

## 7 ハドロン物理学概観

### 7.1 ハドロンの種類と分類

- **ハドロン**：強い相互作用をする粒子（メソンとバリオン）の総称
  - 強い相互作用によるクォークとグルーオンの自己束縛系
  - **バリオン**（重粒子）：陽子  $p$ 、中性子  $n$  などのフェルミオン、クォーク模型では3クォーク系 ( $qqq$ )
  - **メソン**（中間子）： $\pi$  中間子などのボソン、クォーク模型ではクォーク・反クォーク対 ( $\bar{q}q$ )
  - 約 300 種以上が観測されている（表 7 に例を示す）
  - **保存量子数**で種類が分類される
- ハドロンを分類する量子数
  - バリオン数  $B$ ：クォークの位相変換に対する粒子数、バリオンは  $B = 1$ 、メソンは  $B = 0$
  - 固有スピン  $J$ ：空間回転に対する変換性、バリオンは半整数 ( $1/2, 3/2, \dots$ )、メソンは整数 ( $0, 1, 2, \dots$ )
  - 固有パリティ  $P$ ：空間反転に対する変換性、+ または -  
通常スピンとパリティを  $J^P$  のように表記する
  - **フレーバー**：アイソスピン  $I$ 、ストレンジネス  $S$ 、チャーム  $C$ 、ボトムネス  $B'$ 、トップネス  $T$   
クォークのフレーバーに起因する量子数、 $S, C, B', T$  は整数で  $I = 0, 1/2, 1, 3/2, \dots$
- 同じ量子数でも基底状態や励起状態が存在  $\Rightarrow$  質量で励起状態を指定する
- 励起状態は一般に強い相互作用による崩壊に対して不安定  $\Rightarrow$  有限の崩壊幅を持つ

表 7: ハドロンの性質。基底状態の質量は Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov>) による平均値、励起状態の質量、崩壊幅は Breit-Wigner Mass、Width の中心値。ボトムネス  $B'$ 、トップネス  $T$  は全て 0。

	$B$	$J^P$	$I$	$S$	$C$	アイソスピン多重項の粒子	質量 [MeV]	崩壊幅 [MeV]
$N$	1	$1/2^+$	$1/2$	0	0	$p, n$	939	-
$\Lambda$	1	$1/2^+$	0	-1	0	$\Lambda$	1116	-
$\Sigma$	1	$1/2^+$	1	-1	0	$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-$	1193	-
$\Xi$	1	$1/2^+$	$1/2$	-2	0	$\Xi^0, \Xi^-$	1318	-
$N(1440)$	1	$1/2^+$	$1/2$	0	0	$N^+(1440), N^0(1440)$	$\sim 1440$	$\sim 350$
$N(1535)$	1	$1/2^-$	$1/2$	0	0	$N^+(1535), N^0(1535)$	$\sim 1530$	$\sim 150$
$\Delta(1232)$	1	$3/2^+$	$3/2$	0	0	$\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$	$\sim 1232$	$\sim 117$
$\Lambda_c$	1	$1/2^+$	0	0	+1	$\Lambda_c^+$	$\sim 2286$	-
$\pi$	0	$0^-$	1	0	0	$\pi^+, \pi^0, \pi^-$	138	-
$K$	0	$0^-$	$1/2$	+1	0	$K^+, K^0$	496	-
$\bar{K}$	0	$0^-$	$1/2$	-1	0	$\bar{K}^0, K^-$	496	-
$\eta$	0	$0^-$	0	0	0	$\eta$	548	-
$\rho$	0	$1^-$	1	0	0	$\rho^+, \rho^0, \rho^-$	$\sim 775$	$\sim 148$
$D$	0	$0^-$	$1/2$	0	+1	$D^+, D^0$	1867	-

## 7.2 ハドロン反応と量子数の保存

- アイソスピン多重項：アイソスピン  $I$  の状態には  $2I + 1$  個の状態が含まれる  
例)  $N(I = 1/2) = \{p, n\}$
- 多重項の粒子は右肩に電荷  $Q$  を表示して区別 (+2 は ++ と表記)  
例)  $\pi(I = 1) = \{\pi^+, \pi^0, \pi^-\}$
- ゲルマン・中野・西島の法則：電荷とフレーバー量子数の関係

