

量子力学IIレポート課題 [第2回] 提出期限：2024.5.1 (2024.4.24 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

生成消滅演算子の交換関係を

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1, \quad [\hat{a}, \hat{a}] = [\hat{a}^\dagger, \hat{a}^\dagger] = 0,$$

とし、数演算子 \hat{n} と演算子 \hat{b} を

$$\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad \hat{b} = \mu \hat{a} + \nu \hat{a}^\dagger$$

と定義する。ただし μ, ν は複素数で

$$|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$$

の関係を満たすとする。次の問に答えよ。

1. 数演算子 \hat{n} と生成演算子 \hat{a}^\dagger の以下の交換関係を示せ。

$$[\hat{n}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger$$

2. 数学的帰納法を用いて以下の交換関係を示せ。

$$[\hat{a}, (\hat{a}^\dagger)^\ell] = \ell (\hat{a}^\dagger)^{\ell-1}, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots$$

3. 演算子 \hat{b} とそのエルミート共役 \hat{b}^\dagger に対する以下の交換関係を示せ。

$$[\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$$

講義についての質問や、ご意見ご要望があれば末尾に書いてください。