

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第6回] (2023.11.7 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. 下図左のように配置した剛体振り子にはたらく力のモーメント  $N_z$  を説明する以下の文章の空欄を式または数値で埋めよ。重力加速度は  $g$  とする。
2. 長さ  $L$ 、全質量  $M$  の太さのない棒を剛体振り子として考える。下図右のように鉛直上向きに  $x$  軸をとり、原点を重心にすると、棒の端点は  $x = -L/2$  および  $x = L/2$  となる。 $x = h$  の点を回転軸にとるとき、 $0 \leq h \leq L/2$  の範囲で剛体振り子の周期が最大（無限大の場合も最大値として考慮する）と最小となる  $h$  の値をそれぞれ求めよ。ただし剛体振り子の周期は  $T = 2\pi\sqrt{I/(gMh)}$  で、 $h = 0$  の場合の棒の慣性モーメントは  $I_G = ML^2/12$  であり、平行軸の定理を用いて良い。

剛体の密度を  $\rho(\vec{r})$  とすると、位置  $\vec{r} = (x, y, z)$  にある微小体積  $dV$  の質量は  $dm =$   (1\*)  
 なので、微小体積にはたらく重力を成分で書くと  $d\vec{F} =$   (2\*) である。この微小体積による力のモーメント  $dN_z$  は定義より  $dN_z =$   (3\*) であり、ベクトルの成分表示を用いて計算すると  $dN_z =$   (4\*) となる。これを積分すると  $N_z$  が得られるが、重心の  $x$  座標の式  $R_x = \frac{1}{M} \int dV x \rho(\vec{r})$  を用いると  $N_z =$   (5\*) となる。これは全質量  $M$  が重心にかかった場合の力のモーメントと同じである。