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \quad (146)$$

**ハイパーチャージ  $Y$** ：バリオン数 + アイソスピン以外のフレーバー量子数

$$Y = B + S + C + B' + T \quad (147)$$

例)  $\pi^+$  は  $Q = +1$ 、バリオン数  $B = 0$ 、アイソスピン以外にフレーバー量子数をもたないので

$$I_3 = +1 - \frac{0}{2} = +1 \quad (148)$$

- 強い相互作用：バリオン数  $B$ 、ハイパーチャージ  $Y$ 、アイソスピンの第3成分  $I_3$  が保存



$$B : 0 + 1 \rightarrow 0 + 1$$

$$Y : 0 + 1 \rightarrow +1 + 0$$

$$I_3 : -1 + 1/2 \rightarrow -1/2 + 0$$

- 弱い相互作用では必ずしも保存しない (レプトンの量子数は数えない)



$$B : 1 \rightarrow 1$$

$$Y : 1 \rightarrow 1$$

$$I_3 : -1/2 \rightarrow +1/2 \text{ (保存していない)}$$

- ハドロンの典型的な寿命：厳密には陽子以外のハドロンは全て不安定



$\tau_{\text{強}} \ll \tau_{\text{電}}, \tau_{\text{弱}}$  なのでハドロン物理では強い相互作用以外での崩壊は考慮しないことも多い

### 問題 7.1\*

1) 以下の粒子について、ハイパーチャージ  $Y$  とアイソスピンの第3成分  $I_3$  を計算せよ。

a)  $\pi^0$ , b)  $\pi^-$ , c)  $K^-$ , d)  $\Sigma^+$ , e)  $\Delta^{++}$ , f)  $\Lambda_c^+$

2) 以下の反応の前後での量子数を調べ、強い相互作用と弱い相互作用に分類せよ。

a)  $\pi^+ n \rightarrow \pi^0 p$ , b)  $K^- p \rightarrow \pi^- \Sigma^+$  c)  $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$  d)  $\Lambda_c^+ \rightarrow K^- \pi^+ p$

### 7.3 強い相互作用の基本自由度

- **クォーク、グルーオン**：強い相互作用をする素粒子
- 量子色力学 (QCD) のラグランジアン (繰り返してある添字は和をとる、詳しくは §12)

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + \bar{q}_{\alpha,f}(i\gamma^\mu D_\mu^{\alpha\beta} - m_f \delta^{\alpha\beta})q_{\beta,f} \quad (154)$$

$\bar{q}_{\alpha,f}, q_{\beta,f}$  : クォーク場

$G_{\mu\nu}^a$  : グルーオン場からなる field strength、 $D_\mu^{\alpha\beta}$  : 共変微分

- **カラー**：クォーク、グルーオンが持つ内部自由度、色電荷  
クォーク：3 自由度 ( $\alpha = 1, 2, 3$ , SU(3) の基本表現)  
グルーオン：8 自由度 ( $a = 1, 2, \dots, 8$ , SU(3) の随伴表現)
- **カラーの閉じ込め**：ハドロンはカラー白色 (色電荷中性) のみが存在
- **フレーバー**：クォークの持つ内部自由度  $f = u, d, s, c, b, t$   
 $u$  : アップ、 $d$  : ダウン、 $s$  : ストレンジ、 $c$  : チャーム、 $b$  : ボトム、 $t$  : トップ
- グルーオンはフレーバーを持たない  
⇒ 強い相互作用ではクォークのフレーバーは変化しない (フレーバー量子数の保存)
- 弱い相互作用はクォークのフレーバーを変化させる ( $d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$ )  
トップクォークはハドロンを作らない (Cabibbo favored weak decay)
- **スピン、パリティ**  
クォーク： $J^P = 1/2^+$  (パリティは定義)  
グルーオン： $J^P = 1^-$
- クォークの電荷：素電荷  $e$  の分数倍 (表 8 参照)
- 質量  $m_f$ ：ヒッグス機構によりフレーバーごとに異なる質量  
幅広いスケール (数 MeV から  $1.7 \times 10^5$  MeV)
- 低エネルギーで**非摂動的**：ハドロンの性質は QCD から直接計算できない ⇒ 対称性などが重要

