幅で規格化した外向き振幅

- 散乱無し（素通り）の場合 $s_\ell(p) = 1$

散乱振幅：正味の散乱の情報

$$f_\ell(p) = \frac{s_\ell(p) - 1}{2ip} = \frac{J_\ell(-p) - J_\ell(p)}{2ipJ_\ell(p)}$$

離散固有状態の条件：ヨスト関数のゼロ点 $J_\ell(p) = 0$

- p はS行列、散乱振幅の極

$$|s_\ell(p)| = \left|\frac{J_\ell(-p)}{J_\ell(p)}\right| \to \infty, \quad |f_\ell(p)| = \left|\frac{J_\ell(-p) - J_\ell(p)}{2ipJ_\ell(p)}\right| \to \infty$$

ここまでのまとめ

共鳴状態の特徴づけ（束縛状態の自然な拡張）

- 複素エネルギー固有状態
- 散乱振幅、S行列の極

Schrödinger eq. + outgoing b.c.
at energy E $(p = \sqrt{2\mu E})$

- **bound states** $(E < 0)$

$$p = i\kappa \quad (\kappa > 0)$$

- **resonances** $(E \in \mathbb{C})$

$$p \in \mathbb{C} \quad (\mathrm{Im}\, p < 0)$$

⇔

zero of Jost function

$$\mathscr{f}_\ell(p) = 0$$

⇔

pole of s-matrix/
scattering amplitude

$$|f_\ell(p)| \to \infty$$
$$|s_\ell(p)| \to \infty$$

T. Hyodo, M. Niiyama, Prog. Part. Nucl. Phys. 120, 103868 (2021)

目次

- 導入：ハドロン物理と共鳴状態
- 共鳴状態の記述
  - 量子力学／散乱理論の共鳴状態

    N. Moiseyev, Non-Hermitian Quantum Mechanics (Cambridge University Press, Cambridge, 2011)

    J.R. Taylor, Scattering Theory (Wiley, New York, 1972)
- 束縛状態から共鳴状態への遷移
  - 2体束縛状態

    T. Hyodo, PRC90, 055208 (2014)
  - 3体束縛状態

    T. Hyodo, T. Hatsuda, Y. Nishida, PRC89, 032201 (2014)

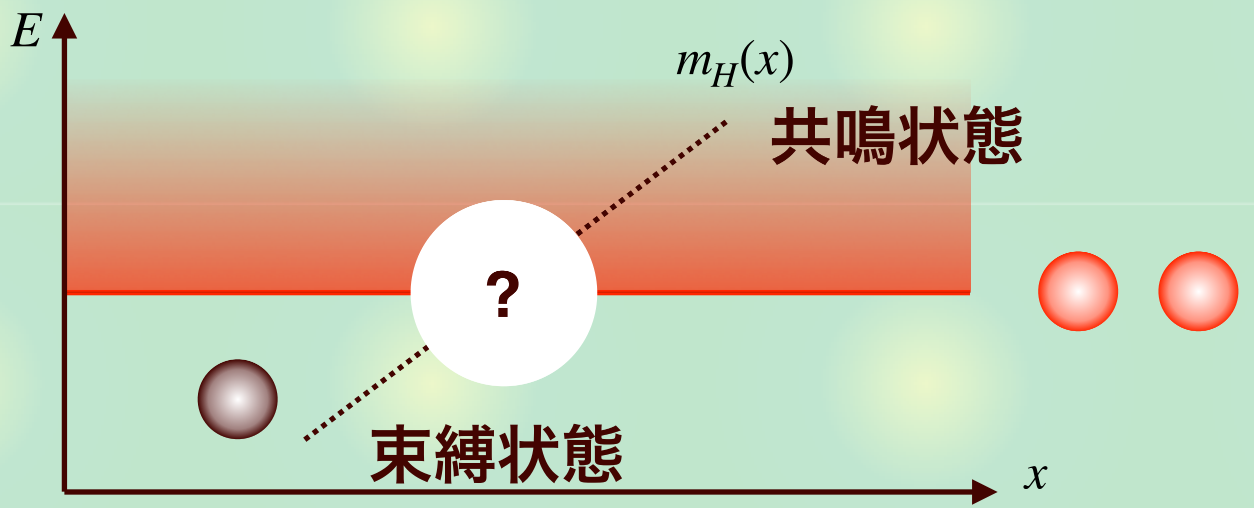
ハドロン質量スケーリング

ハドロン質量 m_H が外部パラメーター x に依存して変化

T. Hyodo, PRC90, 055208 (2014)

- クォーク質量： $x = m_q$ （カイラル摂動論）
- カラー数： $x = 1/N_c$ （large Nc）
- 温度、密度： $x = T, \mu$

