核力とカイラル動力学

兵藤 哲雄

首都大学東京

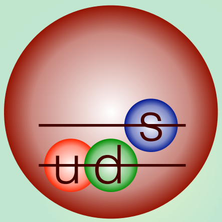
2019, Aug. 7th

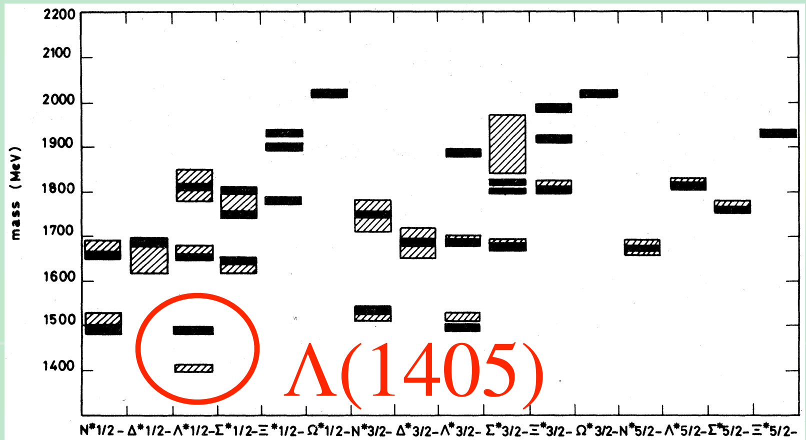
目次

Λ(1405)とハドロン物理

Λ(1405)：クォーク模型で記述できない、エキゾチック構造？

N. Isgur and G. Karl, Phys. Rev. D18, 4187 (1978)



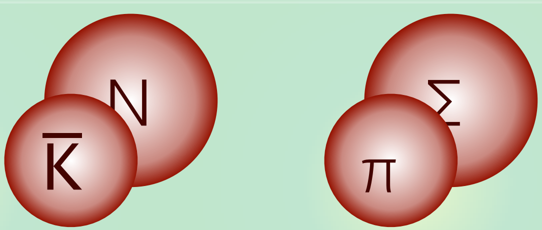


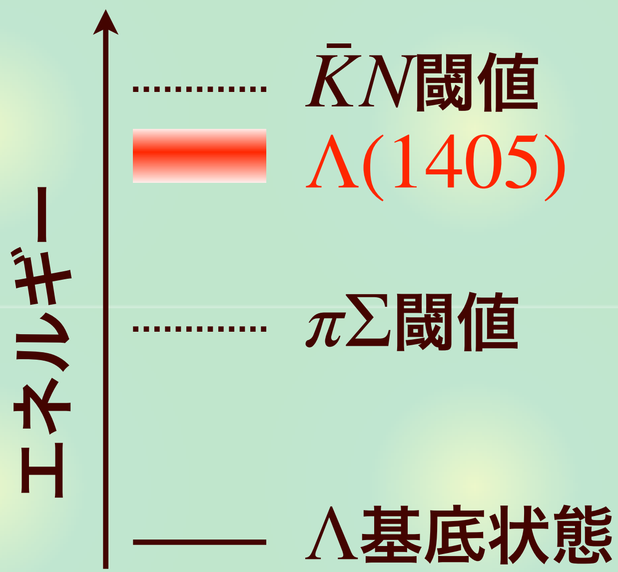
：理論

：実験

不足している要素：散乱中の共鳴状態

- メソン・バリオン状態への結合



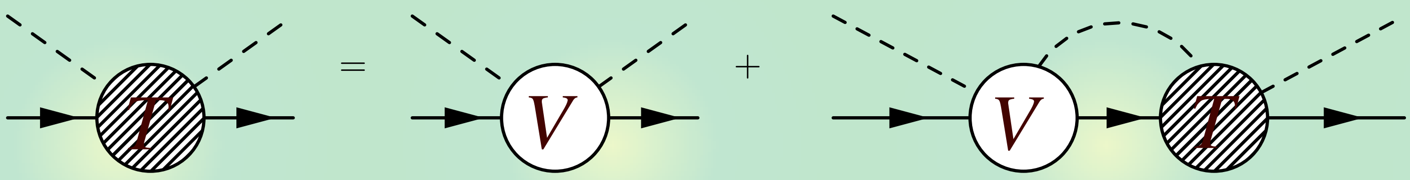


$\bar{K}N$-$\pi\Sigma$散乱の詳細な解析が必要

カイラル動力学によるΛ(1405)の記述

カイラル動力学：メソン・バリオン散乱振幅 T

T. Hyodo, D. Jido, Prog. Part. Nucl. Phys. 67, 55 (2012)



カイラル摂動論

- 散乱データの解析を行い散乱振幅を決定
- 核力のカイラル有効場の理論と本質的に同じ

最近の解析

Y. Ikeda, T. Hyodo, W. Weise, PLB 706, 63 (2011); NPA 881 98 (2012)

- Λ(1405)共鳴の極（固有エネルギー）を決定
- 結果はPDG（Particle Data Group）に採用

核力

核力とは