表 8: クォークの量子数と質量。  $u, d, s$  クォークの質量は  $\overline{\text{MS}}$  繰り込みでスケール  $\mu \approx 2$  GeV での値、  $c, b$  クォークはそれぞれ  $\mu = m_c, \mu = m_b$  での値、  $t$  クォークは direct measurements での値。 Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov>) による。

	$Q$	$I_3$	$S$	$C$	$B$	$T$	質量
$u$	+2/3	+1/2	0	0	0	0	$2.16_{-0.26}^{+0.49}$ MeV
$d$	-1/3	-1/2	0	0	0	0	$4.67_{-0.17}^{+0.48}$ MeV
$s$	-1/3	0	-1	0	0	0	$93.4_{-3.4}^{+8.6}$ MeV
$c$	+2/3	0	0	+1	0	0	$1.27 \pm 0.02$ GeV
$b$	-1/3	0	0	0	-1	0	$4.18_{-0.02}^{+0.03}$ GeV
$t$	+2/3	0	0	0	0	+1	$172.69 \pm 0.30$ GeV

## 7.4 ハドロン物理の歴史

- 素粒子標準理論の成立
  - 電弱統一理論：ワインバーグ、サラム、グラシヨー、1979年ノーベル物理学賞
  - QCD はいくつかの概念の集積で完成
- 理論の進展と主な粒子の発見
  - 1932年：中性子の発見（チャドウィック、1935年ノーベル物理学賞）
  - 1935年：中間子論（湯川、1947年ノーベル物理学賞）
  - 1947年： $\pi$  中間子の発見（パウエル、1950年ノーベル物理学賞）
  - 1947年：ストレンジ粒子の発見（ロチェスター、バトラー）
  - 1954年：**非可換ゲージ理論**（ヤン、ミルズ）
  - 1961年：自発的対称性の破れ（南部、2008年ノーベル物理学賞）
  - 1961年：フレーバー SU(3) 対称性（ゲルマン、1969年ノーベル物理学賞）
  - 1964年： $\Omega^-$  の発見（BNL）
  - 1964年：**クォーク**の導入（ゲルマン、ツヴァイク）
  - 1965年：**カラー**の導入（ハン、南部）
  - 1974年：漸近自由性（グロス、ウィルチェック、ポリツァー、2004年ノーベル物理学賞）
  - 1974年： $J/\psi$ （チャーム）の発見（ティン、リヒター、1976年ノーベル物理学賞）
  - 1977年： $\Upsilon$ （ボトム）の発見（Fermilab E288）
  - 1995年：トップクォークの発見（CDF、D0）
- ストレンジ粒子の発見：霧箱（荷電粒子の飛跡を記録）中の V 字型の飛跡を残す事象  
現在では以下の崩壊であることが判明

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \quad \Lambda \rightarrow p + \pi^- \quad (155)$$

奇妙な性質：

- 生成反応 (149) は霧箱中で頻繁に起こる：強い相互作用を示唆
- ハドロンへと崩壊 (155)：強い相互作用を示唆
- 数 cm の飛跡：

$$\tau \sim \frac{3\text{cm}}{c} \sim 10^{-10} \text{ 秒} \quad (156)$$

弱い相互作用？

**ストレンジネス**（強い相互作用で保存、弱い相互作用では保存しない）の導入により解決

- カラーの導入：クォークの統計性の問題
  - O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13**, 598 (1964)：パラ統計、本質的に  $S_3$  対称性
  - M. Y. Han and Y. Nambu, Phys. Rev. **139**, B1006 (1965)：内部自由度としての SU(3) 対称性
  - D.B. Lichtenberg, “Unitary symmetry and elementary particles” (New York : Academic Press, 1970)：「カラー」という言葉？