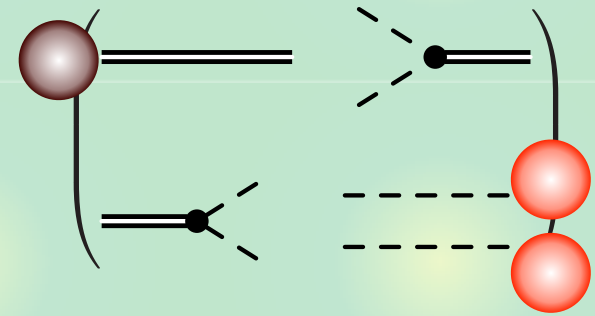
2体閾値を超えると何が起こる？



定式化

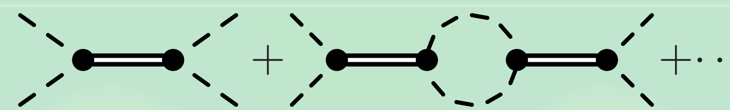
チャンネル結合ハミルトニアン（離散固有状態＋散乱状態）

$$\begin{pmatrix} M_0 & \hat{V} \\ \hat{V} & \frac{p^2}{2\mu} \end{pmatrix} |\Psi\rangle = E|\Psi\rangle, \quad |\Psi\rangle = \begin{pmatrix} c(E)|\psi_0\rangle \\ \chi_E(\boldsymbol{p})|\boldsymbol{p}\rangle \end{pmatrix}$$



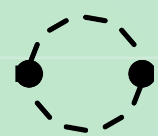
- 散乱振幅の解析解

$$f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}', E) = -\frac{4\pi^2\mu\langle \boldsymbol{p}|\hat{V}|\psi_0\rangle\langle\psi_0|\hat{V}|\boldsymbol{p}'\rangle}{E - M_0 - \Sigma(E)} \sim$$



- 自己エネルギー（$E > 0$で虚部を持つ）

$$\Sigma(E) = \int \frac{\langle\psi_0|\hat{V}|\boldsymbol{q}\rangle\langle\boldsymbol{q}|\hat{V}|\psi_0\rangle}{E - q^2/(2\mu) + i0^+} d^3q \sim$$



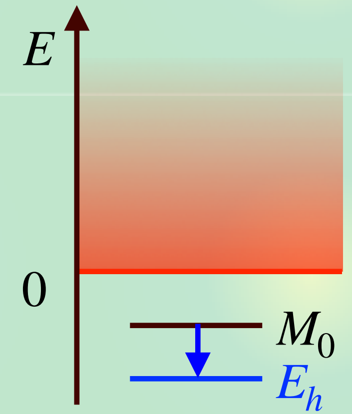
固有エネルギー：散乱振幅の極（自己無撞着な解）

$$E_h = M_0 + \Sigma(E_h)$$

固有エネルギーの性質

結合が弱いとき：摂動展開

$$E_h = M_0 + \Sigma(M_0) = M_0 + \int \frac{|\langle \psi_0 | \hat{V} | \boldsymbol{q} \rangle|^2}{M_0 - q^2/(2\mu) + i0^+} d^3q$$

