


# 強い相互作用と ハドロン物理



兵藤 哲雄

東京都立大学原子核ハドロン物理研究室

2022, Dec. 7th 1



## 導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



## ハドロン物理と対称性

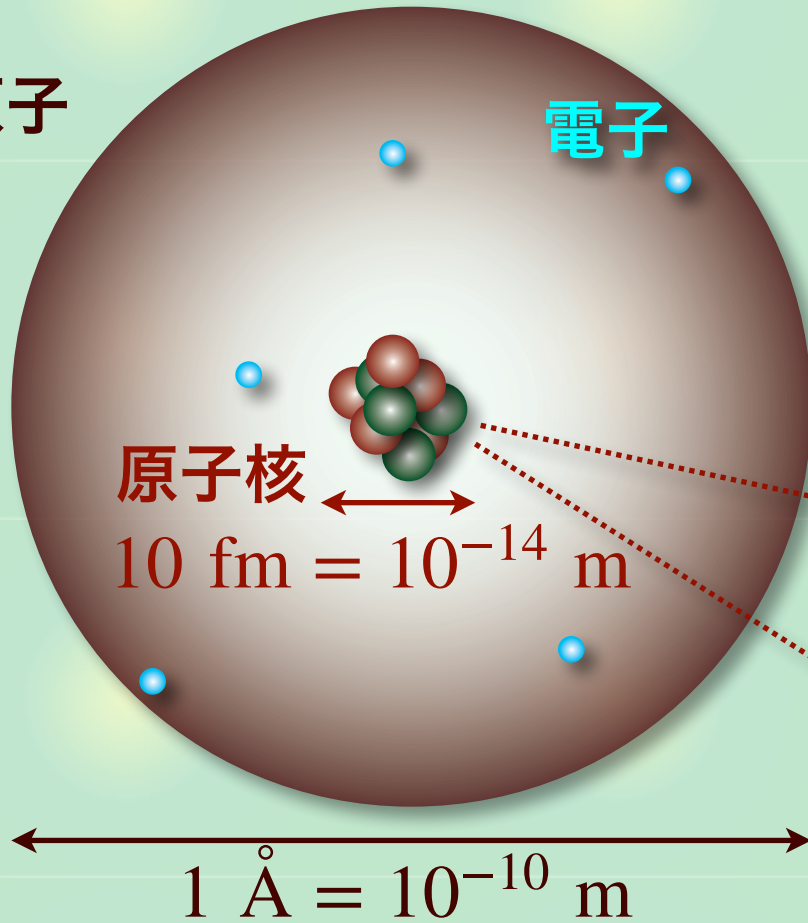
- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



## まとめ

# 原子、原子核、ハドロン

原子

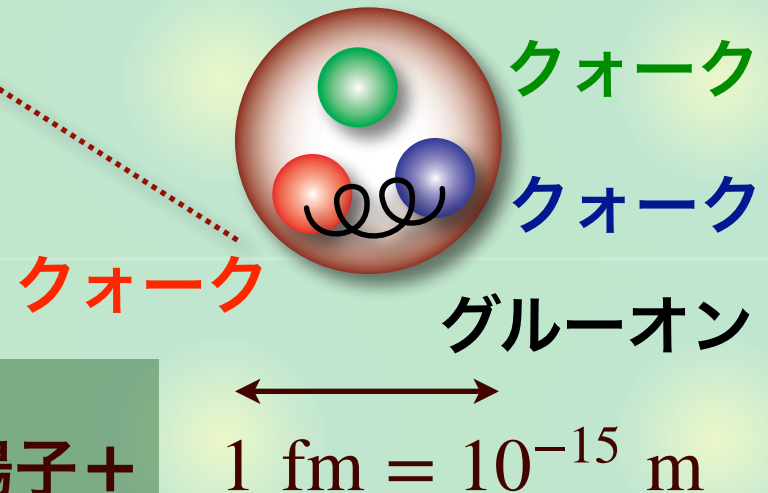


## ハドロン物理学

ハドロン(核子など)の性質を  
QCDから理解する

## 原子核物理学

原子核(多体系)の性質を核子(陽子+  
中性子)間の相互作用から理解する

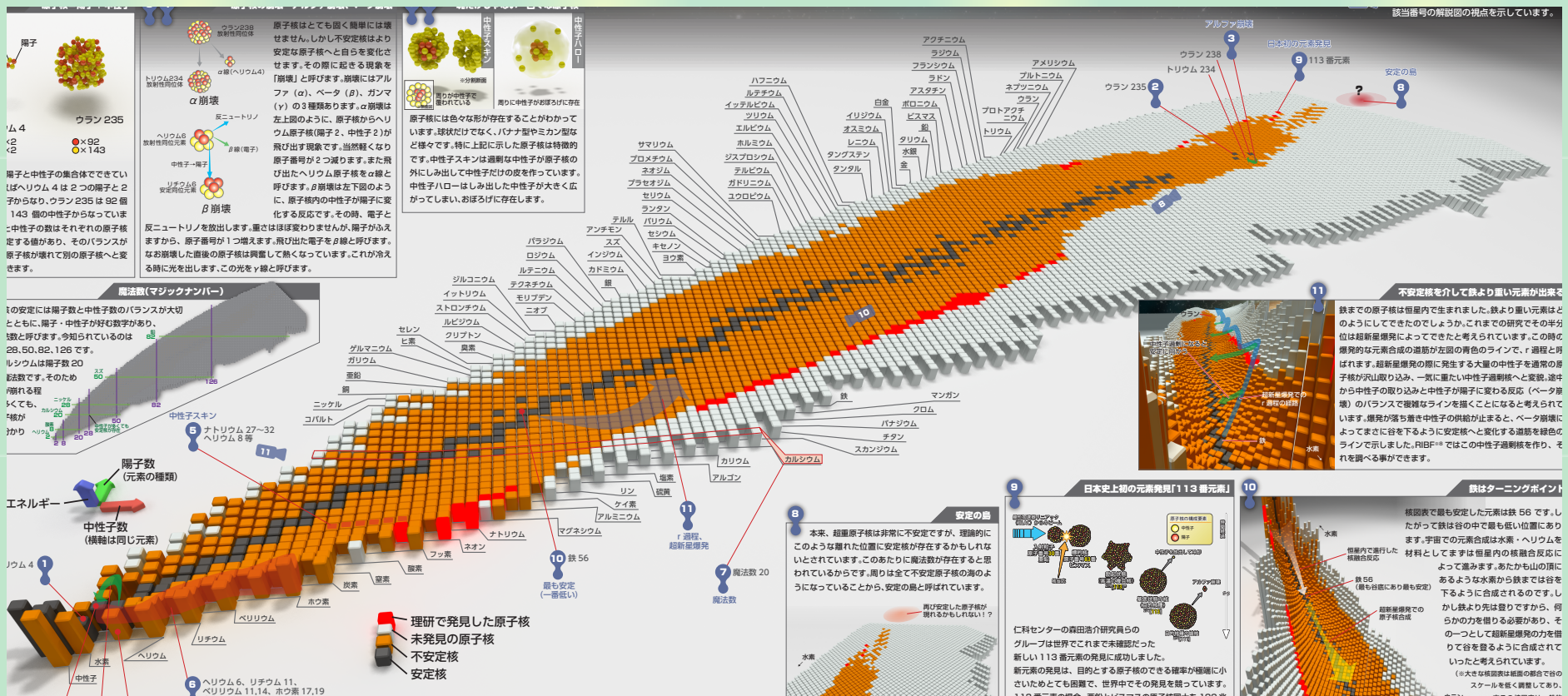




# 原子核とは

原子核：陽子  $p$  と中性子  $n$  の自己束縛系（勝手に分解しない）

- 水素、鉄、鉛、ニホニウム...など
- 安定核約300種、不安定核約2000種、未発見約4000種





# ハドロンとは

ハドロン：クォーク、グルーオンの自己束縛系（複合状態）

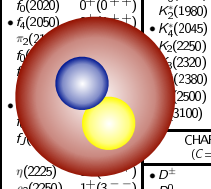
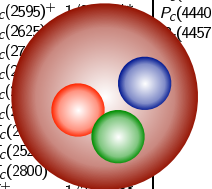
- 現在までに約370種が観測されている

