

強い相互作用と ハドロン物理



兵藤 哲雄

東京都立大学 原子核ハドロン物理研究室

2023, May 31st 1



導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



ハドロン物理と対称性

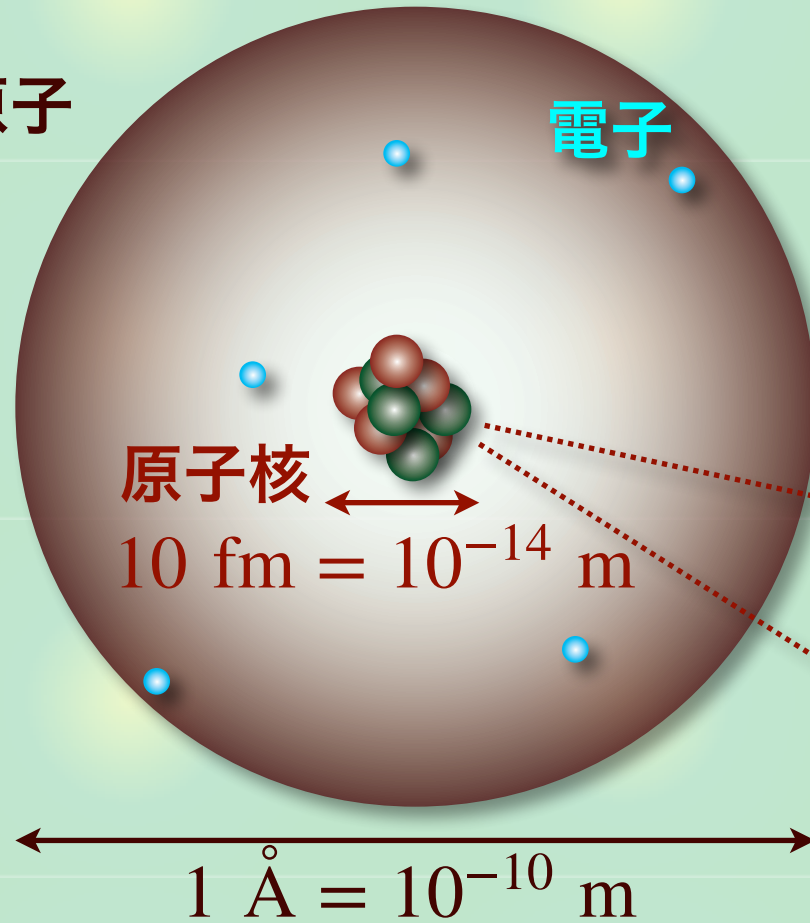
- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