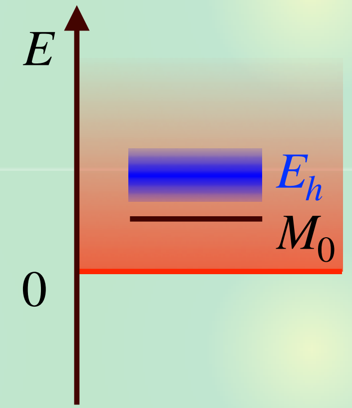


- $M_0 < 0$ の場合：基底状態に対する2次の摂動

$$\Sigma(M_0) < 0 \quad \Rightarrow \quad E_h < M_0$$

- $M_0 > 0$ の場合：崩壊により不安定、複素エネルギー

$$\Sigma(M_0) \in \mathbb{C} \quad \Rightarrow \quad E_h \in \mathbb{C}$$



閾値直上（$E_h = 0$）に解を持つ条件

- 摂動は不可、fullな自己無撞着の式で

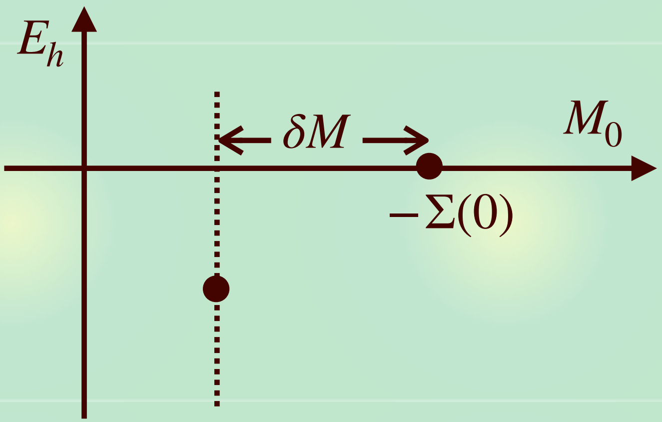
$$0 = M_0 + \Sigma(0) \quad \Rightarrow \quad M_0 = -\Sigma(0)$$

閾値近くの振る舞い

固有エネルギーが閾値を超える際の M_0 依存性

- $E_h = 0$ の $M_0 = -\Sigma(0)$ から $\delta M < 0$ ずらす

$$E_h = -\Sigma(0) + \delta M + \Sigma(E_h)$$



- δM が十分小さいとき

$$E_h = \frac{1}{1-\Sigma'(0)}\delta M, \quad \Sigma'(E) = \frac{d\Sigma(E)}{dE}$$

- 波動関数くりこみ（離散固有状態とのoverlap）

$$Z = \frac{1}{1-\Sigma'(E_h)} = |\langle \Psi | \psi_0 \rangle|^2$$

角運動量 $\ell = 0$ の閾値直上の状態：波動関数くりこみがゼロ

$$E_h \propto \begin{cases} \mathcal{O}(\delta M^2) & \ell = 0 \\ \delta M & \ell \neq 0 \end{cases}$$

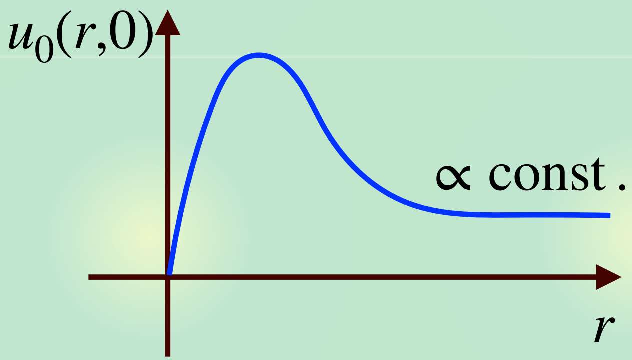
Compositeness theorem

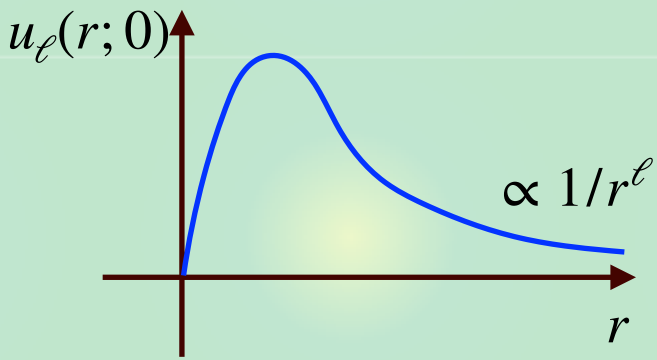
波動関数くりこみが $Z = 0 \Leftrightarrow$ 複合性が $X = 1$

$$1 = |\langle \Psi | \psi_0 \rangle|^2 + \int d^3q \, |\langle \Psi | \boldsymbol{q} \rangle|^2$$