$p$	$1/2^+$	****	$\Delta(1232)$	$3/2^+$	****	$\Sigma^+$	$1/2^+$	****	$\Xi^0$	$1/2^+$	****	$\Xi_{cc}^{++}$	***	
$n$	$1/2^+$	****	$\Delta(1600)$	$3/2^+$	****	$\Sigma^0$	$1/2^+$	****	$\Xi^-$	$1/2^+$	****			
$N(1440)$	$1/2^+$	****	$\Delta(1620)$	$1/2^-$	****	$\Sigma^-$	$1/2^+$	****	$\Xi(1530)$	$3/2^+$	****	$\Lambda_b^0$	$1/2^+$	***
$N(1520)$	$3/2^-$	****	$\Delta(1700)$	$3/2^-$	****	$\Sigma(1385)$	$3/2^+$	****	$\Xi(1620)$	*		$\Lambda_b(5912)^0$	$1/2^-$	***
$N(1535)$	$1/2^-$	****	$\Delta(1750)$	$1/2^+$	*	$\Sigma(1580)$	$3/2^-$	*	$\Xi(1690)$	*		$\Lambda_b(5920)^0$	$3/2^-$	***
$N(1650)$	$1/2^-$	****	$\Delta(1900)$	$1/2^-$	***	$\Sigma(1620)$	$1/2^-$	*	$\Xi(1820)$	$3/2^-$	***	$\Lambda_b(6146)^0$	$3/2^+$	***
$N(1675)$	$5/2^-$	****	$\Delta(1905)$	$5/2^+$	****	$\Sigma(1660)$	$1/2^+$	***	$\Xi(1950)$	***		$\Lambda_b(6152)^0$	$5/2^+$	***
$N(1680)$	$5/2^+$	****	$\Delta(1910)$	$1/2^+$	****	$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****	$\Xi(2030)$	$\geq 3/2^?$	***	$\Sigma_b$	$1/2^+$	***
$N(1700)$	$3/2^-$	***	$\Delta(1920)$	$3/2^+$	***	$\Sigma(1750)$	$1/2^-$	***	$\Xi(2120)$	*		$\Sigma_b^0$	$3/2^+$	***
$N(1710)$	$1/2^+$	****	$\Delta(1930)$	$5/2^-$	***	$\Sigma(1775)$	$5/2^-$	***	$\Xi(2250)$	**		$\Sigma_b(6097)^+$	***	
$N(1720)$	$3/2^+$	****	$\Delta(1940)$	$3/2^-$	*	$\Sigma(1780)$	$3/2^+$	*	$\Xi(2370)$	**		$\Sigma_b(6097)^-$	***	
$N(1860)$	$5/2^+$	**	$\Delta(1950)$	$7/2^+$	****	$\Sigma(1880)$	$1/2^+$	**	$\Xi(2500)$	*		$\Xi_b^0, \Xi_b^-$	$1/2^+$	***
$N(1875)$	$3/2^-$	***	$\Delta(2000)$	$5/2^+$	**	$\Sigma(1900)$	$1/2^-$	**	$\Xi_b(5935)^-$	$1/2^+$	***			
$N(1880)$	$1/2^+$	***	$\Delta(2150)$	$1/2^-$	*	$\Sigma(1910)$	$3/2^-$	***	$\Omega^-$	$3/2^+$	****	$\Xi_b(5945)^0$	$3/2^+$	***

LIGHT UNFLAVORED ( $S=C=B=0$ )		STRANGE ( $S=\pm 1, C=B=0$ )		CHARMED, STRANGE ( $C=S=\pm 1$ )		cc continued $\bar{c}\bar{c}$	
$F(P^C)$		$F(P^C)$		$F(P^C)$		$F(P^C)$	
$\pi^\pm$	$1^-(0^-)$	$\pi_2(1670)$	$1^-(2^-)$	$K^\pm$	$1/2(0^-)$	$D_s^\pm$	$0^-(0^-)$
$\pi^0$	$1^-(0^-)$	$\rho(1680)$	$0^-(1^-)$	$K^0$	$1/2(0^-)$	$D_s^0$	$0^-(0^-)$
$\eta$	$0^-(0^-)$	$\rho(1690)$	$1^-(3^-)$	$K_S^0$	$1/2(0^-)$	$D_{s1}(2317)^0$	$0^+(0^+)$
$\eta(500)$	$0^+(0^+)$	$\rho(1700)$	$1^-(1^-)$	$K_L^0$	$1/2(0^-)$	$D_{s1}(2460)^0$	$0^+(1^+)$
$\eta(770)$	$1^+(1^-)$	$a_2(1700)$	$1^-(2^+)$	$K_1^0(700)$	$1/2(0^+)$	$D_{s1}(2536)^0$	$0^+(1^+)$
$\omega(782)$	$0^-(1^-)$	$\phi(1710)$	$0^+(0^+)$	$K^*(892)$	$1/2(1^-)$	$D_{s2}(2573)$	$0^+(2^+)$
$\eta(980)$	$0^+(0^+)$	$\eta(1760)$	$0^+(0^+)$	$K_1(1270)$	$1/2(1^+)$	$D_{s2}(2700)^0$	$0^+(1^+)$
$\phi(980)$	$0^+(0^+)$	$\eta(1800)$	$1^-(0^+)$	$K_1^*(1400)$	$1/2(1^+)$	$D_{s3}(2860)^0$	$0^+(2^+)$
$a_1(980)$	$1^-(0^+)$	$\xi(1810)$	$0^+(2^+)$	$K^*(1410)$	$1/2(1^-)$	$D_{s3}(2860)^0$	$0^+(3^-)$
$\omega(1020)$	$0^-(1^-)$	$X(1835)$	$?^-(0^+)$	$K_1^*(1430)$	$1/2(0^+)$	$D_{s1}(3040)^0$	$0^+(2^+)$
$h_c(1170)$	$0^+(1^+)$	$\phi_3(1850)$	$0^-(3^-)$	$K_2^*(1430)$	$1/2(2^+)$	BOTTOM ( $B=S=1$ )	
$h_c(1235)$	$1^+(1^+)$	$\eta_2(1870)$	$0^-(2^-)$	$K(1460)$	$1/2(0^-)$	BOTTOM, STRANGE ( $B=S=\pm 1$ )	
$a_2(1260)$	$1^-(1^+)$	$\pi_2(1880)$	$1^-(2^-)$	$K_1^*(1590)$	$1/2(2^+)$	BOTTOM, STRANGE ( $B=S=\pm 1$ )	
$f_2(1270)$	$0^+(2^+)$	$\rho(1900)$	$1^-(1^-)$	$K_1^*(1630)$	$1/2(2^+)$	BOTTOM, STRANGE ( $B=S=\pm 1$ )	

バリオン：陽子、中性子など

メソン： $\pi$  中間子など



3クォーク  $qqq$

クォーク反クォーク  $q\bar{q}$

$N(2040)$	$5/2^+$	*	$\Delta(2400)$	$9/2^-$	**	$\Delta(2070)$	$5/2^+$	*	$P_c(4312)^+$	*
$N(2060)$	$5/2^-$	***	$\Delta(2420)$	$11/2^+$	****	$\Sigma(2080)$	$3/2^+$	*	$P_c(4380)^+$	*
$N(2100)$	$1/2^+$	***	$\Delta(2750)$	$13/2^-$	**	$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*	$P_c(4440)^+$	*
$N(2120)$	$3/2^-$	***	$\Delta(2950)$	$15/2^+$	**	$\Sigma(2160)$	$1/2^-$	*	$P_c(4457)^+$	*
$N(2190)$	$7/2^-$	****				$\Sigma(2230)$	$3/2^+$	*		
$N(2220)$	$9/2^+$	****	$\Lambda$	$1/2^+$	****	$\Sigma(2250)$	***			
$N(2250)$	$9/2^-$	****	$\Lambda$	$1/2^-$	**	$\Sigma(2455)$	**			
$N(2300)$	$1/2^+$	**	$\Lambda(1405)$	$1/2^-$	****	$\Sigma(2620)$	**			
$N(2570)$	$5/2^-$	**	$\Lambda(1520)$	$3/2^-$	****	$\Sigma(3000)$	**			
$N(2600)$	$11/2^-$	***	$\Lambda(1600)$	$1/2^+$	****	$\Sigma(3170)$	*			
$N(2700)$	$13/2^+$	**	$\Lambda(1670)$	$1/2^-$	****					
			$\Lambda(1690)$	$3/2^-$	****					
			$\Lambda(1710)$	$1/2^+$	*					
			$\Lambda(1800)$	1						
			$\Lambda(1810)$	1						
			$\Lambda(1820)$	5						
			$\Lambda(1830)$	5						
			$\Lambda(1890)$	3						
			$\Lambda(2000)$	$1/2^-$	*					
			$\Lambda(2050)$	$3/2^-$	*					
			$\Lambda(2070)$	$3/2^+$	*					
			$\Lambda(2080)$	$5/2^-$	*					
			$\Lambda(2085)$	$7/2^+$	**					
			$\Lambda(2100)$	$7/2^-$	****					
			$\Lambda(2110)$	$5/2^+$	***					
			$\Lambda(2325)$	$3/2^-$	*					
			$\Lambda(2350)$	$9/2^+$	***					
			$\Lambda(2585)$		**					