- 原子核を自己束縛させる”強い力”：原子核物理の基礎
- 複雑なQCDのダイナミクスを反映

特徴

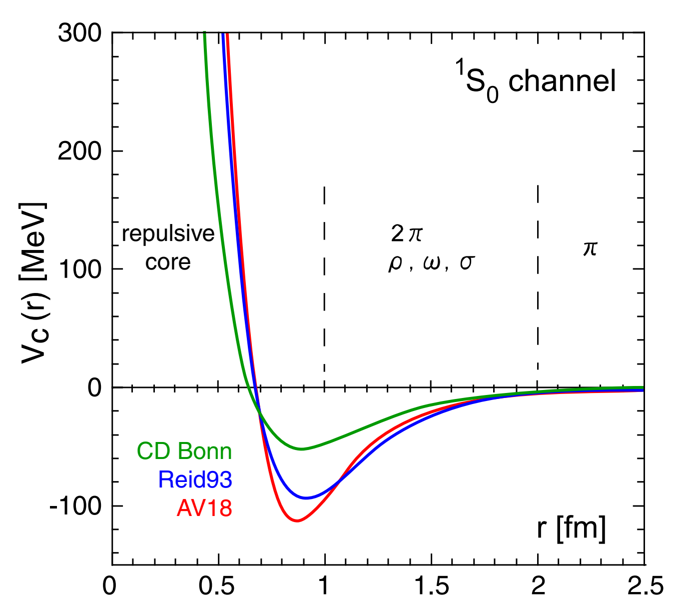
- 到達距離はπのコンプトン波長程度

$$d \sim \frac{\hbar}{m_\pi c} \sim 1.4 \ \mathrm{fm}$$

- 短距離で斥力芯

 —> 原子核密度の飽和性

- 中心力以外にテンソル力やLS力を持つ



N. Ishii, S. Aoki, T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. 99, 022001 (2007)

核力を記述するアプローチ

現象論的核力

R.B. Wiringa, V. G. J. Stoks, R. Schiavilla, Phys. Rev. C 51, 38 (1995);
R. Machleidt, Phys. Rev. C 63, 024001 (2001)

カイラル有効場の理論（Effective Field Theory, EFT）

E. Epelbaum, H.W. Hammer, U.G. Meissner, Rev. Mod. Phys. 81, 1773 (2008);
R. Machleidt, D.R. Entem, Phys. Rept. 503, 1 (2011)

- 理論に基づいたポテンシャルで実験データをfit
- 現実的な精度（$\chi^2 \sim 1$）を達成

格子QCD

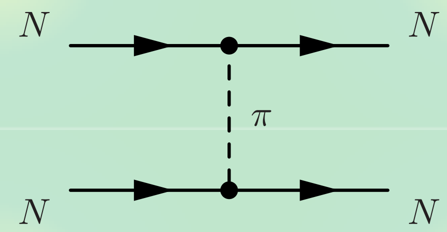
S. Aoki et al., PTEP 2012, 01A105 (2012)