まとめ

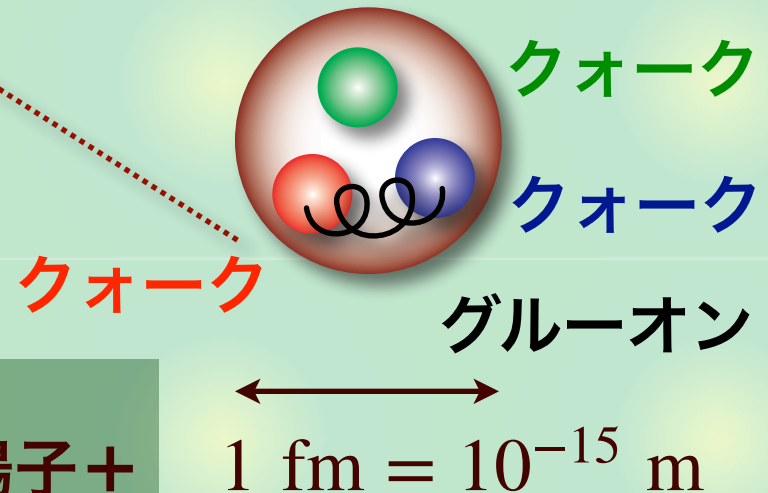
原子、原子核、ハドロン

原子



ハドロン物理学

ハドロン(核子など)の性質を
QCDから理解する



原子核物理学

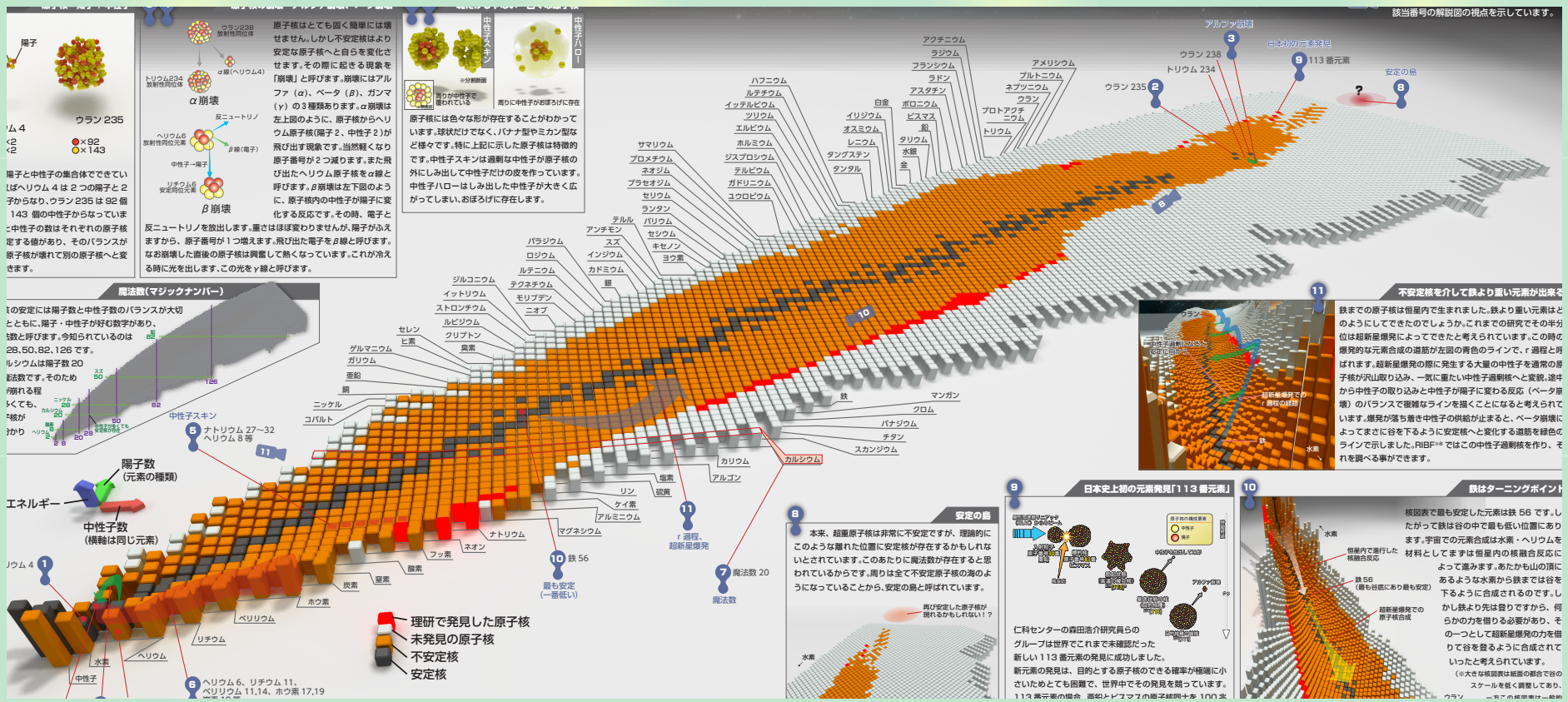
原子核(多体系)の性質を核子(陽子+
中性子)間の相互作用から理解する

原子核とは

原子核：陽子 p と中性子 n の自己束縛系（勝手に分解しない）

- 水素、鉄、鉛、ニホニウム...など

- 安定核約300種、不安定核約2000種、未発見約4000種



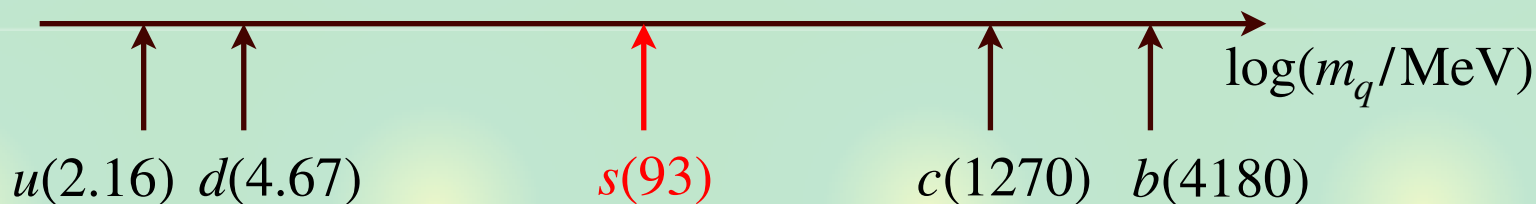
クォークとは

クォークのカラー

- クォークの持つ（スピンのような）内部自由度
- クォーク：赤、青、緑 ● ● ●
- 反クォーク：反赤、反青、反緑 ● ● ●

クォークのフレーバー

- クォークの種類 (u, d, s, c, b, t)
- フレーバー毎に質量が異なる



- トップ (t) クォークはハドロンを作らない

基本法則の探究

ニュートンの運動方程式

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F$$



- 単振動

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

- 回転の運動方程式

$$\frac{dL}{dt} = N$$

- 仕事とエネルギーの関係

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \int_{r_A}^{r_B} F \cdot dr$$

多くの現象を説明する少数の「法則」を解明する

日常的な力の源

日常的な力は根源的には2種の相互作用を源としている

- 重力：りんごが木から落ちる、月が地球のまわりを回る...

$$\mathbf{F}_{A \leftarrow B} = G \frac{m_A m_B}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|^2} \frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|}$$

- 電磁気力：電流が流れる、磁石が引き寄せ合う...

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}$$

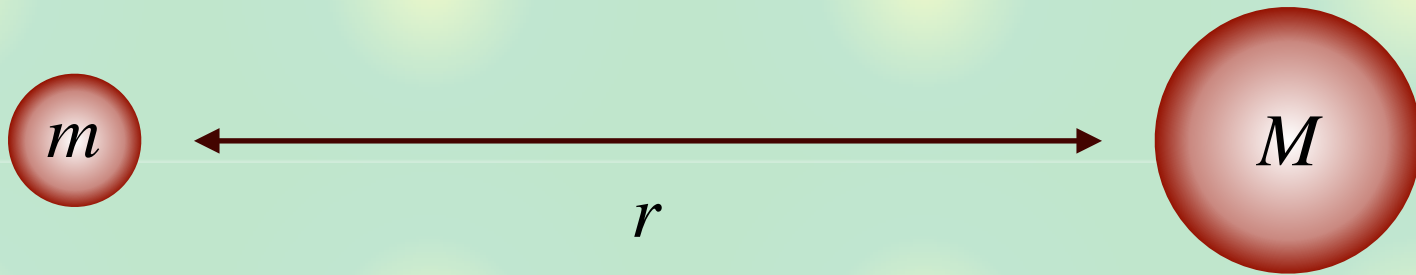
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$$

これら以外に力（相互作用）はないのか？

重力

質量 m と M の粒子を距離 r 離して置く

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2} \quad (\text{粒子が離れる向きが正})$$

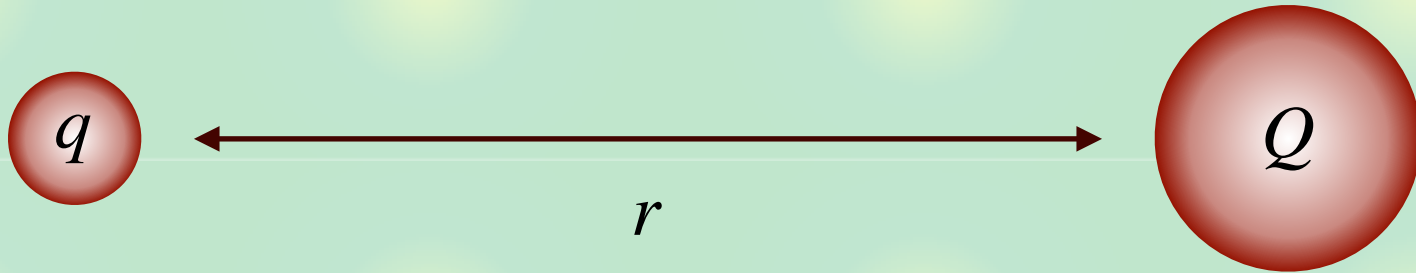


- 力は距離の2乗に反比例
- 質量が力の強さを決める
- G :万有引力定数
- 重力は常に引力

電磁気力

電荷 q と Q の粒子を距離 r 離して置く

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$$



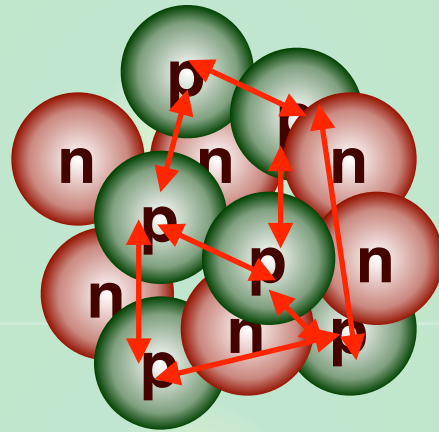
- 力は距離の2乗に反比例
- **電荷**が力の強さを決める
- $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$:クーロン結合定数
- 電磁気力は引力でも**斥力**でもある

} 重力とは**別の力**

原子核と強い相互作用

原子核：陽子、中性子の自己束縛系（勝手に分解しない）

- 例) ^{12}C (炭素)



- 陽子 (proton) : 電荷 $Q = +1$
- 中性子 (neutron) : 電荷 $Q = 0$

陽子間の電磁気力は**斥力**

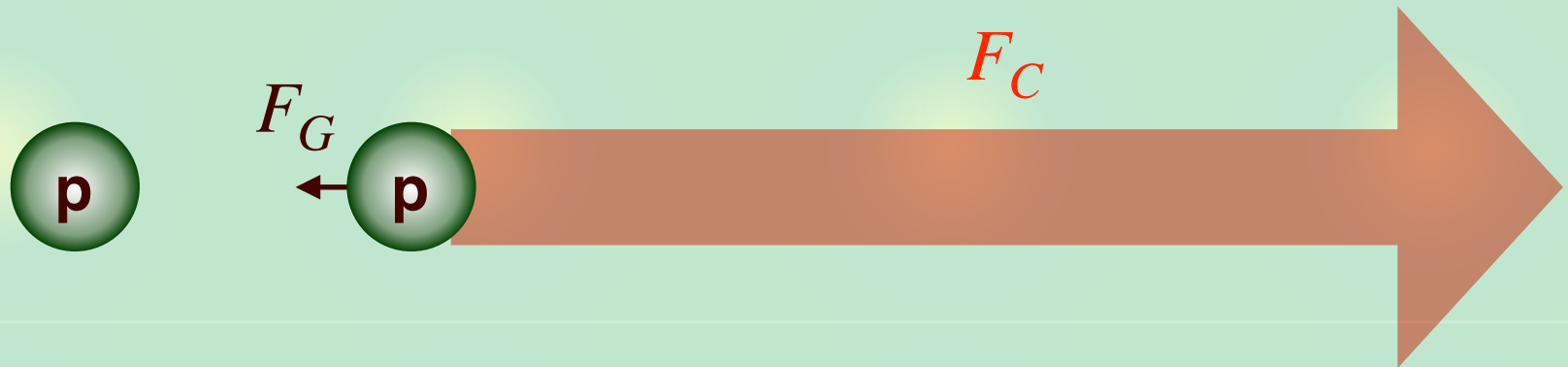
- 重力の引力で原子核を束縛できるか？

強さの比較

距離 $2 \text{ fm} = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$ 離れた陽子間の重力とクーロン力

