

この授業のまとめ

- ブラケットの導入 (§1)

- 状態を表す記法 $|\psi\rangle$ 、状態の集合はベクトル空間を作る

- 調和振動子の代数的方法 (§2)

- 生成消滅演算子と交換関係を用いて固有エネルギーや波動関数が計算できる

- 中心力のシュレディンガー方程式 (§3)、応用：水素原子 (§4)

- 中心力の場合、極座標の動径変数 r と角度変数 θ, ϕ が分離 (回転対称性)
- 角度方向の解は球面調和関数 $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ 、角運動量演算子 \hat{L} の固有値は量子化される

$$\hat{L}^2 Y_\ell^m(\theta, \phi) = \ell(\ell + 1)\hbar^2 Y_\ell^m(\theta, \phi), \quad \ell: \text{非負整数、角運動量ベクトルの大きさ}$$

$$\hat{L}_z Y_\ell^m(\theta, \phi) = m\hbar Y_\ell^m(\theta, \phi), \quad m = 0, \pm 1, \dots, \pm \ell \quad \text{磁気量子数、ベクトルの方向}$$

- 動径方向のシュレディンガー方程式からエネルギー固有値が得られる ($2\ell + 1$ 重縮退)
- 水素原子のエネルギー

$$E_n = -\frac{\mu\alpha^2}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{\mu e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

- 角運動量の代数的方法 (§5)、応用：ゼーマン効果、ラーモア歳差運動 (§6)、合成 (§7)

- 角運動量演算子の固有値と固有状態は交換関係で計算できる
- スピン (整数または半整数の角運動量)：量子力学的粒子の内部自由度
- パウリ行列 ($\sigma_i^\dagger = \sigma_i, \text{Tr } \sigma_i = 0$)：スピン 1/2 の演算子は $\mathbf{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- 荷電粒子の角運動量は電磁場と結合しエネルギーを生じる
- 角運動量 j^A と j^B を合成すると $j^A + j^B, j^A + j^B - 1, \dots, |j^A - j^B|$ の角運動量ができる

- 摂動論、応用：シュタルク効果 (§8)

- エネルギーの 1 次の摂動：非摂動固有状態 $|n\rangle_0$ での摂動項 \hat{V} の固有値

$$E_n^{(1)} = {}_0\langle n | \hat{V} | n \rangle_0$$

$$E_n \approx {}_0\langle n | \hat{H}_0 | n \rangle_0 + {}_0\langle n | \hat{V} | n \rangle_0 = {}_0\langle n | \hat{H} | n \rangle_0$$

- エネルギーの 2 次の摂動：基底状態に対して必ず 0 か負

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{|{}_0\langle n | \hat{V} | m \rangle_0|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$