- ポテンシャルの関数で格子データをfit
- 実験データのないチャンネルに拡張可能

カイラルEFTの特徴

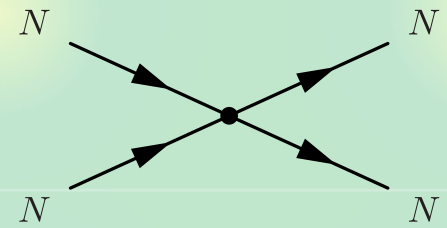
QCDのカイラル対称性を尊重している

- 長距離はπ交換で記述



短距離部分は接触相互作用

- 短距離パラメーターは実験で決定



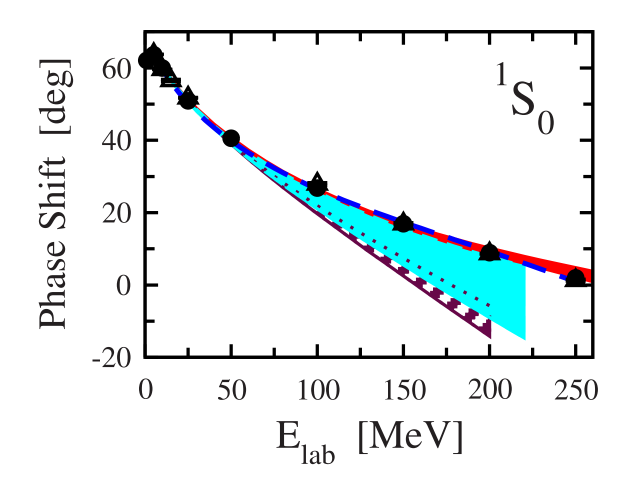
低エネルギー展開に基づいている

- 精度を系統的に改良できる

LO -> NLO -> N²LO -> N³LO -> N⁴LO

- 理論の不定性の見積もりが可能

３体力は２体力と同じ枠組みで構成



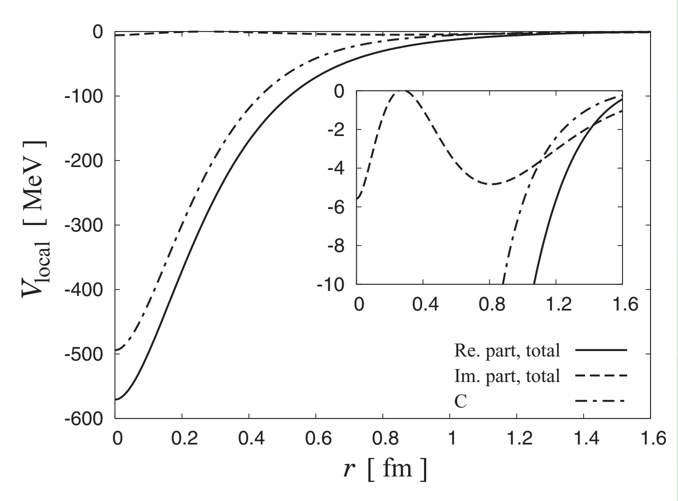
E. Epelbaum, H.W. Hammer, U.G. Meissner, Rev. Mod. Phys. 81, 1773 (2008)

関連する研究

メソン交換模型による$N\Omega(J=2)$相互作用と準束縛状態

T. Sekihara, Y. Kamiya, T. Hyodo, Phys. Rev. C 98, 015205 (2018)

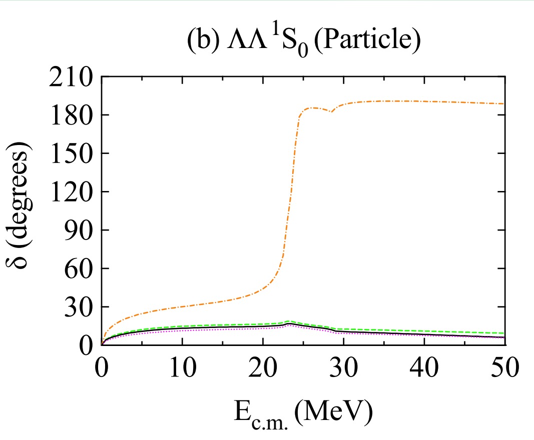
- メソン交換＋短距離接触相互作用
- 格子QCDデータで短距離を決定
- 準束縛状態が存在
- 崩壊チャンネルの効果は小さい



共変的カイラル摂動論による$S=-2$バリオン間相互作用

K.W. Li, T. Hyodo, L.S. Geng, Phys. Rev. C 98, 065203 (2018)

