

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第 13 回] (2024.1.30 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. 空間 1 次元の場合、ナビエ・ストークス方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f$$

物理量の次元を長さ L 、時間 T 、質量 M の積で表すと、時間 t の次元は T 、位置座標 x は L 、流体の速度 $v(t, x)$ は LT^{-1} 、密度 ρ は $L^{-3}M$ である。 p が圧力、などの情報を使わずに、等式の各項の次元が等しいことを利用して、 f 、 p 、 μ の次元を L, M, T を用いて表せ。

2. 以下、定常流 $\partial v / \partial t = 0$ で完全流体 $\mu = 0$ の場合を考える。このとき、 v は位置 x にしか依存しないので、偏微分 $\partial / \partial x$ を常微分 d / dx に置き換えて良い。 f が単位質量あたりのポテンシャルエネルギー Ω を用いて $f = -d\Omega / dx$ と与えられるとき、ベルヌーイの法則

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho \Omega = C$$

を導け (C は定数)。なお、空間 1 次元なので、流線は常に x 軸上にある。