$\pi$										
$\eta$										
$\omega$										
$\phi$										
$\eta(1405)$	$0^+(1^+)$	$f_2(2010)$	$0^+(2^+)$	$K_1^*(1950)$	$1/2(0^+)$	$B_1(5721)^+$	$1/2(1^+)$	$\psi(4180)$	$0^-(1^-)$	
$h_c(1415)$	$0^+(1^+)$	$f_2(2020)$	$0^+(0^+)$	$K_2^*(1980)$	$1/2(2^+)$	$B_1(5721)^0$	$1/2(1^+)$	$\chi_{c1}(4274)$	$0^+(1^+)$	
$a_1(1420)$	$1^-(1^+)$	$f_4(2050)$	$1^-(4^+)$	$K_1^*(2045)$	$1/2(4^+)$	$B_1(5732)$	$?^+(?)$	$\chi(4350)$	$1^+(?)$	
$f_1(1420)$	$0^+(1^+)$	$\pi_2(2070)$	$1^-(2^-)$	$K_2^*(2250)$	$1/2(2^-)$	$B_2^*(5747)^+$	$1/2(2^+)$	$\psi(4360)$	$0^-(1^-)$	
$\omega(1420)$	$0^-(1^-)$	$\phi_2(2100)$	$0^-(2^-)$	$K_2^*(2320)$	$1/2(3^+)$	$B_2^*(5747)^0$	$1/2(2^+)$	$\psi(4390)$	$0^-(1^-)$	
$f_2(1430)$	$0^+(2^+)$	$\phi_2(2130)$	$0^-(2^-)$	$K_1^*(2380)$	$1/2(5^-)$	$B_1(5840)^+$	$1/2(?)$	$\psi(4415)$	$0^-(1^-)$	
$a_1(1450)$	$1^-(0^+)$	$\phi_2(2160)$	$0^-(2^-)$	$K_1^*(2500)$	$1/2(1^-)$	$B_1(5840)^0$	$1/2(?)$	$Z_c(4430)$	$1^+(1^+)$	
$\eta(1450)$	$1^+(1^-)$	$\phi_2(2190)$	$0^-(2^-)$	$K_1^*(2530)$	$1/2(4^-)$	$B_1(5840)^-$	$1/2(?)$	$\chi_{c1}(4500)$	$0^+(0^+)$	
$\eta(1475)$	$0^+(0^+)$	$\phi_2(2220)$	$0^-(2^-)$	$K_1^*(3100)$	$?^+(?)$	$B_1(5970)^+$	$1/2(?)$	$\psi(4660)$	$0^-(1^-)$	
$f_0(1500)$	$0^+(0^+)$	$f_2(2250)$	$0^+(2^+)$	CHARMED ( $C=\pm 1$ )		$B_1(5970)^0$	$1/2(?)$	$\chi_{c1}(4700)$	$0^+(0^+)$	
$f_1(1510)$	$0^+(1^+)$	$f_2(2280)$	$0^+(2^+)$	CHARMED ( $C=\pm 1$ )		BOTTOM, STRANGE ( $B=S=\pm 1$ )		b $\bar{b}$ (+ possibly non- $q\bar{q}$ states)		
$f_2(1525)$	$0^+(2^+)$	$\eta(2225)$	$0^-(2^+)$	$D^\pm$	$1/2(0^-)$	BOTTOM, STRANGE ( $B=S=\pm 1$ )				
$f_1(1565)$	$0^+(2^+)$	$\eta_2(2250)$	$1^-(3^-)$	$D^0$	$1/2(0^-)$	$B_c^0$	$0^-(0^-)$			
$\rho(1570)$	$1^+(1^-)$	$f_2(2300)$	$0^+(2^+)$	$D^*(2007)^0$	$1/2(1^-)$	$B_c^\pm$	$0^-(1^-)$			

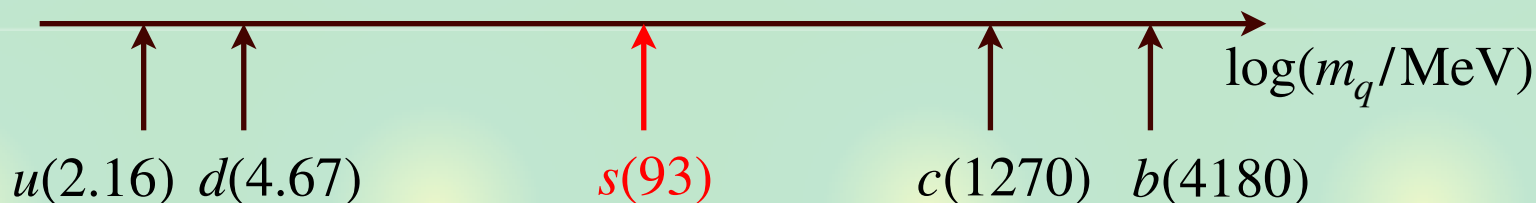
## クォークとは

### クォークのカラー

- クォークの持つ（スピンのような）内部自由度
- クォーク：赤、青、緑 ● ● ●
- 反クォーク：反赤、反青、反緑 ● ● ●

### クォークのフレーバー

- クォークの種類 ( $u, d, s, c, b, t$ )
- フレーバー毎に質量が異なる



- トップ ( $t$ ) クォークはハドロンを作らない

# 基本法則の探究

## ニュートンの運動方程式

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F$$



- 単振動

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

- 仕事とエネルギーの関係

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = \int_{r_A}^{r_B} F \cdot dr$$

- 回転の運動方程式

$$\frac{dL}{dt} = N$$

多くの現象を説明する少数の「法則」を解明する



## 日常的な力の源

日常的な力は根源的には2種の相互作用を源としている

- 重力：りんごが木から落ちる、月が地球のまわりを回る...

$$\mathbf{F}_{A \leftarrow B} = G \frac{m_A m_B}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|^2} \frac{\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A|}$$

- 電磁気力：電流が流れる、磁石が引き寄せ合う...

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho, \quad \nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}$$

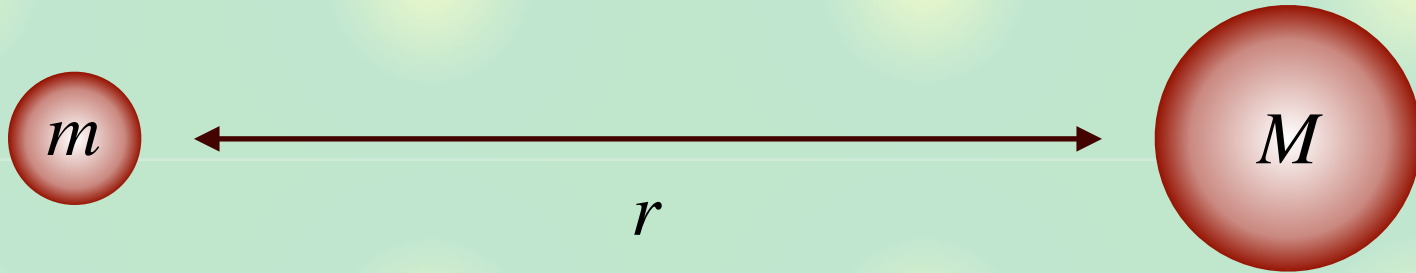
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}$$

これら以外に力（相互作用）はないのか？

## 重力

質量  $m$  と  $M$  の粒子を距離  $r$  離して置く

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2} \quad (\text{粒子が離れる向きが正})$$

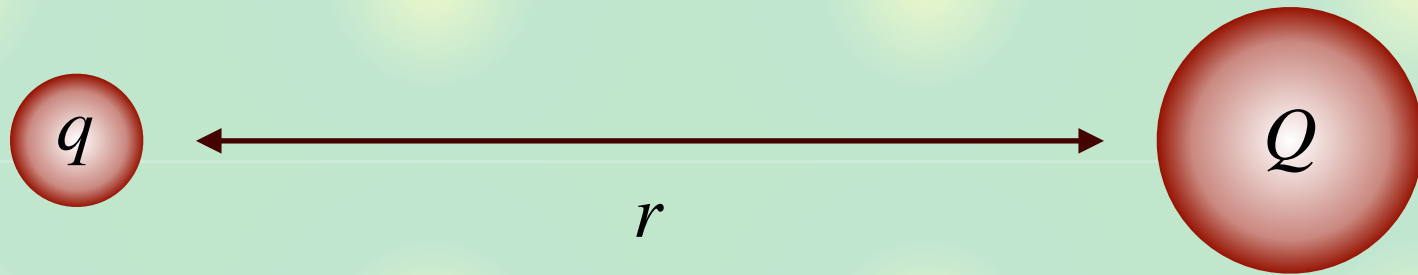


- 力は距離の2乗に反比例
- 質量が力の強さを決める
- $G$ :万有引力定数
- 重力は常に引力

## 電磁気力

電荷  $q$  と  $Q$  の粒子を距離  $r$  離して置く

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$$



- 力は距離の2乗に反比例
- **電荷**が力の強さを決める
- $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$ :クーロン結合定数
- 電磁気力は引力でも**斥力**でもある