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2} \simeq -4.8 \times 10^{-35} \text{ [N]}$$

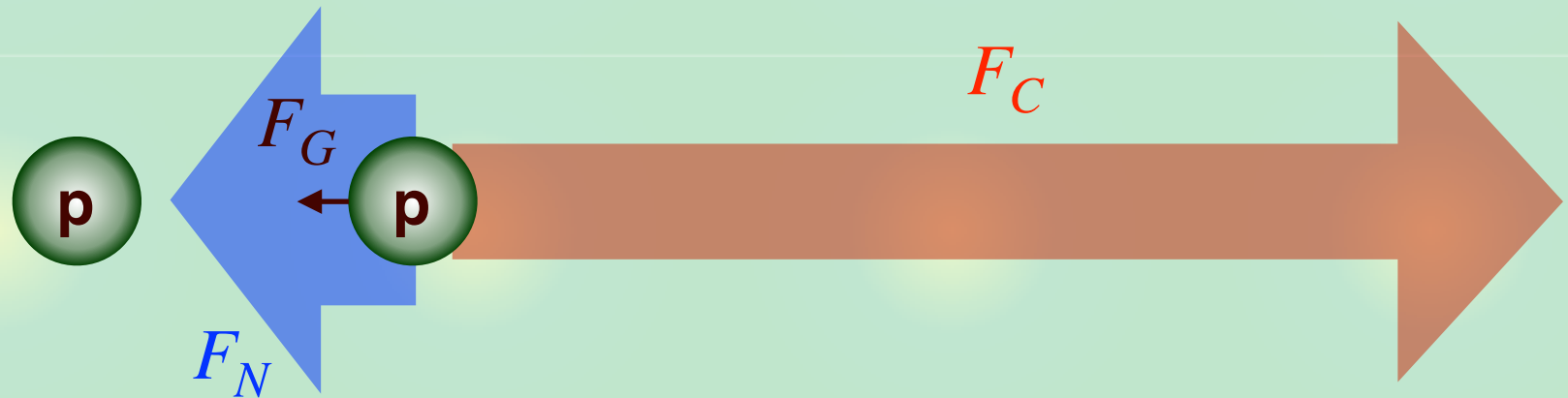
$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \simeq 5.7 \times 10^1 \text{ [N]}$$



- 重力は電磁気力に比べて非常に弱い
- 原子核を作るには**重力、電磁気力以外の相互作用**が必要

核力の強さ

核力：核子（陽子、中性子）間の引力



- 重力、電磁気力以外の相互作用
- **強い力**：クーロン斥力に打ち勝ち原子核を束縛

12 g の炭素原子核 ^{12}C を核子に分解するのに必要なエネルギー

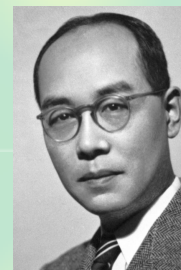
$$\sim 8.6 \times 10^{12} \text{ J} \sim 2.1 \times 10^9 \text{ kcal}$$

核力のメカニズム

核力は π 中間子の交換で媒介される

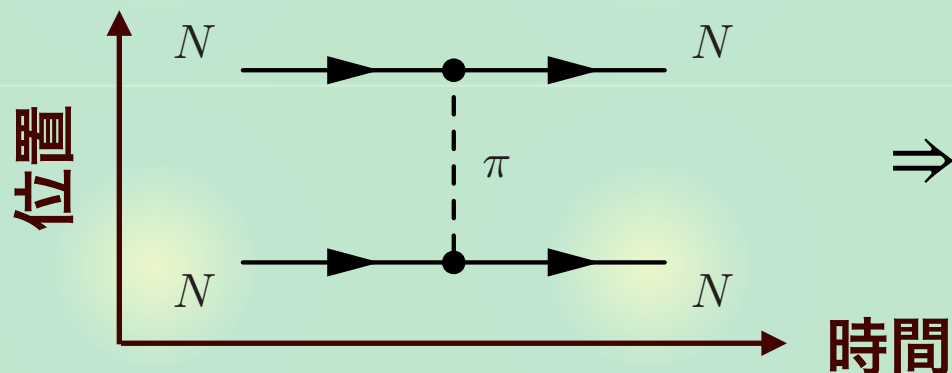


(1949年)



<https://www.nobelprize.org>

- ファインマン図による表現



$$\Rightarrow F \sim \frac{g^2}{4\pi} \frac{\exp\{-\mu r\}}{r^2}$$

- **短距離力**：距離 ~ 1 fm 以上ではほとんどゼロ（指数関数的）

- **非中心力**：距離 r だけでなく角度などに依存する

重力、電磁気力とは全く性質が異なる

4つの相互作用と素粒子標準理論

自然界には4つの基本相互作用が存在する

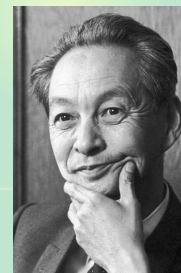
- 重力：ニュートン力学 → 一般相対性理論

標準理論

- 電磁気力：マクスウェル方程式 → 量子電磁力学 (QED)



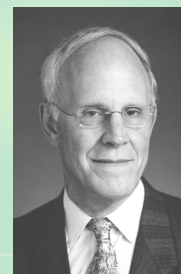
(1965年)



- 強い相互作用：量子色力学 (QCD)



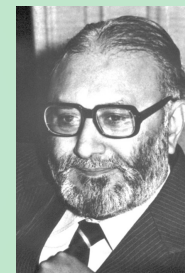
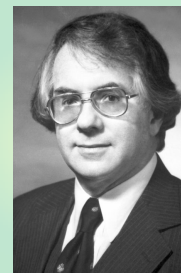
(2004年)



- 弱い相互作用：電弱統一理論

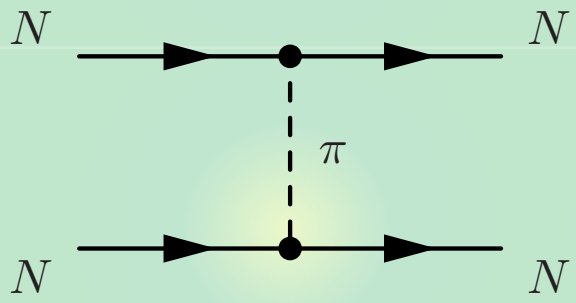
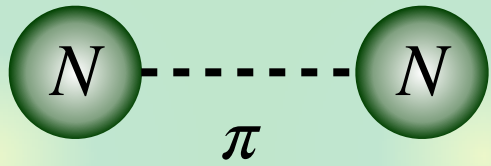


(1979年)

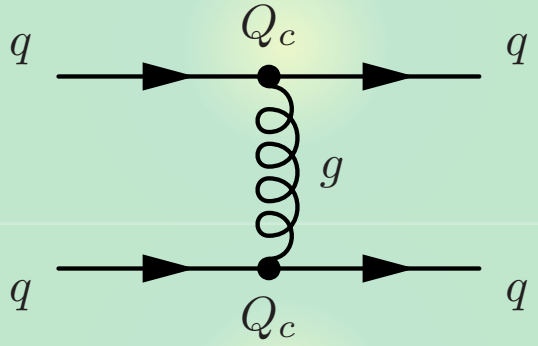
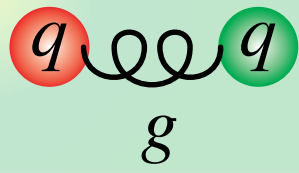