- 格子QCDと$S=-1$の実験をfit
- 物理点への外挿
- アイソスピン対称性の破れの重要性



目次

量子力学の対称性

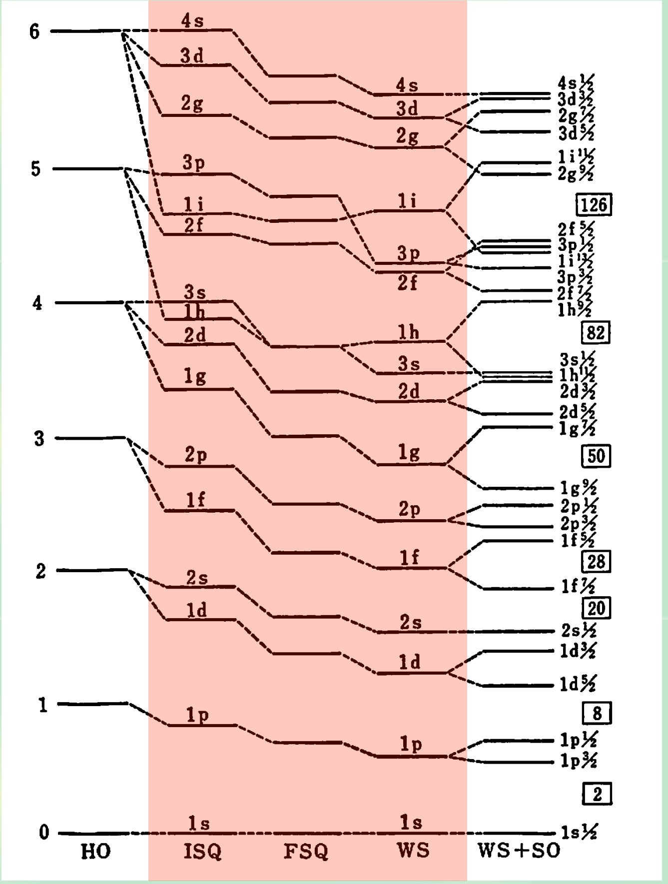
対称性：物理系（ハミルトニアン）を不変に保つ変換

- 理論が解けなくても分かる性質がある
- 既知の情報から予言ができる

例）中心力ポテンシャル

$$V(\mathbf{r}) = V(|\mathbf{r}|)$$

- 特定の方向がない：回転対称性 SO(3)