複合性 X

- $E_h = 0$ 状態の波動関数





—> 複合成分の重みが無限に大きく有限の $|\langle \Psi | \psi_0 \rangle|^2$ の割合が0

散乱長の発散、低エネルギー普遍性

E. Braaten, H.-W. Hammer, Phys. Rept. 428, 259 (2006);
P. Naidon, S. Endo, Rept. Prog. Phys. 80, 056001 (2017)

ヨスト関数との関係

ヨスト関数の $p=0$ まわりでの展開

$$J_\ell(p) = 1+\alpha_\ell+\beta_\ell p^2+\mathcal{O}(p^4)+i[\gamma_\ell p^{2\ell+1}+\mathcal{O}(p^{2\ell+3})]$$

$$= \begin{cases} 1+\alpha_\ell+i\gamma_\ell p+\mathcal{O}(p^2) & \ell=0 \\ 1+\alpha_\ell+\beta_\ell p^2+\mathcal{O}(p^3) & \ell\neq 0 \end{cases}$$

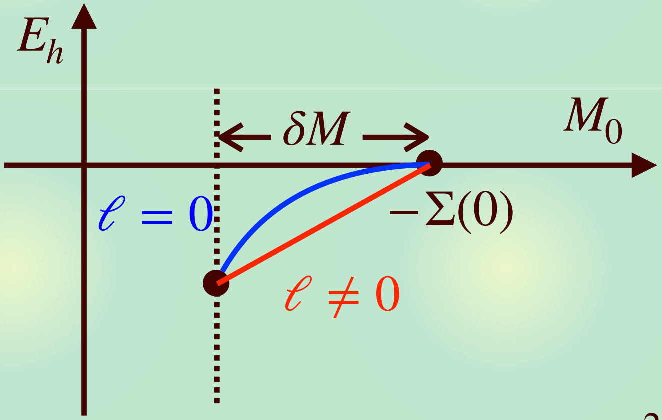
固有状態はヨスト関数のゼロ点：$J_\ell(p)=0$

- $E_h=0$ のためには $1+\alpha_\ell=0$
- $\ell=0$（$\ell\neq 0$）の $p=0$ のゼロは1位のゼロ（2位のゼロ）

R.G. Newton, J. Math. Phys. 1, 319 (1960)

閾値近傍の $E_h=p^2/2\mu$ の振る舞い

$$1+\alpha_\ell \sim \delta M \quad \Rightarrow \quad E_h \propto \begin{cases} -\delta M^2 & \ell=0 \\ \delta M & \ell\neq 0 \end{cases}$$



一般的な閾値近傍の振る舞い

閾値近傍のスケーリング

- $\delta M > 0$

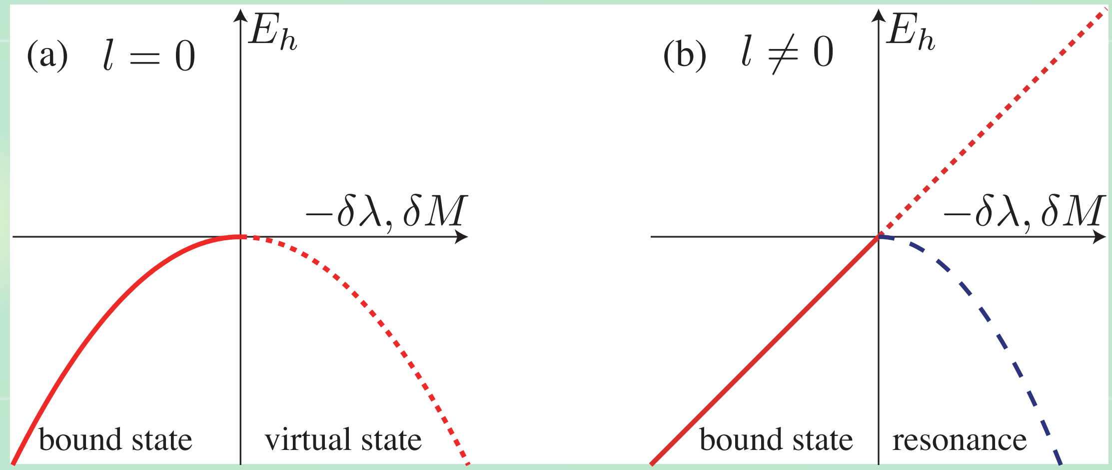
$$E_h \propto \begin{cases} -\delta M^2 & \ell = 0 \\ \delta M & \ell \neq 0 \end{cases}$$