核力とQCDの相互作用

核力：核子間の強い引力



強い相互作用：クォーク・グルーオン間のQCD相互作用



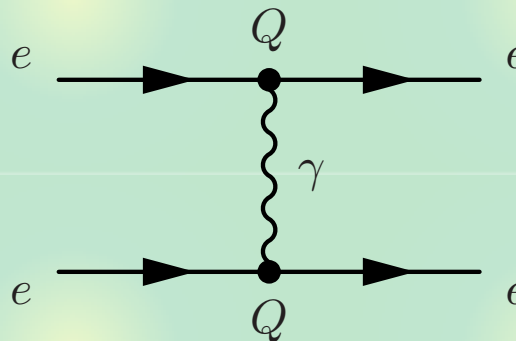
- 核子や中間子もクォーク・グルーオンからできている
- 強い核力の起源もQCDの相互作用

電磁相互作用の基礎理論

量子電磁力学 Quantum Electrodynamics, QED

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{e}(i\gamma^\mu D_\mu - m)e$$

- 電子 e と光子 γ の理論
- 量子効果を含めて電磁相互作用の全てを記述
- 光子は電荷を持たない：光子間は相互作用しない



$$\Rightarrow F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}$$

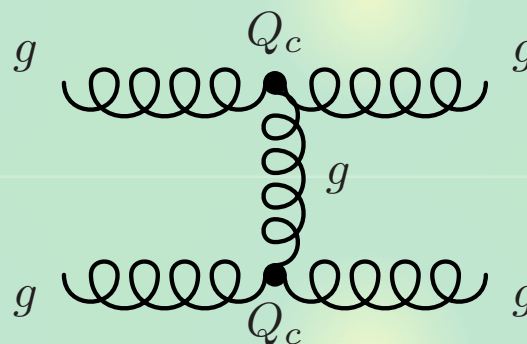
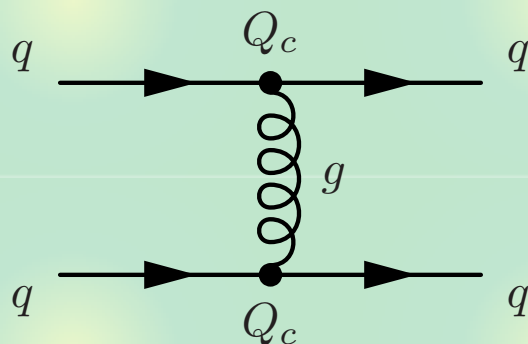
- 電子間の相互作用：クーロン力 (+量子効果)

強い相互作用の基礎理論

量子色力学 Quantum Chromodynamics, QCD

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f} (i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m_f \delta_{ij}) q_{j,f}$$