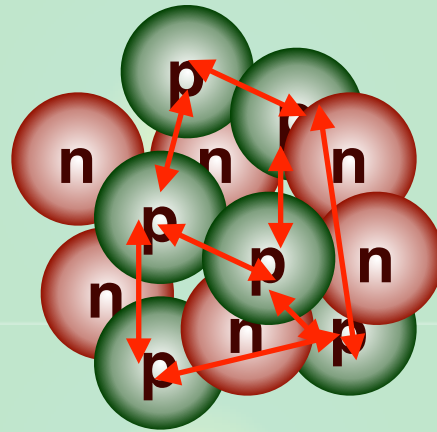
重力とは**別の力**



## 原子核と強い相互作用

原子核：陽子、中性子の自己束縛系（勝手に分解しない）

- 例)  $^{12}\text{C}$  (炭素)



- 陽子 (proton) : 電荷  $Q = +1$
- 中性子 (neutron) : 電荷  $Q = 0$

陽子間の電磁気力は**斥力**

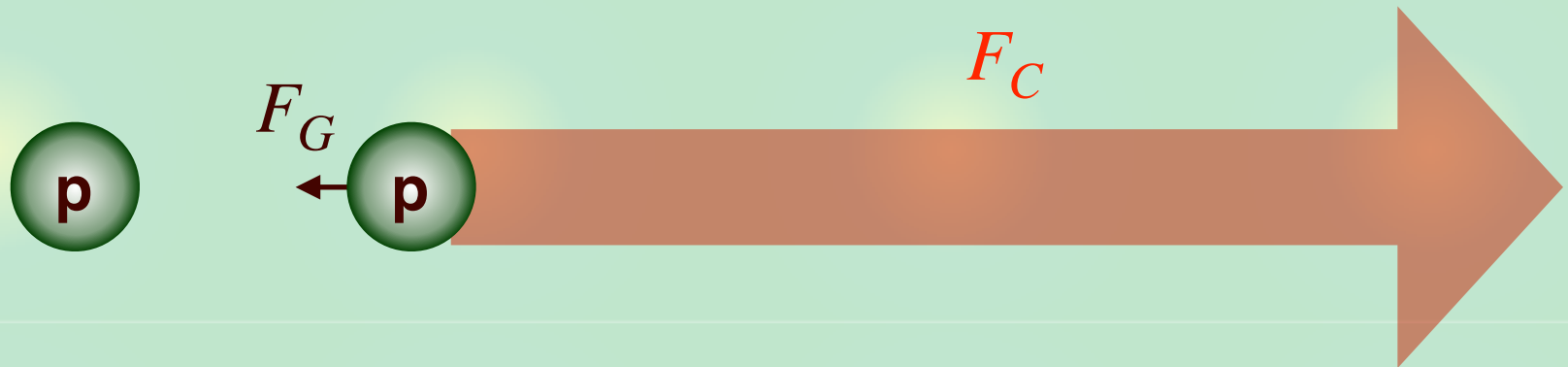
- 重力の引力で原子核を束縛できるか？

## 強さの比較

距離  $2 \text{ fm} = 2 \times 10^{-15} \text{ m}$  離れた陽子間の重力とクーロン力

$$F_G = -G \frac{mM}{r^2} \simeq -4.8 \times 10^{-35} \text{ [N]}$$

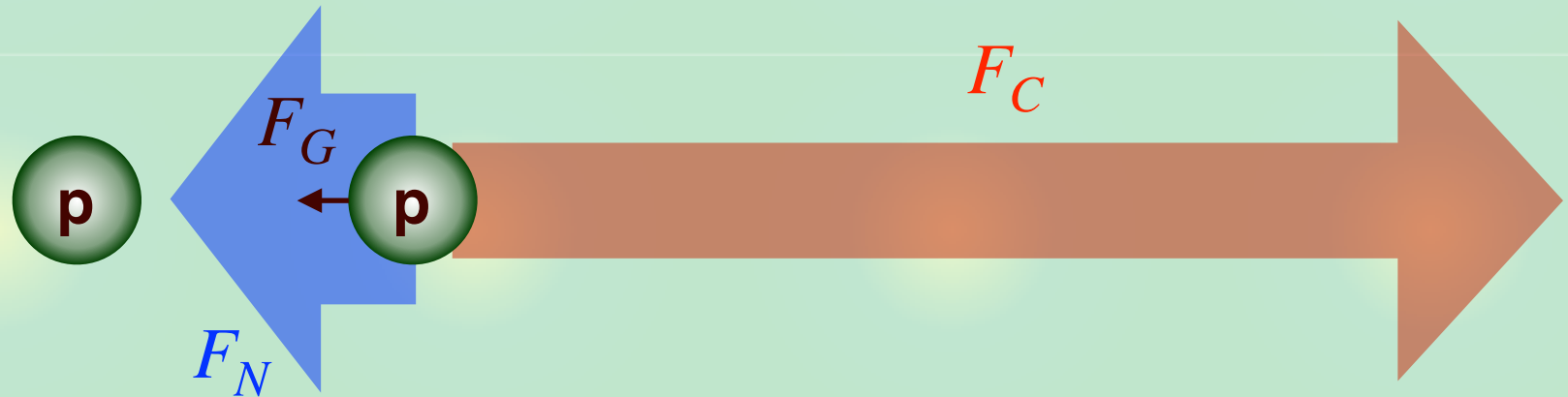
$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \simeq 5.7 \times 10^1 \text{ [N]}$$



- 重力は電磁気力に比べて非常に弱い
- 原子核を作るには**重力、電磁気力以外の相互作用が必要**

## 核力の強さ

核力：核子（陽子、中性子）間の引力



- 重力、電磁気力以外の相互作用
- **強い力**：クーロン斥力に打ち勝ち原子核を束縛

12 g の炭素原子核  $^{12}\text{C}$  を核子に分解するのに必要なエネルギー

$$\sim 8.6 \times 10^{12} \text{ J} \sim 2.1 \times 10^9 \text{ kcal}$$

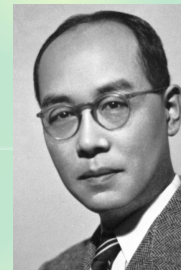


# 核力のメカニズム

核力は $\pi$ 中間子の交換で媒介される

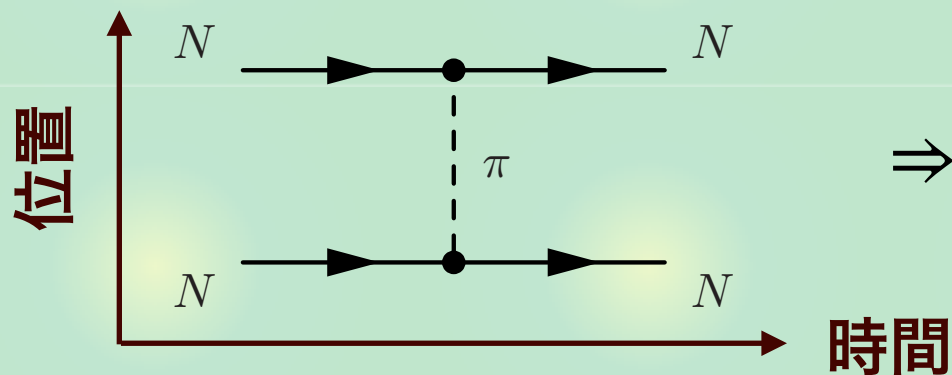


(1949年)



<https://www.nobelprize.org>

- ファインマン図による表現



$$F \sim \frac{g^2}{4\pi} \frac{\exp\{-\mu r\}}{r^2}$$

- **短距離力**：距離  $\sim 1$  fm 以上ではほとんどゼロ（指数関数的）

- **非中心力**：距離  $r$  だけでなく角度などに依存する

重力、電磁気力とは全く性質が異なる

# 4つの相互作用と素粒子標準理論

自然界には4つの基本相互作用が存在する

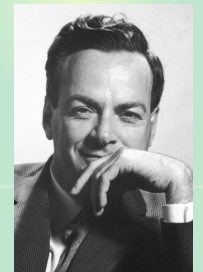
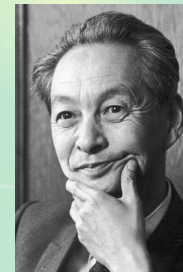
- 重力：ニュートン力学 → 一般相対性理論

