# 第12回補足

## ヤング率とポアソン比による圧縮

式 (180) の補足説明。式 (180) では $x$ 方向のひずみについて考え、$\delta = -(1-2\sigma)p/E$ という結果を得た。応力 $p$ はどの方向も同じ強さなので、$y$ 方向および $z$ 方向のひずみも同じ結果になる（そもそもどの方向を $x$ と選ぶかは自由なので）。全ての可能性を考えるためには、「ひずみが生じた方向」と「応力がはたらいている方向」の 2 つの方向を指定する必要があり、それぞれ $x, y, z$ の 3 つの方向があることから、合計 9 通りのひずみがある（図 6 参照）：

$$\underbrace{\delta_x^{(x)},\quad \delta_x^{(y)},\quad \delta_x^{(z)},}_{p_x\text{による歪み}}\quad \underbrace{\delta_y^{(x)},\quad \delta_y^{(y)},\quad \delta_y^{(z)},}_{p_y\text{による歪み}}\quad \underbrace{\delta_z^{(x)},\quad \delta_z^{(y)},\quad \delta_z^{(z)}}_{p_z\text{による歪み}}$$

応力がはたらく方向のひずみ（添字 $_x$ と $^{(x)}$ が同じ方向になっているもの、図 6 で○で囲まれているもの）はヤング率で与えられ、

$$\delta_x^{(x)} = -\frac{1}{E}p_x, \quad \delta_y^{(y)} = -\frac{1}{E}p_y, \quad \delta_z^{(z)} = -\frac{1}{E}p_z,$$

であり、応力と垂直方向のひずみ（添字 $_x$ と $^{(y)}$ が別の方向になっているもの、図 6 で□で囲まれているもの）はポアソン比を用いて

$$\delta_x^{(y)} = \delta_x^{(z)} = \frac{\sigma}{E}p_x, \quad \delta_y^{(x)} = \delta_y^{(z)} = \frac{\sigma}{E}p_y, \quad \delta_z^{(x)} = \delta_z^{(y)} = \frac{\sigma}{E}p_z$$

となる。今の問題では全ての圧力が同じ（$p_x = p_y = p_z = p$）で、式 (216) では「$x$ 方向に生じたひずみ」を考えたので、

$$\delta_x = \delta_x^{(x)} = -\frac{1}{E}p, \quad \delta_y = \delta_y^{(x)} = \frac{\sigma}{E}p, \quad \delta_z = \delta_z^{(x)} = \frac{\sigma}{E}p,$$

を足すことになる。$y$ 方向に生じたひずみは $\delta_x^{(y)} + \delta_y^{(y)} + \delta_z^{(y)}$、$z$ 方向に生じたひずみは $\delta_x^{(z)} + \delta_y^{(z)} + \delta_z^{(z)}$ で与えられ、上の計算から全て同じ答えを与えることがわかる。

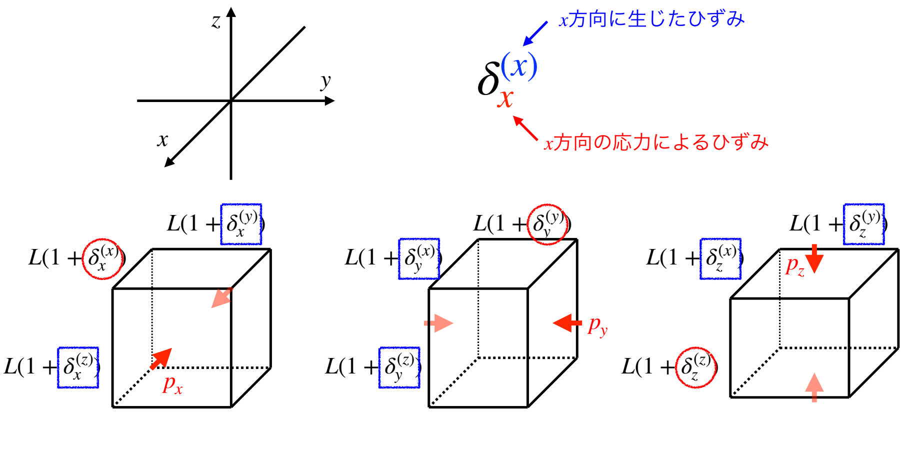


図 6: 1 辺 $L$ の立方体の変形、各方向の応力 $p_x, p_y, p_z$ ごとのひずみ。