- クォーク q とグルーオン g の理論
- 量子効果を含めて強い相互作用の全てを記述
- クォークとグルーオンはカラー電荷 (a, i, j) を持つ

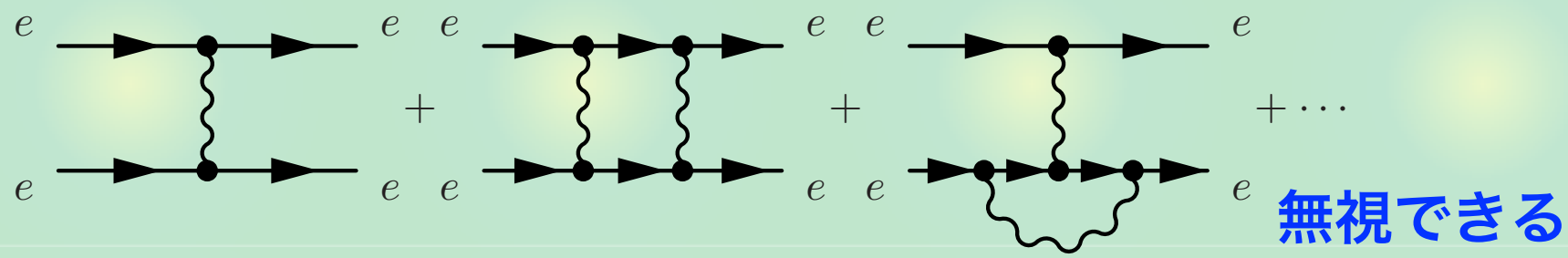


- グルーオン間も相互作用する

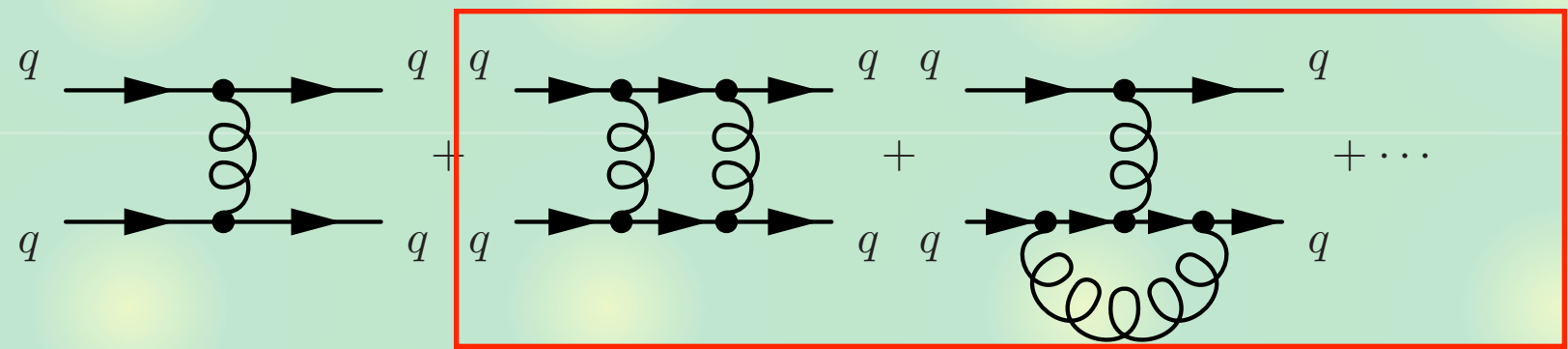
量子効果の計算

同じ始状態・終状態のファインマン図を足す（無限個）

- 電磁相互作用：量子効果が小さい（有限個の計算でOK）



- 強い相互作用：量子効果が“強い” “強い”ので無視できない！



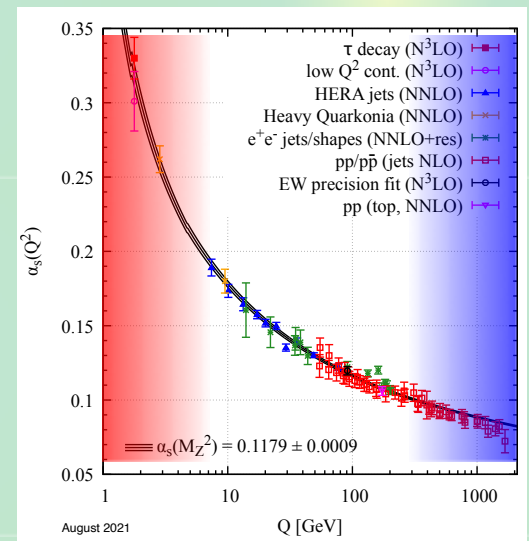
- 理論が分かっているのに解けない（標準理論でQCDだけ）

分かっているのに解けないとは？

漸近自由性

- **高エネルギー**：結合定数小（計算可能）
- **低エネルギー**：結合定数大（計算不可能）

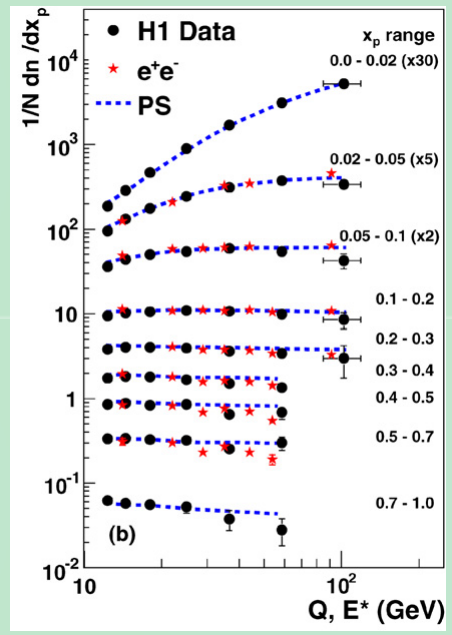
<http://pdg.lbl.gov/>



深非弾性散乱（高エネルギー電子陽子散乱）

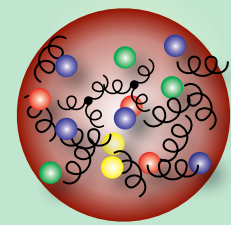
- スケーリングの破れがQCDで説明される
- QCDは**高エネルギー実験**で検証されている

F.D. Aaron *et al.* (H1 collaboration), PLB 654, 148 (2007)



ハドロン物理

- **低エネルギー**なので計算できない

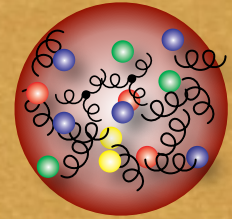


ここまでのまとめ



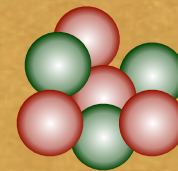
ハドロン

- クォーク、グルーオンの自己束縛系
- QCDが基本相互作用



原子核

- 陽子、中性子の自己束縛系
- 核力が基本相互作用



ハドロン物理の（一つの）目標

- 低エネルギーのQCDをどのように調べるか？



導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（アイソスピン対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



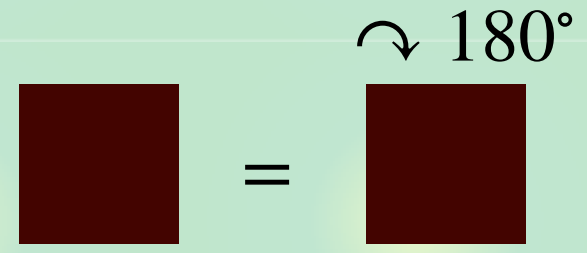
まとめ

対称性とは

対称性：物理系（ハミルトニアン）を不変に保つ変換

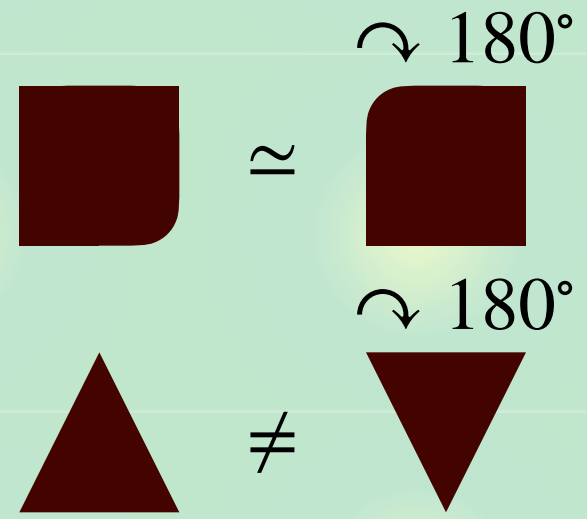
$$H \rightarrow H$$

- 理論が解けなくても分かる性質がある
- 既知の情報から予言ができる



対称性の破れ

- 厳密に対称でないとき破れているという
- 破れが小さい場合は対称性が有用



以下の目標：

- QCDの対称性と破れ → ハドロン物理への制限

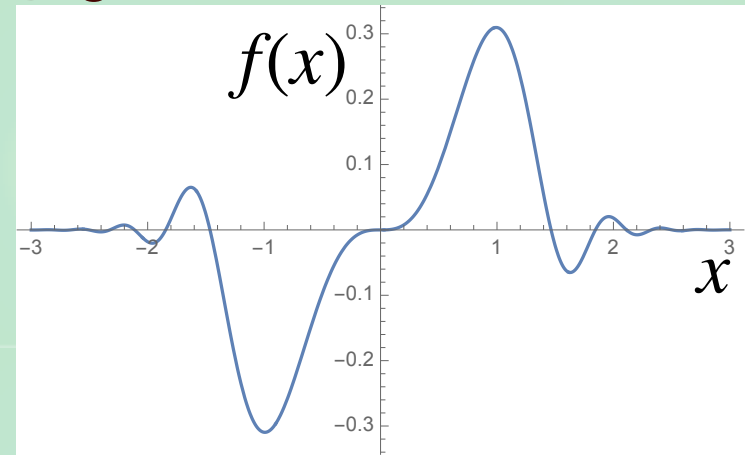
対称性の有用性

理論が解けなくても分かる性質がある？

- 例：次の不定積分は初等関数では表せない

$$\int f(x)dx, \quad f(x) = e^{-x^2} \sin(x^3)$$

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善



不定積分が計算できなくても...

$$\int_{-3}^3 f(x)dx = 0, \quad \int_{-7}^7 [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^7 [f(x)]^2 dx, \quad \dots$$

- 定積分の値が分かったり、値の間に関係がつく場合がある

<- 非積分関数の**対称性**：奇関数、偶関数

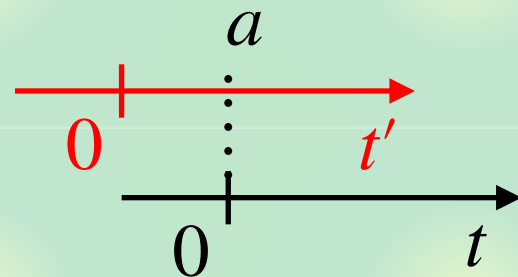
$$f(-x) = e^{-(-x)^2} \sin(-x)^3 = -e^{-x^2} \sin(x^3) = -f(x)$$

時空の並進対称性

時間並進対称性

$$t \rightarrow t' = t + a$$

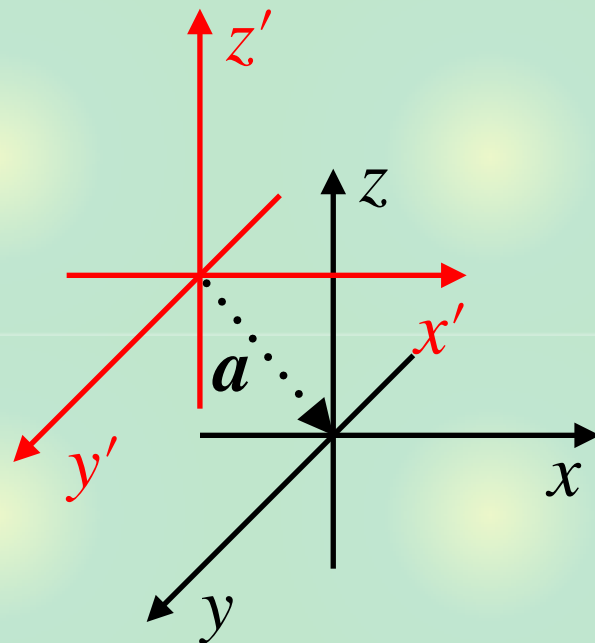
- エネルギー保存
- 保存する例：単振動
- 破れる例：減衰振動（ハミルトニアンが時間に陽に依存）