標準理論

- 電磁気力：マクスウェル方程式 → 量子電磁力学 (QED)



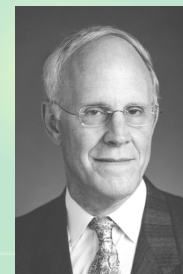
(1965年)



- 強い相互作用：量子色力学 (QCD)



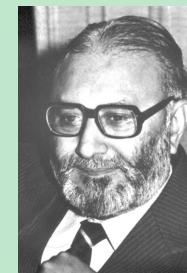
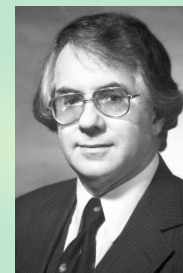
(2004年)



- 弱い相互作用：電弱統一理論

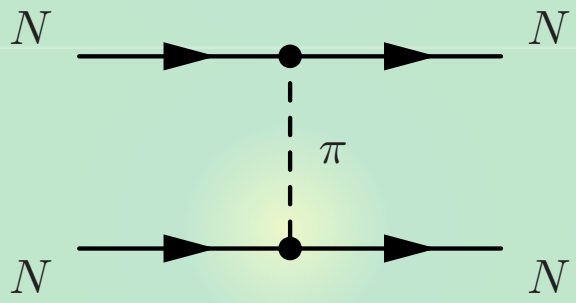
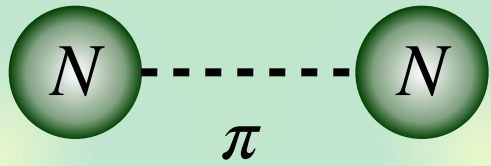


(1979年)

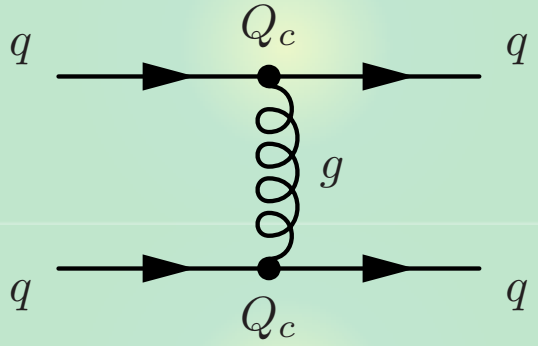
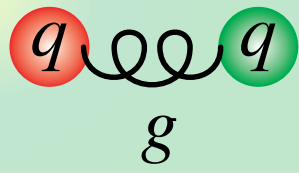


# 核力とQCDの相互作用

## 核力：核子間の強い引力



## 強い相互作用：クォーク・グルーオン間のQCD相互作用



- 核子や中間子もクォーク・グルーオンからできている
- 強い核力の起源もQCDの相互作用

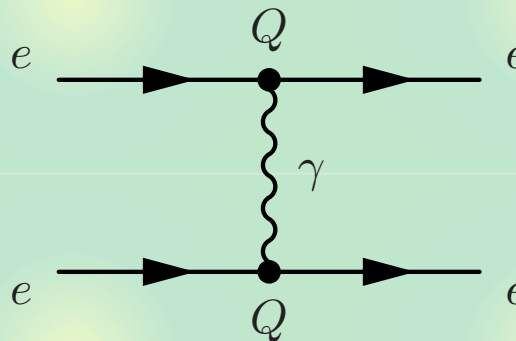


# 電磁相互作用の基礎理論

## 量子電磁力学 Quantum Electrodynamics, QED

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{e}(i\gamma^\mu D_\mu - m)e$$

- 電子  $e$  と光子  $\gamma$  の理論
- 量子効果を含めて電磁相互作用の全てを記述
- 光子は電荷を持たない：光子間は相互作用しない



$$\Rightarrow F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}$$

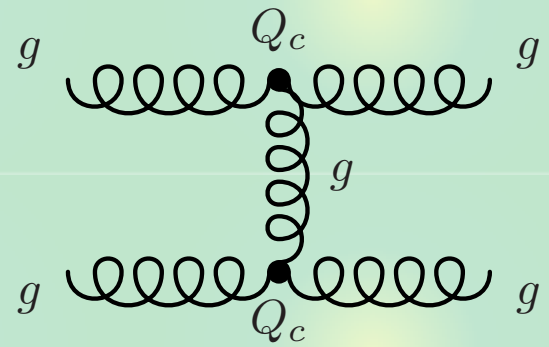
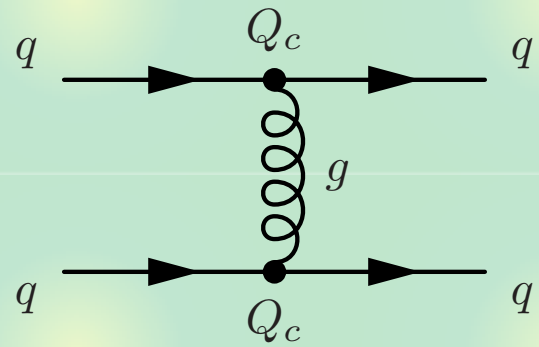
- 電子間の相互作用：クーロン力 (+量子効果)

# 強い相互作用の基礎理論

## 量子色力学 Quantum Chromodynamics, QCD

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f} (i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m_f \delta_{ij}) q_{j,f}$$

- クォーク  $q$  とグルーオン  $g$  の理論
- 量子効果を含めて強い相互作用の全てを記述
- クォークとグルーオンはカラー電荷  $(a, i, j)$  を持つ