- $\delta M > 0$

$$E_h \propto -\delta M^2 \quad \ell = 0$$

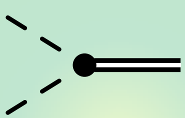
$$\mathrm{Re}\ E_h \propto \delta M \quad \ell \neq 0$$

$$\mathrm{Im}\ E_h \propto -\delta M^{\ell+1/2} \quad \ell \neq 0$$

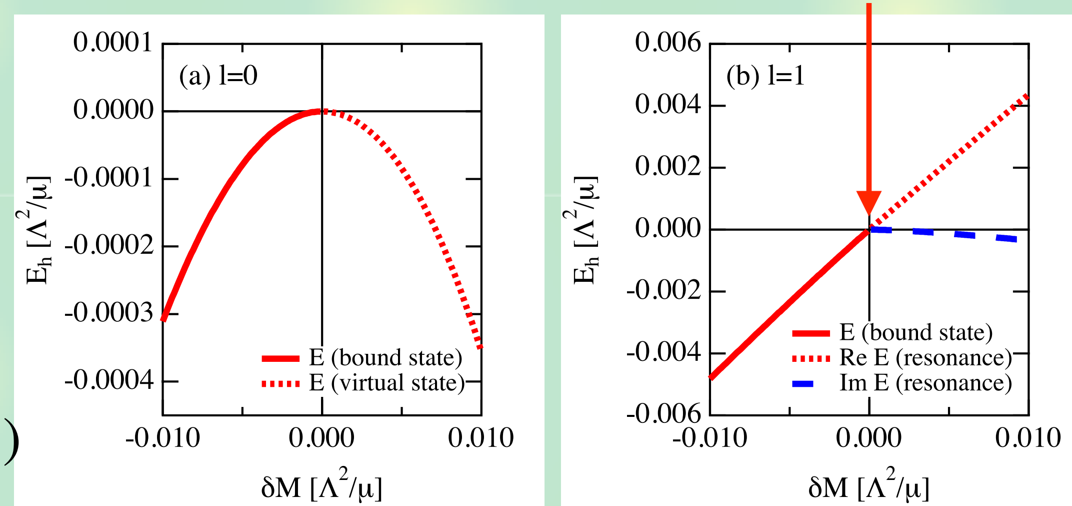


傾き：Z

数値計算

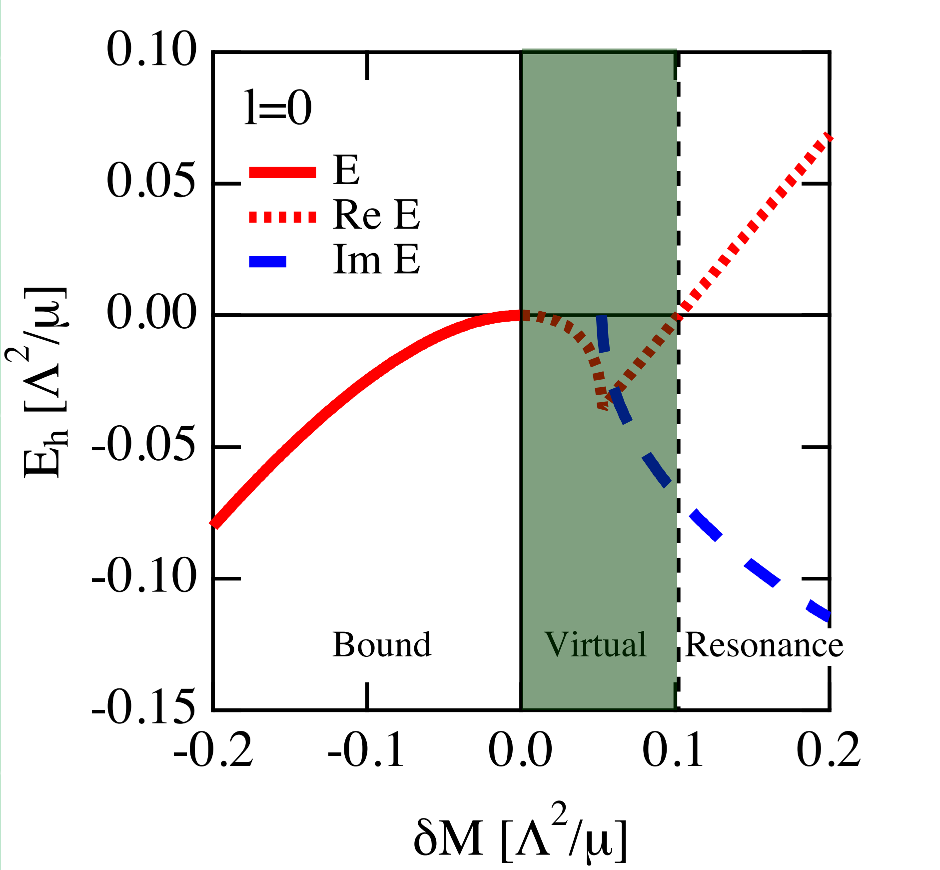


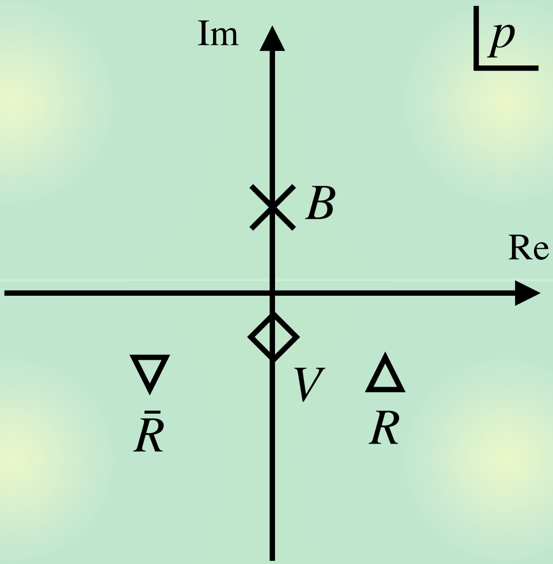
$$\langle \boldsymbol{q} | \hat{V} | \psi_0 \rangle = g_\ell |\boldsymbol{q}|^\ell \Theta(\Lambda - |\boldsymbol{q}|)$$