## 8 対称性

### 8.1 変換と対称性

#### 8.1.1 古典力学

- 物理系の**変換**

- **連続的**変換：微小変化がある変換

例) 空間回転 ( $z$  軸周りの角度  $\theta$  の回転の場合)

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{r}' = R\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \cos\theta - y \sin\theta \\ x \sin\theta + y \cos\theta \\ z \end{pmatrix} \quad (157)$$

同様に  $x$  軸周りの回転、 $y$  軸周りの回転の3種がある

他に時空間並進、ローレンツブーストなど

- **離散的**変換：微小変化がなく離散的な値のみの変換

例) パリティ (空間反転) 変換:

$$\mathbf{r} \rightarrow P\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\mathbf{r} \quad (158)$$

他に時間反転、荷電共役など

- **対称性**: ハミルトニアンを不変 (= 同じ物理法則が成り立つ) に保つ変換

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \rightarrow H(\mathbf{r}', \mathbf{p}') = H(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \quad (159)$$

#### 8.1.2 量子力学

- 変換の下で量子状態  $|\psi\rangle$  (波動関数) も変化

状態  $|\psi\rangle$  の回転は回転角  $\theta$  で決まる演算子  $U(\theta)$  で与えられる ( $R$  はベクトル  $\mathbf{r}$  に対する演算子)

$$|\psi(\mathbf{r})\rangle \rightarrow U(\theta) |\psi(\mathbf{r})\rangle \propto |\psi(\mathbf{r}')\rangle \quad (160)$$

- 確率密度を保存するには、変換は状態のノルムを不変に保つ必要がある

$|\psi\rangle \rightarrow U|\psi\rangle$  のとき、 $\langle\psi| \rightarrow \langle\psi|U^\dagger$  なので

$$\langle\psi|\psi\rangle \rightarrow \langle\psi|U^\dagger U|\psi\rangle = \langle\psi|\psi\rangle \quad (161)$$

つまり変換は**ユニタリー演算子**で表現される

$$U^\dagger U = 1 \quad \Leftrightarrow \quad U^\dagger = U^{-1} \quad (162)$$

- 量子力学の物理法則: シュレディンガー方程式

$$H|\psi\rangle = E|\psi\rangle \quad (163)$$

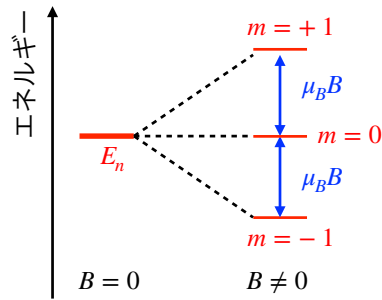


図 22:  $l = 1$  状態に対するゼーマン効果の模式図。

変換後の状態  $U|\psi\rangle$  が同じシュレディンガー方程式に従うとすると

$$HU|\psi\rangle = EU|\psi\rangle \quad (164)$$

両辺に  $U^\dagger$  を左から作用させると、 $U^\dagger U = 1$  なので

$$U^\dagger HU|\psi\rangle = E|\psi\rangle = H|\psi\rangle \quad (165)$$

これが任意の状態  $|\psi\rangle$  に対して成立するには  $U$  が  $H$  と交換する必要がある

$$U^\dagger HU = H \Leftrightarrow [H, U] = 0 \quad (166)$$

### 8.1.3 対称性の重要性

- **保存則**：連続対称性（連続的変換に対する対称性）には対応する保存量が存在する（ネーターの定理）
  - 時間並進対称性 ( $t \rightarrow t + a$ )  $\Rightarrow$  エネルギーの保存
  - 空間並進対称性 ( $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} + \mathbf{a}$ )  $\Rightarrow$  運動量の保存
  - 空間回転対称性 ( $\mathbf{r} \rightarrow R\mathbf{r}$ )  $\Rightarrow$  角運動量の保存
- 対称性があれば ( $[H, U] = 0$ )、シュレディンガー方程式を解かなくても（解けなくても）従う性質がある
  - 回転対称性：中心力  $\Rightarrow$  角運動量  $l$  の状態は  $2l + 1$  次元表現の多重項に属する
  - 水素原子の固有状態で、磁気量子数  $m$  の異なる  $2l + 1$  個の状態は縮退する