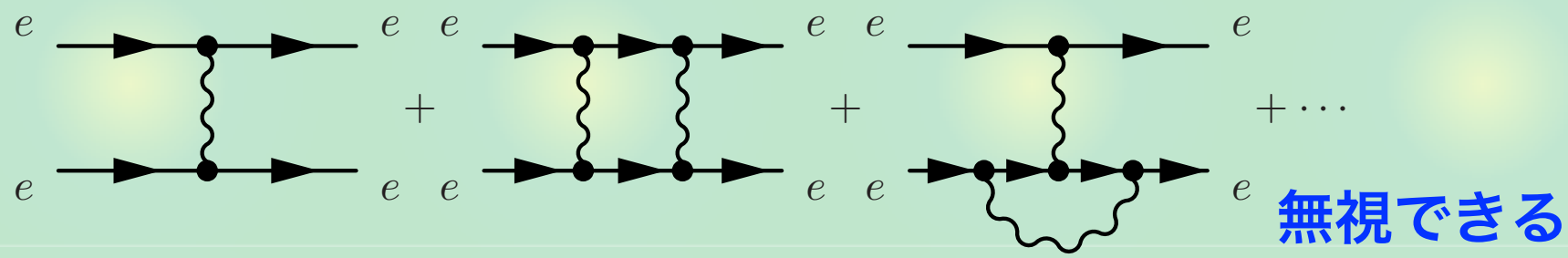


- グルーオン間も相互作用する

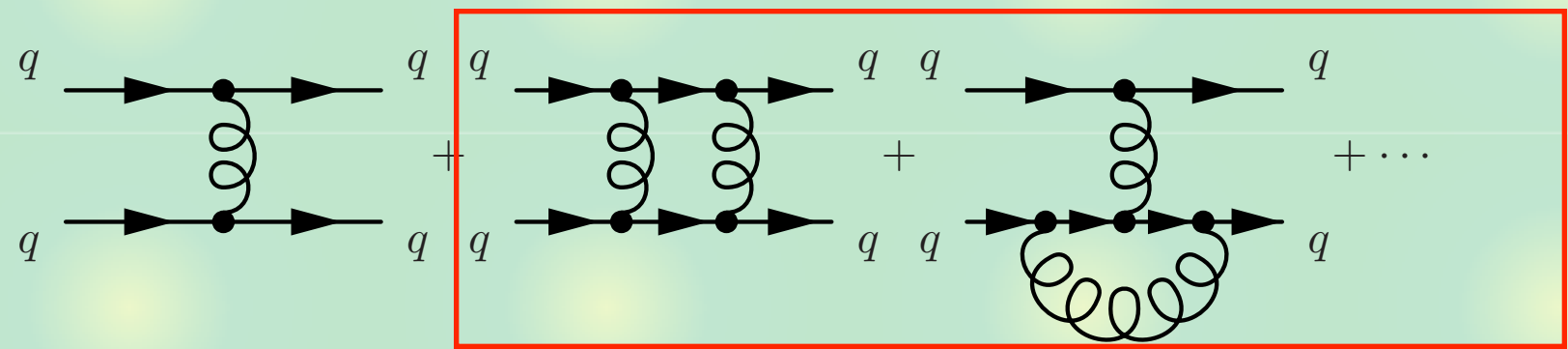
# 量子効果の計算

同じ始状態・終状態のファインマン図を足す（無限個）

- 電磁相互作用：量子効果が小さい（有限個の計算でOK）



- 強い相互作用：量子効果が“強い” “強い”ので無視できない！



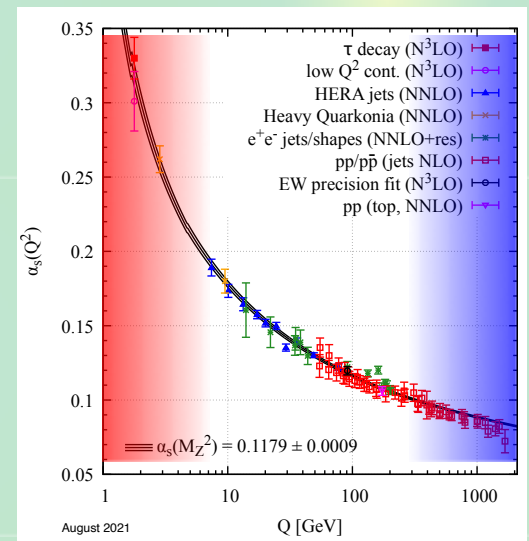
- 理論が分かっているのに解けない（標準理論でQCDだけ）

# 分かっているのに解けないとは？

## 漸近自由性

- **高エネルギー**：結合定数小（計算可能）
- **低エネルギー**：結合定数大（計算不可能）

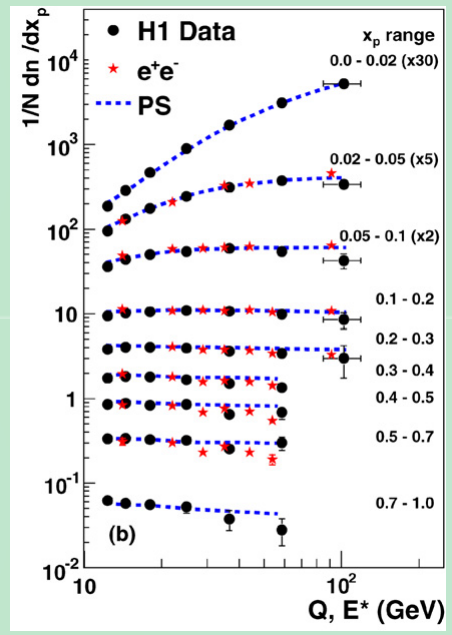
<http://pdg.lbl.gov/>



## 深非弾性散乱（高エネルギー電子陽子散乱）

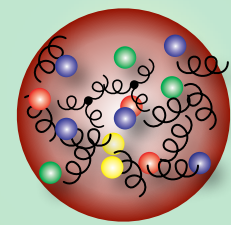
- スケーリングの破れがQCDで説明される
- QCDは**高エネルギー実験**で検証されている

F.D. Aaron *et al.* (H1 collaboration), PLB 654, 148 (2007)



## ハドロン物理

- **低エネルギー**なので計算できない



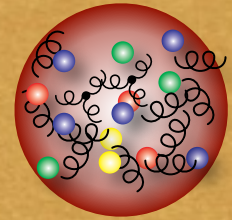


## ここまでのまとめ



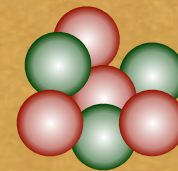
### ハドロン

- クォーク、グルーオンの自己束縛系
- QCDが基本相互作用



### 原子核

- 陽子、中性子の自己束縛系
- 核力が基本相互作用



### ハドロン物理の（一つの）目標

- 低エネルギーのQCDをどのように調べるか？



## 導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



## ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（アイソスピン対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



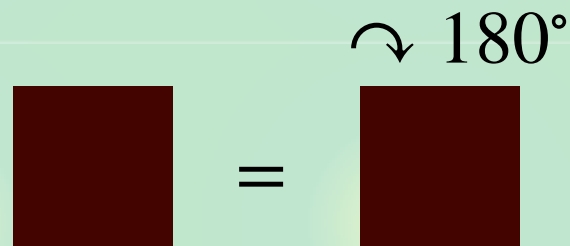
## まとめ

# 対称性とは

対称性：物理系（ハミルトニアン）を不変に保つ変換

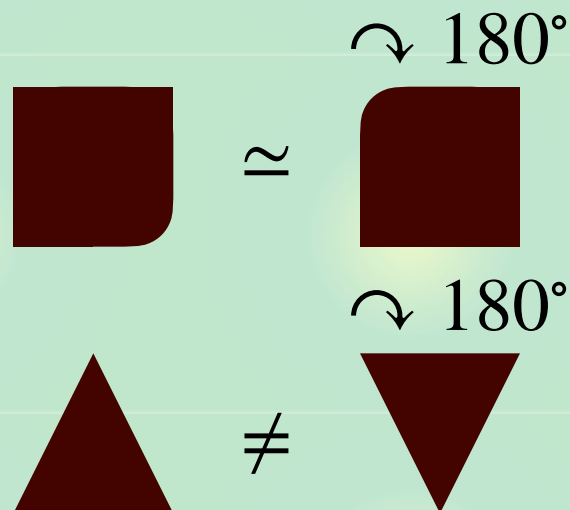
$$H \rightarrow H$$

- 理論が解けなくても分かる性質がある
- 既知の情報から予言ができる



## 対称性の破れ

- 厳密に対称でないとき破れているという
- 破れが小さい場合は対称性が有用



以下の目標：

- QCDの対称性と破れ → ハドロン物理への制限

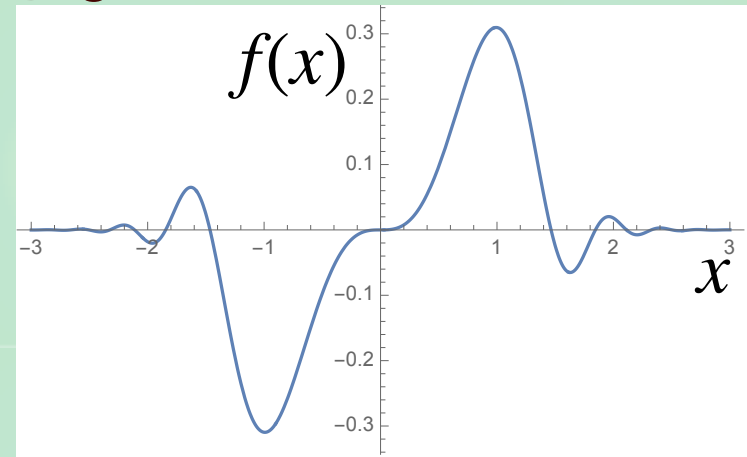
# 対称性の有用性

理論が解けなくても分かる性質がある？

- 例：次の不定積分は初等関数では表せない

$$\int f(x) dx, \quad f(x) = e^{-x^2} \sin(x^3)$$

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善



不定積分が計算できなくても...

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = 0, \quad \int_{-7}^7 [f(x)]^2 dx = 2 \int_0^7 [f(x)]^2 dx, \quad \dots$$

- 定積分の値が分かったり、値の間に関係がつく場合がある

<- 非積分関数の**対称性**：奇関数、偶関数

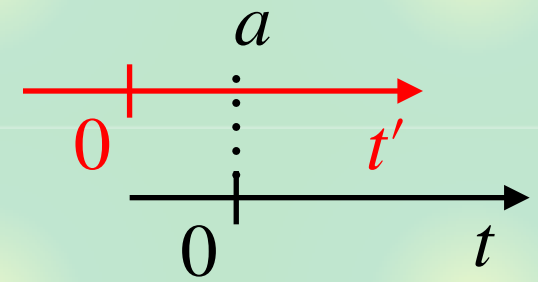
$$f(-x) = e^{-(-x)^2} \sin(-x)^3 = -e^{-x^2} \sin(x^3) = -f(x)$$