空間並進対称性

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{a}$$

- 運動量保存
- 保存する例：内力のみはたらく多体系
- 破れる例：外力がはたらく系

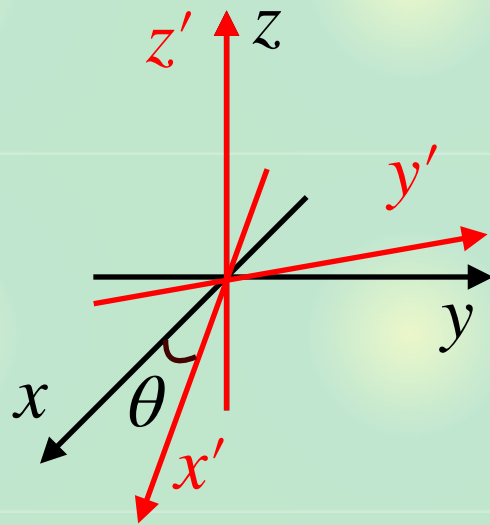


連続対称性 → 保存則

回転対称性

回転対称性 ($R : 3 \times 3$ 直交行列)

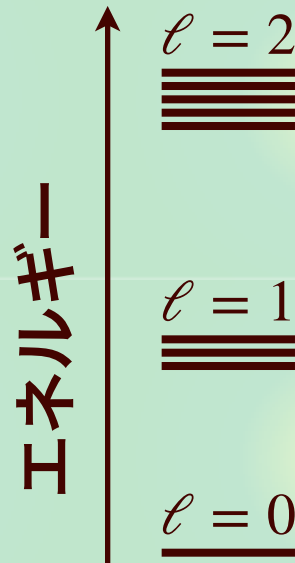
$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = R\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



- 角運動量保存
- 保存する例：中心力
- 破れる例：特定の方向にはたらく力

量子力学の場合

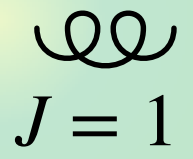
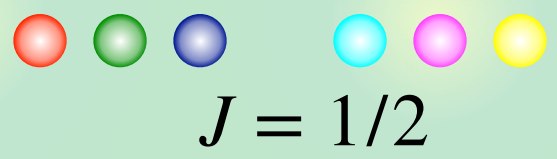
- 角運動量 (スピン) ℓ は保存量子数
- 固有状態は ℓ の決まった状態
- $2\ell + 1$ 個の固有状態が縮退



QCDでの回転対称性

クォーク・グルーオンの場合

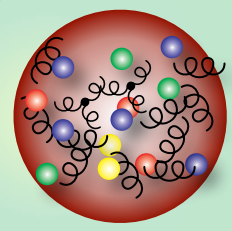
- 回転対称性はQCDのローレンツ対称性の一部
- クォーク・グルーオンは決まったスピン J を持つ



ハドロンの場合

- クォーク・グルーオンの複合系
- どのように構成されているかはわからない（計算できない）
- ハドロンは決まったスピン J を持つ

- メソン $J = 0, 1, 2, \dots$
- バリオン $J = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$





導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



まとめ

破れた対称性

対称性の (explicitな) 破れ

- z 方向に強さ B の外部磁場をかける (ゼーマン効果)

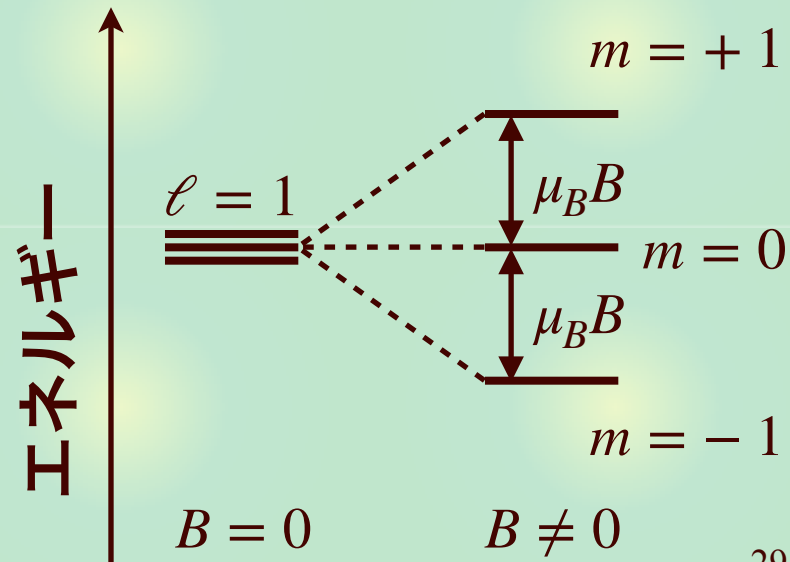
$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{central}} + \frac{eB}{2m_e} \hat{L}_z$$

- z 軸が特別な方向：ハミルトニアンが回転対称性を破る
- エネルギーが磁気量子数 m に依存し縮退が解ける

破れた対称性の帰結

- 縮退度 $2\ell + 1$ 個に準位が分裂
- 準位分裂は等間隔で B に比例

対称性とその破れから予言ができる



アイソスピン変換

クォーク質量とハドロン質量

$$m_u \sim 2.2 \text{ MeV}, m_d \sim 4.7 \text{ MeV} \ll M_p \sim 938.3 \text{ MeV}$$

→ u, d 質量はハドロンに比べて無視できるぐらい小さい

アイソスピン変換： u, d クォークの“入れ替え”

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

- U : 2×2 ユニタリ行列：SU(2) 変換
- スピン1/2状態の変換と数学的に等価

$$\begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix}$$

ハドロンのアイソスピン対称性

アイソスピン対称性の帰結

- u, d で構成されるハドロンは**アイソスピン多重項**で分類できる
- 核子 N (陽子 p , 中性子 n) : 2重項 (\sim スピン1/2)
- π 中間子 (π^+, π^0, π^-) : 3重項 (\sim スピン1)

実際のハドロンでは...

- 核子質量

$$M_p \sim 938.3 \text{ MeV}, \quad M_n \sim 939.6 \text{ MeV}, \quad \Delta M_N \sim 1.3 \text{ MeV}$$

- π 中間子質量

$$m_{\pi^\pm} \sim 139.6 \text{ MeV}, \quad m_{\pi^0} \sim 135.0 \text{ MeV}, \quad \Delta m_\pi \sim 4.6 \text{ MeV}$$

多重項が**ほぼ縮退** (多重項間の質量差 \gg 多重項内の質量差)

フレーバー SU(3) 対称性の破れ

s クォークもそれなりに軽い

$$m_s \sim 93 \text{ MeV} \ll M_p \sim 938.3 \text{ MeV}$$

フレーバー SU(3) 変換： u, d, s クォークの入れ替え

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

- U : 3×3 ユニタリー行列：SU(3) 変換

フレーバーSU(3)の破れ

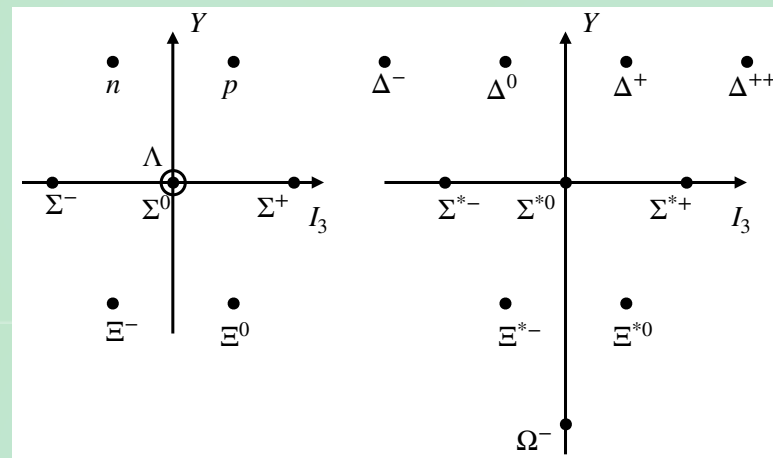
$$m_d - m_u \sim 2.5 \text{ MeV} \ll m_s - m_d \sim 88 \text{ MeV}$$