s波の共鳴状態

より広い δM でのスケーリング



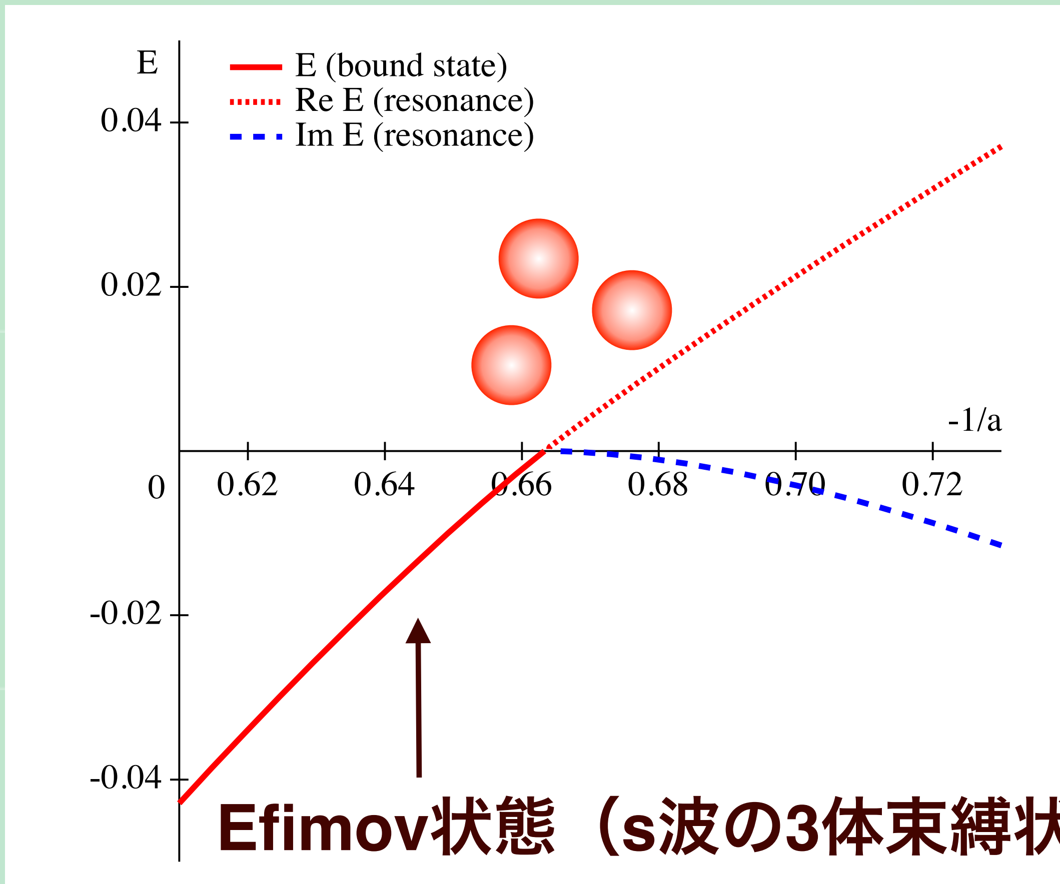


- 閾値近傍の振る舞いは単純な摂動論が破綻し非摂動的
- s波の束縛状態は直接共鳴に遷移せず、virtual状態を経由する

3体束縛状態では

s波束縛状態が3体閾値を超える場合

T. Hyodo, T. Hatsuda, Y. Nishida, PRC89, 032201 (2014)



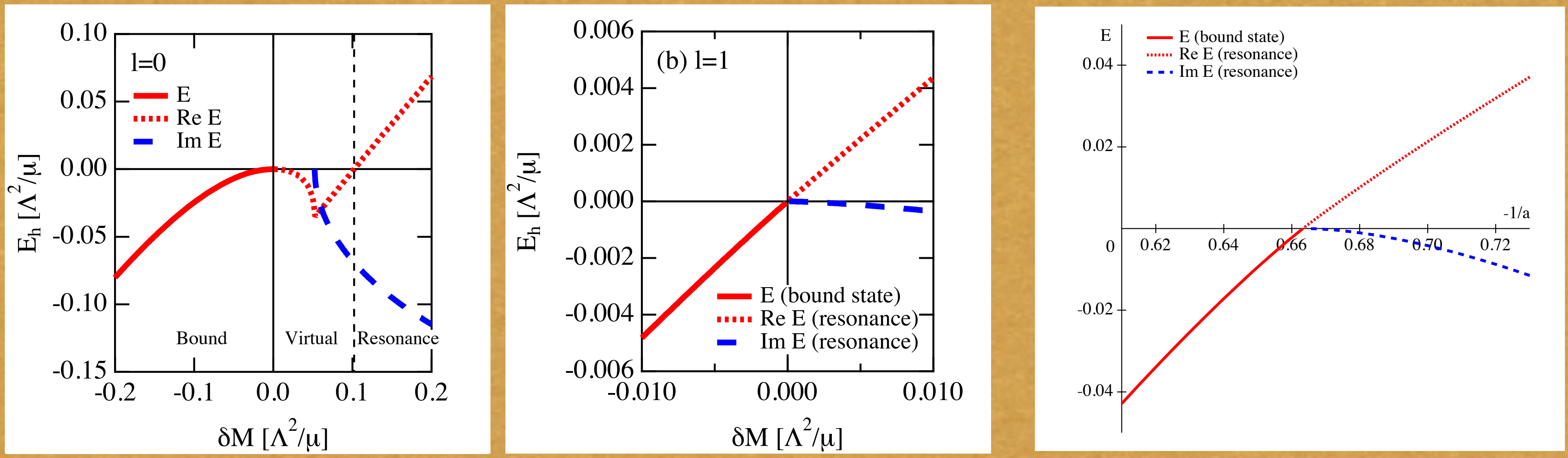
Efimov状態（s波の3体束縛状態）

- Efimov状態は直接共鳴に遷移する

まとめ

束縛状態から共鳴状態への遷移

- s波2体系：virtual状態を経由
- s波以外の2体系：連続的に遷移
- s波3体系（Efimov状態）：連続的に遷移



[T. Hyodo, PRC90, 055208 (2014);](#)
[T. Hyodo, T. Hatsuda, Y. Nishida, PRC89, 032201 (2014)](#)