# 時空の並進対称性

## 時間並進対称性

$$t \rightarrow t' = t + a$$

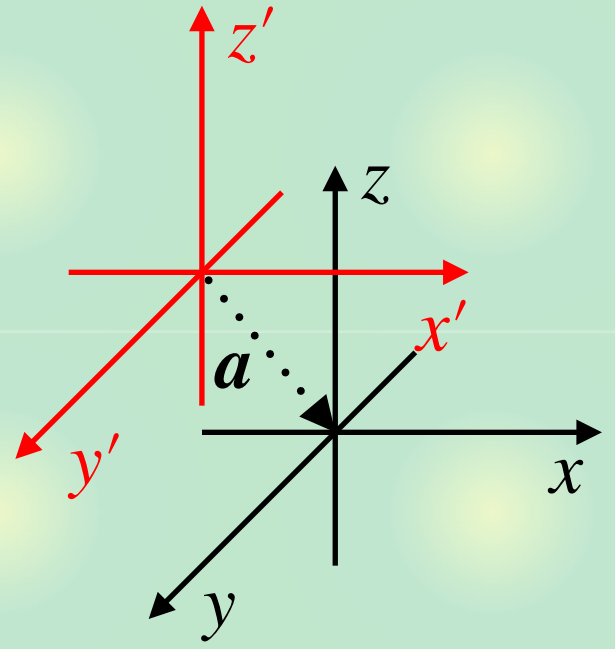
- エネルギー保存
- 保存する例：単振動
- 破れる例：減衰振動（ハミルトニアンが時間に陽に依存）



## 空間並進対称性

$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{a}$$

- 運動量保存
- 保存する例：内力のみはたらく多体系
- 破れる例：外力がはたらく系



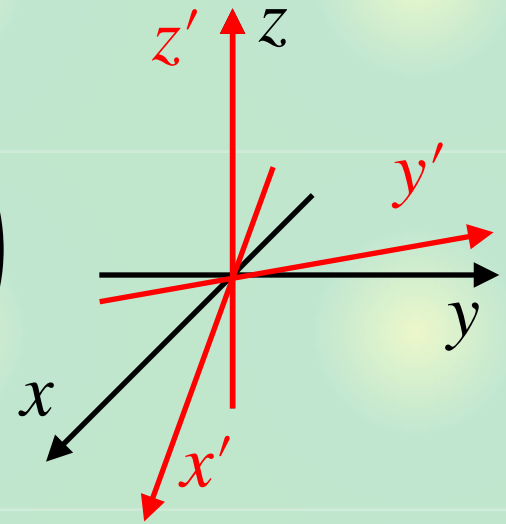
連続対称性 → 保存則



# 回転対称性

回転対称性 ( $R : 3 \times 3$  直交行列)

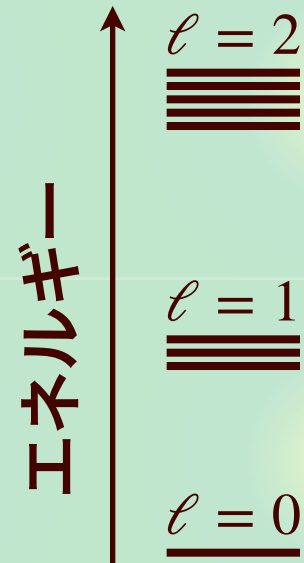
$$\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}' = R\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



- 角運動量保存
- 保存する例：中心力
- 破れる例：特定の方向にはたらく力

量子力学の場合

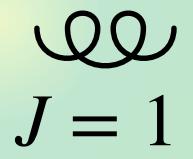
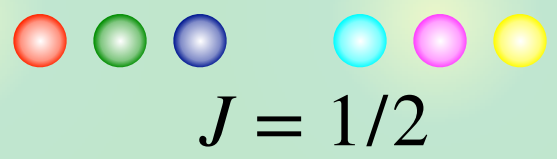
- 角運動量 (スピン)  $\ell$  は保存量子数
- 固有状態は  $\ell$  の決まった状態
- $2\ell + 1$  個の固有状態が縮退



# QCDでの回転対称性

## クォーク・グルーオンの場合

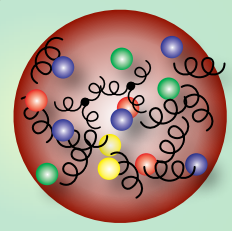
- 回転対称性はQCDのローレンツ対称性の一部
- クォーク・グルーオンは決まったスピン  $J$  を持つ



## ハドロンの場合

- クォーク・グルーオンの複合系
- どのように構成されているかはわからない（計算できない）
- ハドロンは決まったスピン  $J$  を持つ

- メソン  $J = 0, 1, 2, \dots$
- バリオン  $J = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$





## 導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



## ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



## まとめ

# 破れた対称性

## 対称性の (explicitな) 破れ

- $z$  方向に強さ  $B$  の外部磁場をかける (ゼーマン効果)

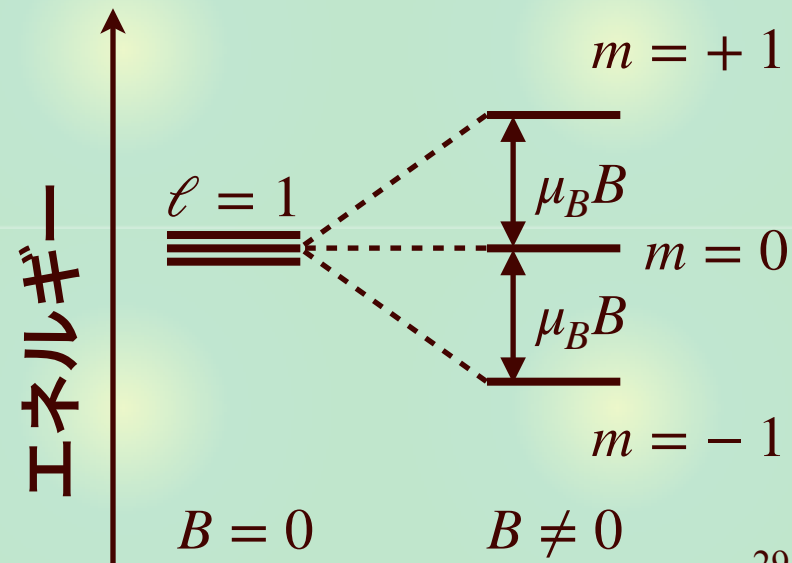
$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{central}} + \frac{eB}{2m_e} \hat{L}_z$$

- $z$  軸が特別な方向：ハミルトニアンが回転対称性を破る
- エネルギーが磁気量子数  $m$  に依存し縮退が解ける

## 破れた対称性の帰結

- 縮退度  $2\ell + 1$  個に準位が分裂
- 準位分裂は等間隔で  $B$  に比例

対称性とその破れから予言ができる



## アイソスピン変換

### クォーク質量とハドロン質量

$$m_u \sim 2.2 \text{ MeV}, m_d \sim 4.7 \text{ MeV} \ll M_p \sim 938.3 \text{ MeV}$$

→  $u, d$  質量はハドロンに比べて無視できるぐらい小さい

### アイソスピン変換： $u, d$ クォークの“入れ替え”

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

- $U$  :  $2 \times 2$  ユニタリー行列：SU(2) 変換
- スピン1/2状態の変換と数学的に等価

$$\begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix}$$

## ハドロンのアイソスピン対称性

### アイソスピン対称性の帰結

- $u, d$  で構成されるハドロンは**アイソスピン多重項**で分類できる
- 核子  $N$  (陽子  $p$ , 中性子  $n$ ) : 2重項 ( $\sim$ スピン1/2)
- $\pi$  中間子 ( $\pi^+, \pi^0, \pi^-$ ) : 3重項 ( $\sim$ スピン1)

### 実際のハドロンでは...

#### - 核子質量

$$M_p \sim 938.3 \text{ MeV}, \quad M_n \sim 939.6 \text{ MeV}, \quad \Delta M_N \sim 1.3 \text{ MeV}$$

#### - $\pi$ 中間子質量

$$m_{\pi^\pm} \sim 139.6 \text{ MeV}, \quad m_{\pi^0} \sim 135.0 \text{ MeV}, \quad \Delta m_\pi \sim 4.6 \text{ MeV}$$

多重項が**ほぼ縮退** (多重項間の質量差  $\gg$  多重項内の質量差)



## フレーバー SU(3) 対称性の破れ

$s$  クォークもそれなりに軽い

$$m_s \sim 93 \text{ MeV} \ll M_p \sim 938.3 \text{ MeV}$$

フレーバー SU(3) 変換： $u, d, s$  クォークの入れ替え

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

-  $U$  :  $3 \times 3$  ユニタリー行列：SU(3) 変換

フレーバーSU(3)の破れ

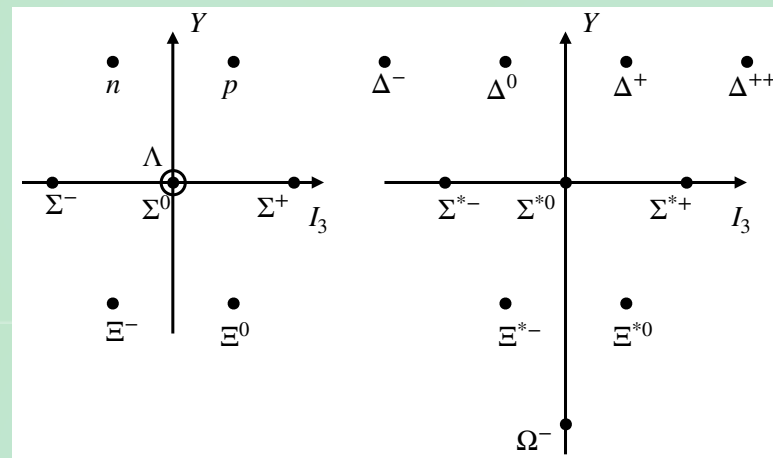
$$m_d - m_u \sim 2.5 \text{ MeV} \ll m_s - m_d \sim 88 \text{ MeV}$$