- SU(3) の破れはアイソスピンの破れに比べて大きい

フレーバー SU(3) 対称性

フレーバー SU(3) 対称性の帰結

- u, d, s で構成されるハドロンは **SU(3) 多重項** で分類できる
- N, Λ, Σ, Ξ : バリオン8重項
- $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$: バリオン10重項



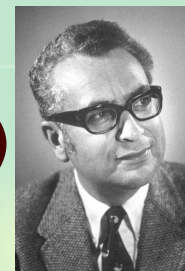
フレーバー SU(3) の破れ

- Gell-Mann大久保の公式：多重項内の質量分離

$$M(I, Y) = a + bY + c \left[I(I + 1) - \frac{Y^2}{4} \right]$$



(1969年)



- Δ, Σ^*, Ξ^* から Ω が予言できる

<https://www.nobelprize.org>



導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



まとめ

自発的対称性の破れ

自発的対称性の破れ (spontaneous symmetry breaking)

- ハミルトニアンを固有状態が破る

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle, \quad \hat{H} \rightarrow \hat{H}, \quad |\Psi\rangle \not\rightarrow |\Psi\rangle$$

例：強磁性体（格子点上のスピン系、 $J > 0$ ）

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (\hat{s}_{x,i} \hat{s}_{x,j} + \hat{s}_{y,i} \hat{s}_{y,j} + \hat{s}_{z,i} \hat{s}_{z,j})$$

- ハミルトニアンには特定の方向がない：回転対称性
- 隣り合うスピンの向きが揃う方がエネルギーが低い

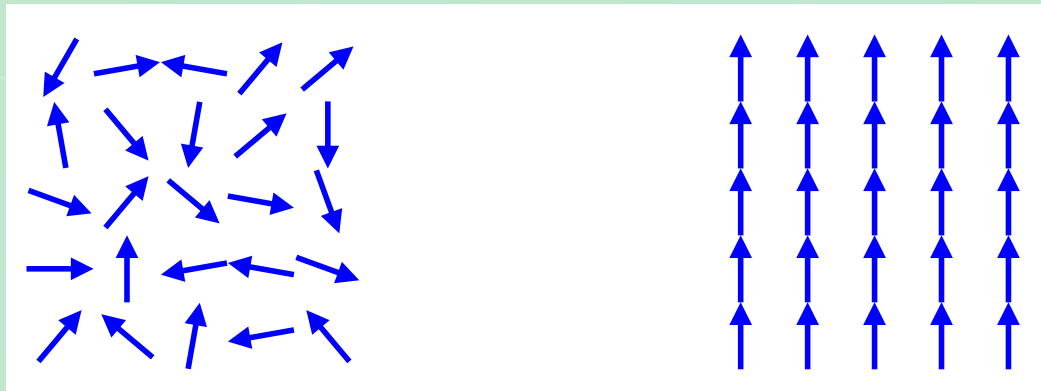
$$\langle \dots \uparrow \uparrow \dots | \hat{H} | \dots \uparrow \uparrow \dots \rangle < \langle \dots \uparrow \downarrow \dots | \hat{H} | \dots \uparrow \downarrow \dots \rangle$$

強磁性体の基底状態

温度 T の多体問題の基底状態：自由エネルギー F 最小

$$F = E - TS$$

- T 大： S を大きくする方が得 \rightarrow スピンの向きが乱雑
- T 小： E を小さくする方が得 \rightarrow スピンの向きが揃う



T 大：対称性あり

T 小：対称性が破れる

低温の基底状態：全てのスピンの揃った状態

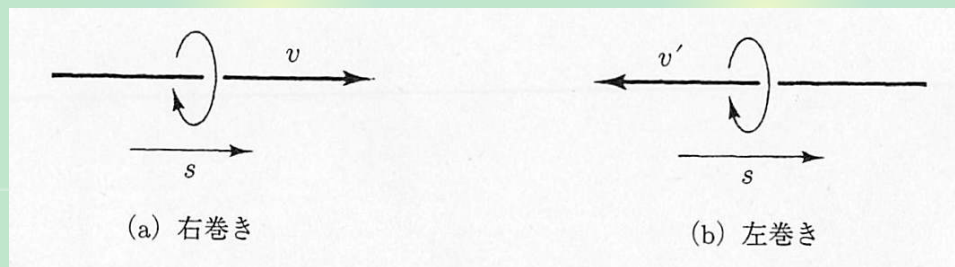
- スピンが揃う方向が特定、**状態によって**回転対称性が破れる

QCDのカイラル対称性

クォーク場の右巻きと左巻き

$$q = q_R + q_L$$

- 右巻き（左巻き）：運動方向とスピンの向きが同じ（反対）



グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

クォークの質量が厳密に0のとき

- 右巻き左巻きを独立に回転：カイラル対称性 $SU(2) \times SU(2)$

$$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u'_R \\ d'_R \end{pmatrix} = U_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix} = U_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$$

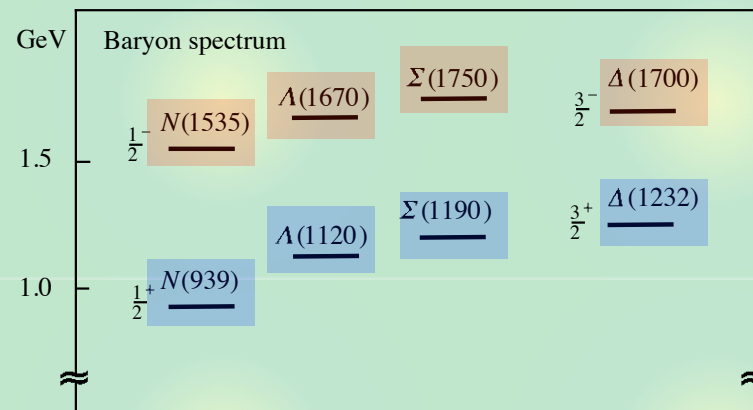
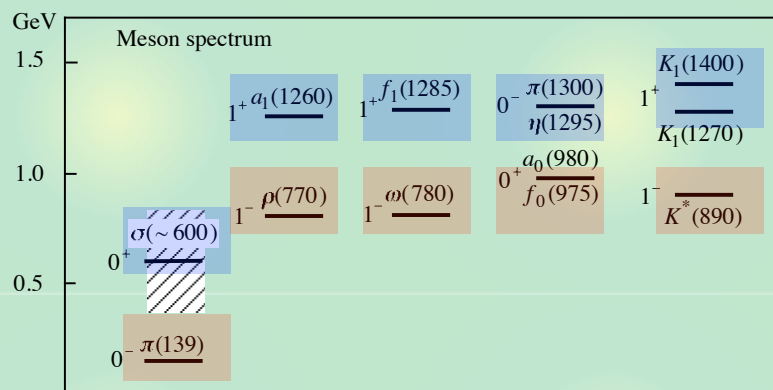
カイラル対称性の破れ

カイラル対称性が厳密なら...

- ハドロンはカイラル対称性の多重項に属する
- カイラル多重項は**正パリティ**と**負パリティ**両方を含む

実際のハドロンでは...