$\Rightarrow$  QCD（解けない理論）の対称性がハドロンの性質に制限を与える

- 対称性のあからさまな破れ：ハミルトニアンに式 (166) を満たさない項が存在する場合

$$[H, U] \neq 0 \quad (167)$$

例：ゼーマン効果（磁場中の水素原子）

- 外部磁場（例えば  $z$  方向）は回転対称性を破る  $\Rightarrow m$  毎に準位が分裂
- 準位間隔は  $\mu_B B$  に比例し等間隔（磁場が弱い場合、図 22）

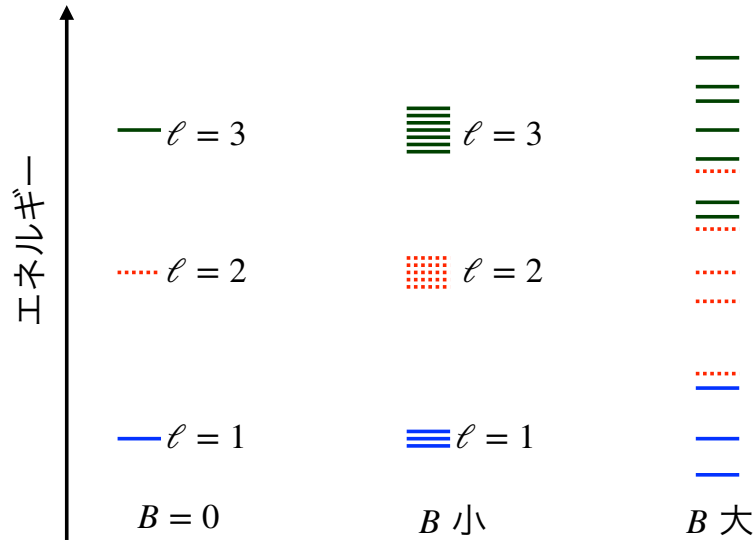


図 23: 磁場による対称性のあからさまな破れのエネルギー準位への影響の模式図。左：磁場が無い場合、中：磁場が弱い場合、右：磁場が強い場合

- 破れの効果（準位分裂のエネルギー  $\mu_B B$ ）が（元の準位間隔  $\Delta E_\ell$  に比べて）小さい場合（図 23 中）

$$\Delta E_\ell \gg \mu_B B \quad (168)$$

$2\ell + 1$  個の状態は近似的に縮退

⇒ 対称性とその破れでエネルギー準位構造が理解できる

- 破れの効果（磁場の強さ  $B$ ）が大きい場合（図 23 右）  
準位間隔は等間隔とは限らず、 $\ell$  の異なる状態が区別できない  
⇒ 対称性を考える意味がない

- 対称性の自発的破れ（詳しくは §13）

ハミルトニアンは対称性を持つが、状態が対称性を破る

$$[H, U] = 0, \quad U|\psi\rangle \neq |\psi\rangle \quad (\text{あくまで形式的な記法}) \quad (169)$$

### 問題 8.1

- 3次元空間中の質量  $m$  の粒子のハミルトニアン

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \quad (170)$$

の運動エネルギー項は、極座標で座標表示すると動径座標  $r$  と角運動量演算子  $\mathbf{L}$  を用いて表現できる。一般のポテンシャルでは  $[H, \mathbf{L}] \neq \mathbf{0}$  だがポテンシャルが中心力の場合（つまり  $V(\mathbf{r}) = V(r)$ ）は  $[H, \mathbf{L}] = \mathbf{0}$  となることを説明せよ（ $\mathbf{L}$  は無限小回転の生成子）。

- 中心力中の電荷  $Q$  の荷電粒子（スピン 0）に外部磁場  $\mathbf{B}$  をかけると、ハミルトニアンは

$$H_B = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(r) - \gamma_\ell \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \quad (171)$$

となる。 $[H_B, \mathbf{L}] \neq \mathbf{0}$  を説明せよ。