八木浩輔「原子核物理学」（朝倉書店）

回転対称性の帰結

- 角運動量 ℓ が保存
- エネルギーは磁気量子数 m に依らない
- $2\ell+1$ 個の固有状態が縮退

破れた対称性

対称性の（explicitな）破れ

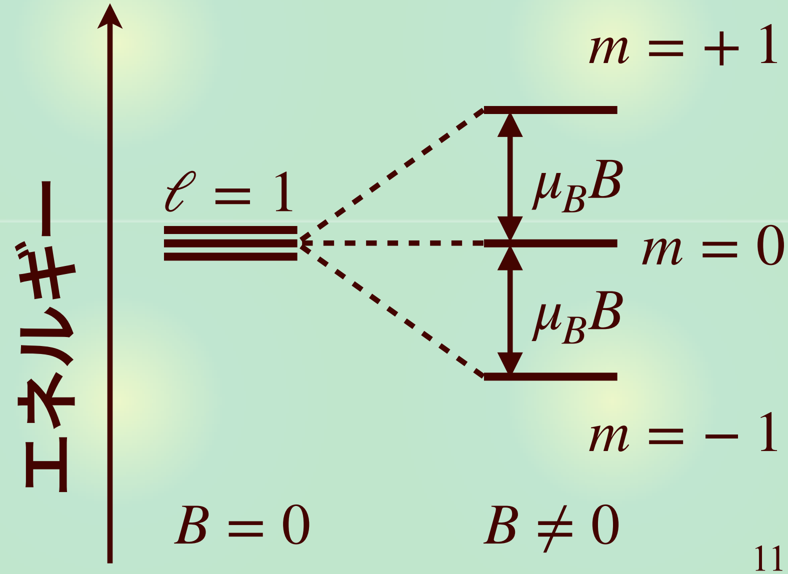
- z方向に強さ B の外部磁場をかける（ゼーマン効果）

$$\hat{H} = \hat{H}_{\mathrm{central}} + \frac{eB}{2m_e}\hat{L}_z$$

- z軸が特別な方向：ハミルトニアンが回転対称性を破る
- エネルギーが磁気量子数 m に依存し縮退が解ける

破れた対称性の帰結

- 縮退度 $2\ell + 1$ 個に準位が分裂
- 準位分裂は等間隔で B に比例



対称性とその破れから予言ができる

QCDの対称性と破れ

フレーバーSU(3)対称性

- u, d, sクォークを入れ替えるQCDの対称性
- sクォークが u, d に比べ重い：対称性の破れ

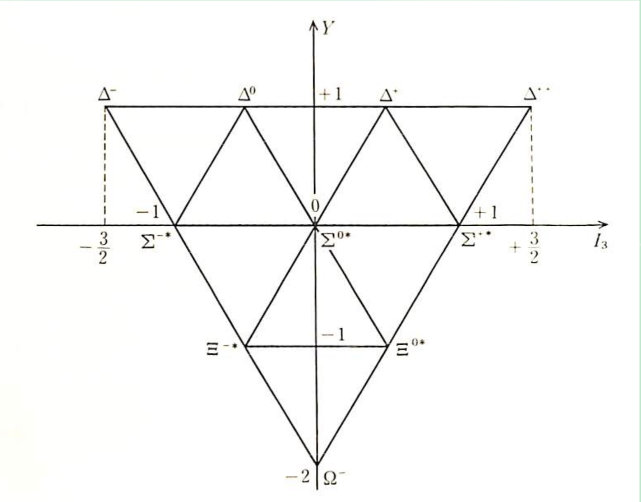
対称性が厳密な場合

- ハドロンのSU(3)多重項（**8**, **10**, ⋯）が縮退

対称性が破れた場合：縮退が解ける

- Gell-Mann大久保の質量公式

$$M(I, Y) = a + bY + c\left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4}\right]$$



- Δ, Σ^*, Ξ^*からΩが予言できる

坂井典佑「素粒子物理学」（培風館）

自発的対称性の破れ

自発的対称性の破れ（spontaneous symmetry breaking）

- ハミルトニアンの対称性を固有状態が破る

例：強磁性体（格子点上のスピン系、$J > 0$）

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (\hat{s}_{x,i}\hat{s}_{x,j} + \hat{s}_{y,i}\hat{s}_{y,j} + \hat{s}_{z,i}\hat{s}_{z,j})$$

- ハミルトニアンには特定の方向がない：回転対称性 SO(3)

- 隣り合うスピンの向きが揃う方がエネルギーが低い

$$\langle \cdots \uparrow \uparrow \cdots | \hat{H} | \cdots \uparrow \uparrow \cdots \rangle < \langle \cdots \uparrow \downarrow \cdots | \hat{H} | \cdots \uparrow \downarrow \cdots \rangle$$

- （低温の）基底状態は全てのスピンが揃った状態

スピンが揃う方向が特定、状態によって回転対称性が破れる

秩序変数

秩序変数（order parameter）

- 対称性の自発的破れを特徴付ける期待値

$$M = \langle 0 | \sum_i \hat{s}_{z,i} | 0 \rangle$$

基底状態

- 磁化：各スピンのz方向成分の期待値の和
- 演算子 $\sum_i \hat{s}_{z,i}$ は回転対称性を破る

高温：熱揺らぎが大きくスピンはランダムな方向を向く

$$M = 0$$

低温：熱揺らぎが小さくスピンが揃う

$$M \neq 0$$

秩序変数の値で自発的破れの度合いが判定できる

QCDとアイソスピン対称性

QCDラグランジアン（$m_u = m_d \equiv m$）

$$\mathscr{L}_{\mathrm{QCD}} = \underbrace{\bar{q}(i\gamma^\mu D_\mu)q}_{\text{運動項}} \underbrace{- m\bar{q}q}_{\text{質量項}} + (\mathrm{gluon})$$

- クォーク場

$$q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad \bar{q} = (\bar{u} \quad \bar{d})$$

フレーバーSU(2)変換（アイソスピン変換）

$$q \to Uq, \quad \bar{q} \to \bar{q}U^\dagger$$

2×2 ユニタリー行列、$UU^\dagger = 1$

$\mathscr{L}_{\mathrm{QCD}}$はSU(2)対称性を持つ： $\bar{q}q \to \bar{q}U^\dagger Uq = \bar{q}q$

カイラル変換

クォーク場を右巻き q_R と左巻き q_L に分解

$$q = q_L + q_R, \quad \bar{q} = \bar{q}_L + \bar{q}_R$$

- カイラル$\mathrm{SU}(2)_R \otimes \mathrm{SU}(2)_L$変換

$$q_L \to L q_L, \quad q_R \to R q_R, \quad \bar{q}_L \to \bar{q}_L L^\dagger, \quad \bar{q}_R \to \bar{q}_R R^\dagger$$

2×2 **ユニタリー行列、**$LL^\dagger = RR^\dagger = 1$

運動項：右巻きと左巻きが独立 $\bar{q}_L(i\gamma^\mu D_\mu)q_L + \bar{q}_R(i\gamma^\mu D_\mu)q_R$