- **パリティの縮退は起きていない**



A.Hosaka, H.Toki, “*Quarks, baryons and chiral symmetry*” World Scientific

カイラル対称性はQCD真空によって**自発的に破れている**

自発的破れの帰結1：NG定理

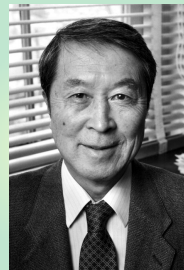
南部ゴールドストーン（NG）の定理

Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961); Phys. Rev. 124, 246 (1961),
J. Goldstone, Nuovo Cim. 19, 154 (1961)

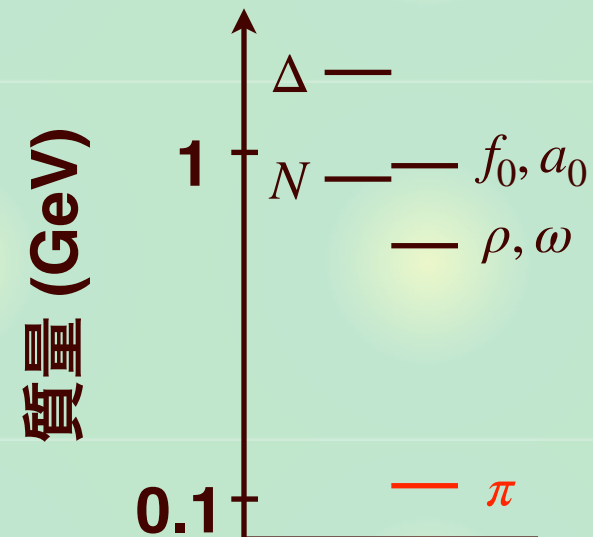
- 連続対称性が自発的に破れると、無質量のNGボソンが出現
- カイラル対称性の場合： π 中間子



(2008年)



<https://www.nobelprize.org>



実際のQCDでは...

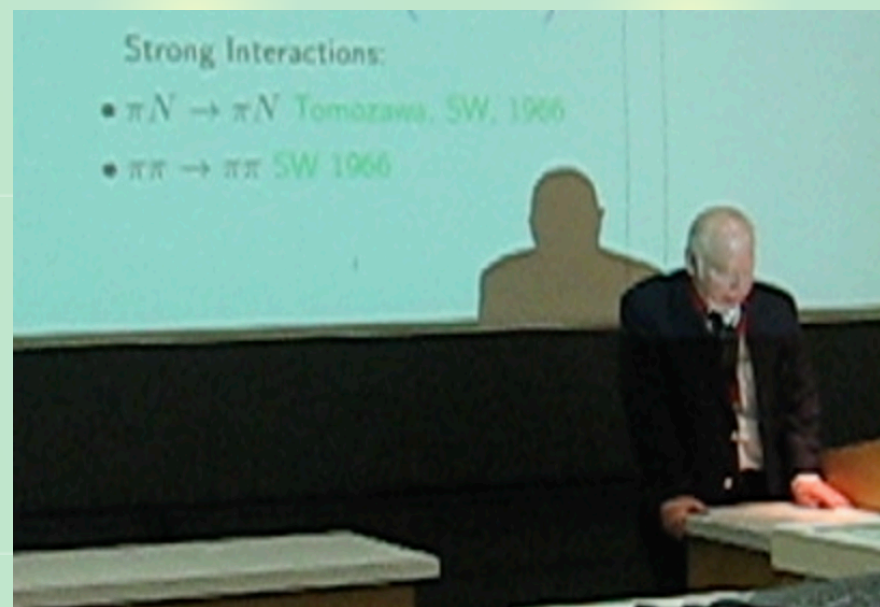
- π は他のハドロンに比べて軽い ← NGボソンの名残

自発的破れの帰結2：低エネルギー一定理

低エネルギー一定理

- π 中間子に関する物理量の関係式
- Gell-Mann Oakes Renner 関係式
- Goldberger-Treiman 関係式...

2009年7月6日



Weinberg-Tomozawa 定理

$$a \propto \frac{m_\pi}{f_\pi^2} \left(I(I+1) - \frac{11}{4} \right) + \dots$$

S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17, 616 (1966); Y. Tomozawa, Nuovo Cim. A46, 707 (1966)

- $\pi\pi$ 散乱長、 πN 散乱長（相互作用の強さ）が予言できる

後半のまとめ



回転対称性

- ハドロンは決まったスピンを持つ



フレーバー対称性

- ハドロンはアイソスピンの多重項に属する
- SU(3)の破れでハドロン質量を予言できる



カイラル対称性と自発的破れ

- π 中間子の存在を予言できる
- ハドロン間相互作用などが決まる

卒研について

卒研の目的

- ハドロン物理を通じて研究の雰囲気を感じる

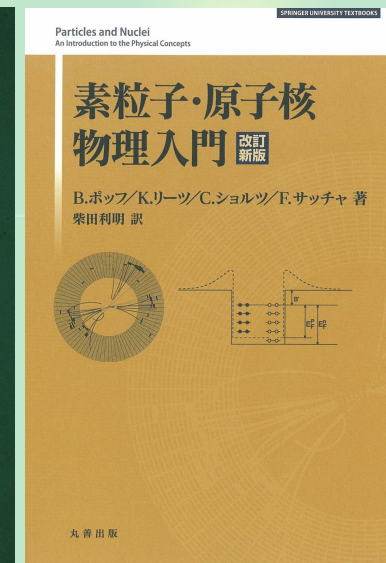
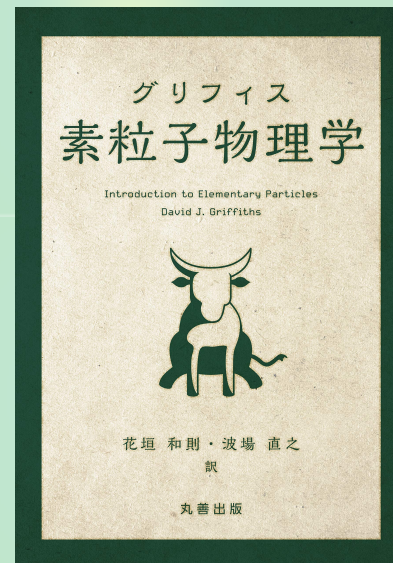
卒研の流れ（前期）

- 基礎知識の習得（ゼミ）

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

B. ポッフ他 著「素粒子原子核物理入門」丸善

など



- ゼミのテキストは興味（と能力）に応じて設定

- 数値計算、プレゼンテーションの練習など

卒研について

卒研の流れ（後期）

- テーマを設定し研究を開始

研究テーマ例

- 高エネルギー衝突実験での2粒子相関関数によるハドロン間相互作用
- Flatte分布を用いた閾値近傍のハドロン散乱
- QCD近藤効果のストレンジネス系への応用
- 強結合展開を用いたカラーの閉じ込め
- ハドロン散乱中の共鳴状態としてのバリオン励起状態の研究
- s波とp波の弱束縛状態の性質
- s波束縛状態のハドロンにおけるクラスター構造

研究テーマは自由

量子物性理論

素粒子

カラー超伝導
フェッシュバッハ共鳴

超弦理論

ホログラフィックQCD

原子核・ハドロン

強い相互作用(QCD)の物理

重イオン衝突

中性子星

状態方程式

非平衡動力学

超新星、重力波

統計物理・ダイナミクス

宇宙

より詳細は研究室訪問で

全体のまとめ



強い相互作用

- 重力、電磁気力と**全く異なる性質**の力
- **1つの式**から多様な物理が生まれる

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f}(i\gamma^\mu(D_\mu)_{ij} - m_f\delta_{ij})q_{j,f}$$



原子核ハドロン物理

- 強い相互作用が生む**多くの未解決問題**を研究
- **対称性**が強力な指針となる