- カイラル変換で不変（カイラル対称性がある）

質量項：右巻きと左巻きが混ざる $-m\bar{q}_L q_R - m\bar{q}_R q_L$

- カイラル対称性を破る $\bar{q}_L q_R \to \bar{q}_L L^\dagger R q_R \neq \bar{q}_L q_R$

カイラル対称性と自発的破れ

u, dクォーク質量はハドロンスケールに比べて十分小さい

—> 近似的に質量項がないものとみなせる

—> QCDラグランジアンは近似的にカイラル対称性を持つ

自発的破れの秩序変数：カイラル凝縮

$$\langle \bar{q}q \rangle \equiv \langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$$

- $|0\rangle$：QCD真空（場の理論の基底状態）
- 演算子 $\bar{q}q = \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L$ は対称性を破る
- 様々な証拠から $\langle \bar{q}q \rangle \neq 0$ であることが知られている

カイラル対称性はQCD真空によって自発的に破れている

カイラル対称性の自発的破れの帰結

構成子クォーク質量の生成

$$M = m + C\langle \bar{q}q \rangle$$

- m：カレントクォーク質量、数MeV
- M：構成子クォーク質量、約300 MeV
- ハドロン質量のほとんどは $\langle \bar{q}q \rangle$ によって生成される

$$M_N \sim 3M \gg 3m$$

南部ゴールドストーン（NG）ボソンの出現

- 自発的破れに伴う無質量粒子
- π中間子：他のハドロンに比べて軽い

$$m_\pi \sim 140 \text{ MeV}, \quad m_\rho \sim 770 \text{ MeV}, \quad M_N \sim 940 \text{ MeV}$$

低エネルギー定理

低エネルギー定理

- カイラル対称性が支配する物理量の関係式
- カレント代数の方法を用いて導出された

Gell-Mann Oaks Renner 関係式

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -m\langle \bar{q}q \rangle + \cdots$$

- π質量がクォーク質量、カイラル凝縮、π崩壊定数 f_π で決まる

Weinberg-Tomozawa 定理

$$a \propto \frac{1}{f_\pi^2}\left(I(I+1) - \frac{11}{4} \right) + \cdots$$

- $\pi\pi$散乱長、πN散乱長などが f_π で決まる

目次

有効場の理論

有効場の理論（Effective field theory）

- 微視的理論の低エネルギー現象（$p \ll \Lambda$）を記述する
- 微視的理論の対称性を尊重して構成
- 短距離の物理（$r \ll 1/\Lambda$）は低エネルギー定数で表現される

例）QEDとEuler-Heisenberg作用

$$\mathscr{L}_{\rm QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}_e(i\gamma^\mu D_\mu - m_e)\psi_e$$

- 光子と電子の微視的理論

$$\mathscr{L}_{\rm EH} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + c_1(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu})^2 + c_2(F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu})^2 + \cdots$$

- 光子のみの有効場の理論、$E \ll \Lambda = m_e$で有効
- $U(1)$ゲージ対称性、ローレンツ対称性、パリティ対称性

カイラル摂動論

カイラル摂動論（Chiral Perturbation theory、ChPT）

- 原理の確立

S. Weinberg, Physica A 96, 327 (1979)

- 実際の応用

J. Gasser, H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 250, 465 (1985), …

理論の構成方法（まずは π のみ）

1) 有効ラグランジアンを作る

2) ファインマン図のパワーカウンティング

3) 次数毎にくりこみを行う

4) 低エネルギー定数を決定する

有効ラグランジアンの構成

対称性の尊重

- QCDでのクォークのカイラル変換：(R, L)
- (R, L)でのπ場の変換性を決定（非線形表現）
- 変換の下で不変な最も一般的なラグランジアン：無限個の項

低エネルギー展開

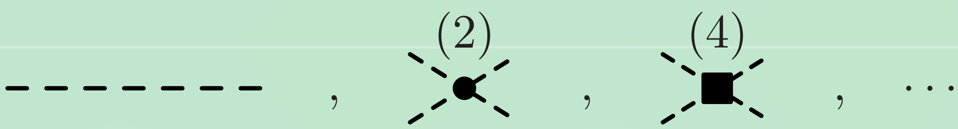
- ラグランジアンの微分 ~ ファインマン図の運動量
- 微分の数が少ない項が低エネルギーで支配的

$$\mathscr{L}^{\pi}_{\mathrm{ChPT}} = \mathscr{L}^{(2)}(\pi) + \mathscr{L}^{(4)}(\pi) + \mathscr{L}^{(6)}(\pi) + \cdots$$

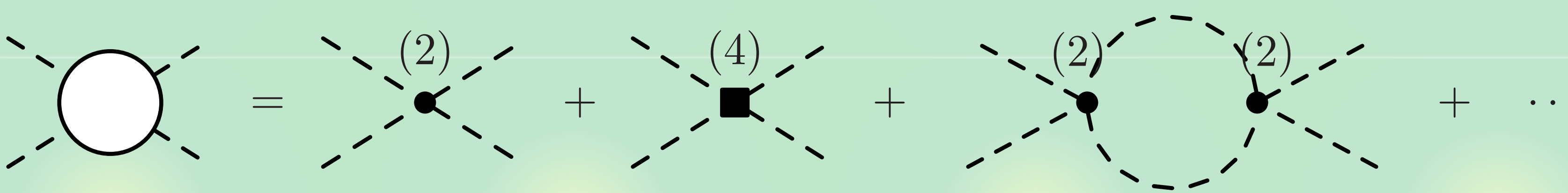
$p \ll \Lambda$の現象は有限項のラグランジアンで記述される

ファインマン図とパワーカウンティング

ファインマン図の部品がラグランジアンで与えられる



任意の過程に寄与するファインマン図は無限個



LO（Leading order、$\mathcal{O}(p^2)$）

NLO（Next to leading order、$\mathcal{O}(p^4)$）

ファインマン図のカウンティング：有限個の図による摂動計算

- LOが低エネルギー定理、高次項はその補正

くりこみ可能性

くりこみの手続き

- ループ積分は一般に紫外発散する
- カットオフμを導入し有限にする（regularization）
- 同じ次数の低エネルギー定数にμ依存性を導入

πのみのカイラル摂動論の場合

- 次数毎に現れる発散に対応した低エネルギー定数が存在

—> 観測量がμ非依存にできる（くりこめる）

$$T = L_i(\mu) + I(\mu)$$

次数毎で（order by order）くりこみ可能

低エネルギー定数

低エネルギー定数

- くりこみ後、何らかの実験データと比較して決定
- 摂動の次数をあげると数が増える

$$\mathscr{L}^{\pi}_{\mathrm{ChPT}} = \mathscr{L}^{(2)}(\pi) + \mathscr{L}^{(4)}(\pi) + \mathscr{L}^{(6)}(\pi) + \cdots$$

２個　　１２個　　９４個

同じ定数が様々な過程に寄与：一度決めたら他を予言できる

例）崩壊定数 f_π

- π の弱崩壊で決定
- Weinberg-Tomozawa定理で散乱長を予言

摂動の次数の低エネルギー定数より多くのデータが必要

核子場

核子場 N の導入

- (R, L)での N の変換性を決定（非線形表現）
- 変換の下で不変な最も一般的なラグランジアンを作る
- 核子数は保存量なので、核子数毎にラグランジアンを構成

核子数１の系の低エネルギー展開

- 微分の数が少ない項が低エネルギーで支配的

$$\mathscr{L}^{\pi N}_{\rm ChPT} = \mathscr{L}^{(1)}(\pi, N) + \mathscr{L}^{(2)}(\pi, N) + \mathscr{L}^{(3)}(\pi, N) + \cdots$$

- 奇数次項が許される（γ_μがあるため）

核子を含むChPT

問題点1：核子のエネルギーと運動量に差が生じる

- π ：$(\sqrt{m_\pi^2 + \mathbf{p}^2}, \mathbf{p})$、$N$ ：$(\sqrt{M_N^2 + \mathbf{p}^2}, \mathbf{p})$

∝クォーク質量、小さい　　∝ 自発的破れ、小さくない

- 運動量が小さくても核子のエネルギーは小さくない

問題点2：高次の頂点を用いたループが低次の発散を出す

- くりこみが破綻

解決方法

- 非相対論極限からの展開（Heavy baryon ChPT）
- 共変性を保って定式化（Infrared Regularization, EOMS）

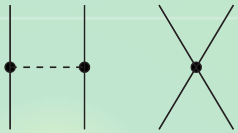
核力の記述

核子数２の系

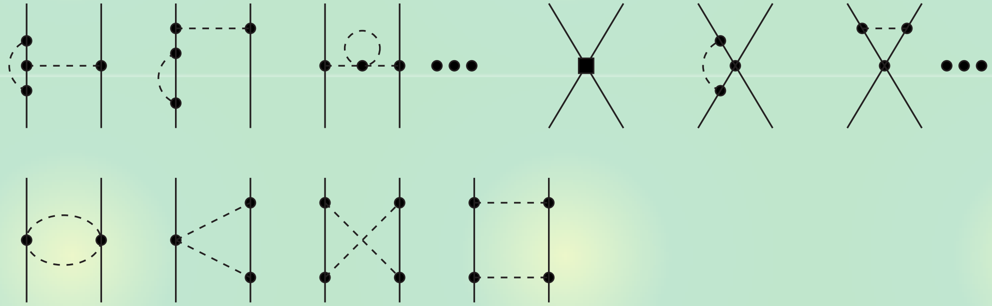
$$\mathscr{L}^{NN}_{\mathrm{ChPT}} = \mathscr{L}^{(0)}(N) + \mathscr{L}^{(2)}(N) + \mathscr{L}^{(4)}(N) + \cdots$$

- カウンティングを整理し、$\mathscr{L}^{\pi}_{\mathrm{ChPT}}$, $\mathscr{L}^{\pi N}_{\mathrm{ChPT}}$と合わせると

Leading order



Next–to–leading order



E. Epelbaum, H.W. Hammer, U.G. Meissner, Rev. Mod. Phys. 81, 1773 (2008)

核力の記述

摂動計算の問題点：束縛状態（重陽子）が記述できない

$$\sum_{n=0}^{N} x^n = 1 + x + \cdots + x^N$$

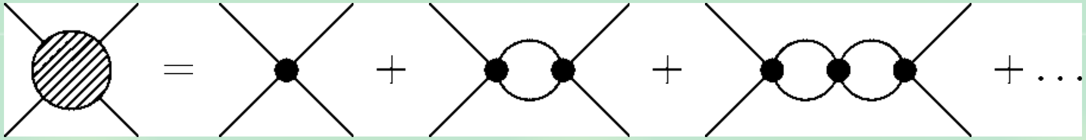
有限項の和はxの正則関数

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + \cdots = \frac{1}{1-x}$$

無限級数の和は極を持つ

束縛状態を記述するにはある種の図を無限個足す必要がある

- Lippmann-Schwinger方程式（再総和）



c.f.) 摂動計算とシュレディンガー方程式の厳密解

- 結合定数が小さくないことに対応

カイラルEFT

再総和の方法

- カイラル摂動論を用いてポテンシャル V を導出

$$V = V_{\mathrm{LO}} + V_{\mathrm{NLO}} + V_{\mathrm{N^2LO}} + \cdots$$

- V をLS方程式に代入し散乱振幅 T を決定

$$\begin{aligned} T &= V + VGT \\ &= V + VGV + VGVGV + \cdots \end{aligned}$$

ループ、カットオフを含む

くりこみについて

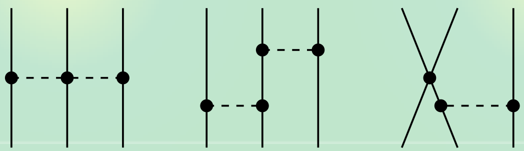
- ポテンシャル V は次数ごとにくりこみ可能
- LS方程式のカットオフ依存性は残る —> 理論の不定性

３体力

核子数３の系

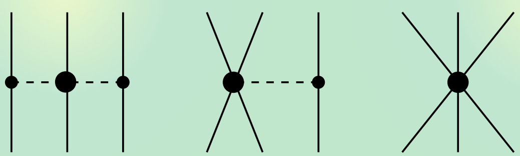
- ２体力と同じ枠組みで計算可能

Next–to–leading order



—> ２体力のoff-shell成分とキャンセル

Next–to–next–to–leading order



- ３体力はN^{2}LOから始まる（２体力はLO）

—> 核力の主要な部分は２体力

- ４体力、５体力はさらにsuppressされる

まとめ

- カイラル対称性と自発的破れ
  - 構成子クォーク質量の生成
  - 南部ゴールドストーンボソン π の出現
- カイラル摂動論、カイラルEFT
  - 低エネルギー定理を自然に満たす枠組み
  - 次数を上げることで精度を向上できる
  - 核力の場合は再総和が必要
  - 多体力も整合的に取り扱える