- SU(3) の破れはアイソスピンの破れに比べて大きい

# フレーバー SU(3) 対称性

## フレーバー SU(3) 対称性の帰結

- $u, d, s$  で構成されるハドロンは **SU(3) 多重項**で分類できる
- $N, \Lambda, \Sigma, \Xi$  : バリオン8重項
- $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$  : バリオン10重項



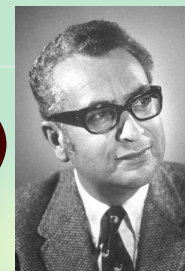
## フレーバー SU(3) の破れ

- Gell-Mann大久保の公式：多重項内の質量分離

$$M(I, Y) = a + bY + c \left[ I(I + 1) - \frac{Y^2}{4} \right]$$



(1969年)



- $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*$  から  $\Omega$  が予言できる

<https://www.nobelprize.org>



## 導入

- 原子核とは？ハドロンとは？
- 自然界の力と強い相互作用



## ハドロン物理と対称性

- 対称性と保存則（回転対称性）
- 対称性の破れ（フレーバー対称性）
- 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）



## まとめ

## 自発的対称性の破れ

### 自発的対称性の破れ (spontaneous symmetry breaking)

- ハミルトニアンを固有状態が破る

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle, \quad \hat{H} \rightarrow \hat{H}, \quad |\Psi\rangle \not\rightarrow |\Psi\rangle$$

### 例：強磁性体（格子点上のスピン系、 $J > 0$ ）

$$\hat{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \hat{\mathbf{s}}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} (\hat{s}_{x,i} \hat{s}_{x,j} + \hat{s}_{y,i} \hat{s}_{y,j} + \hat{s}_{z,i} \hat{s}_{z,j})$$

- ハミルトニアンには特定の方向がない：回転対称性
- 隣り合うスピンの向きが揃う方がエネルギーが低い

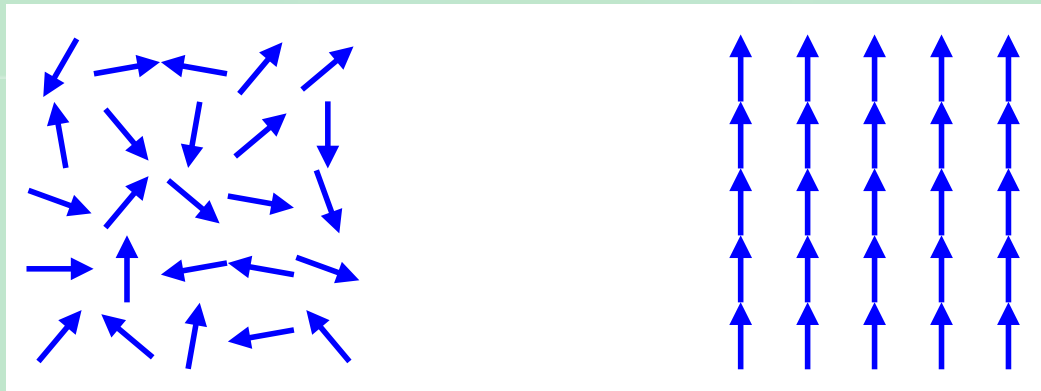
$$\langle \dots \uparrow \uparrow \dots | \hat{H} | \dots \uparrow \uparrow \dots \rangle < \langle \dots \uparrow \downarrow \dots | \hat{H} | \dots \uparrow \downarrow \dots \rangle$$

## 強磁性体の基底状態

温度  $T$  の多体問題の基底状態：自由エネルギー  $F$  最小

$$F = E - TS$$

- $T$  大：  $S$  を大きくする方が得  $\rightarrow$  スピンの向きが乱雑
- $T$  小：  $E$  を小さくする方が得  $\rightarrow$  スピンの向きが揃う



$T$  大：対称性あり

$T$  小：対称性が破れる

低温の基底状態：全てのスピンの揃った状態

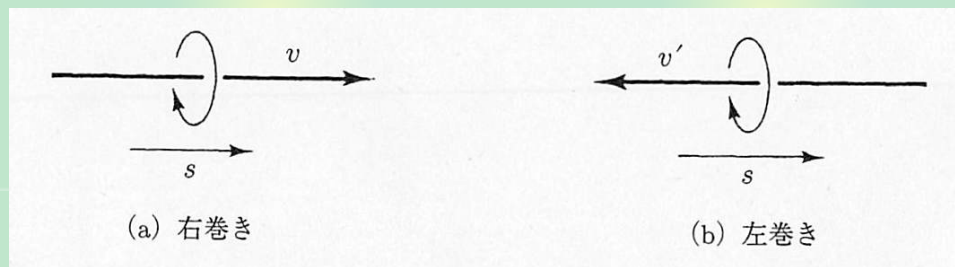
- スピンが揃う方向が特定、**状態によって**回転対称性が破れる

# QCDのカイラル対称性

## クォーク場の右巻きと左巻き

$$q = q_R + q_L$$

- 右巻き（左巻き）：運動方向とスピンの向きが同じ（反対）



グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

## クォークの質量が厳密に0のとき

- 右巻き左巻きを独立に回転：カイラル対称性  $SU(2) \times SU(2)$

$$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u'_R \\ d'_R \end{pmatrix} = U_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix} = U_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$$



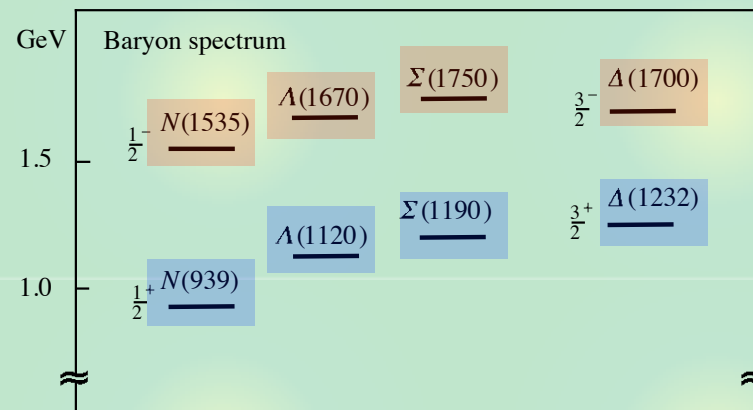
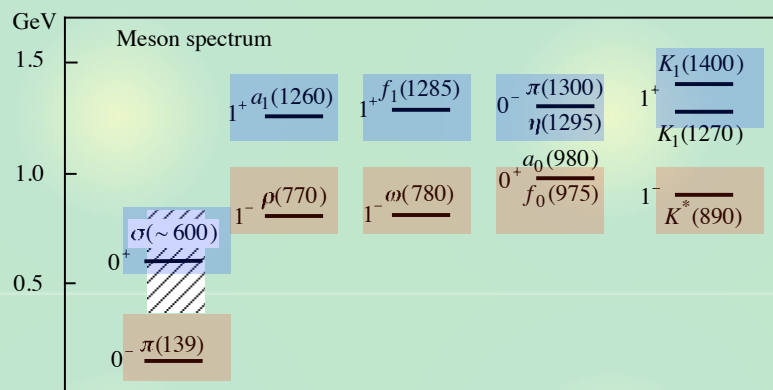
# カイラル対称性の破れ

カイラル対称性が厳密なら...

- ハドロンはカイラル対称性の多重項に属する
- カイラル多重項は**正パリティ**と**負パリティ**両方を含む

実際のハドロンでは...

- **パリティの縮退は起きていない**



A.Hosaka, H.Toki, “*Quarks, baryons and chiral symmetry*” World Scientific

カイラル対称性はQCD真空によって**自発的に破れている**

# 自発的破れの帰結1：NG定理

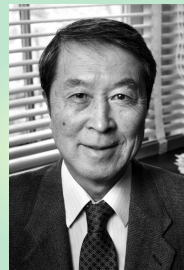
## 南部ゴールドストーン（NG）の定理

Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961); Phys. Rev. 124, 246 (1961),  
J. Goldstone, Nuovo Cim. 19, 154 (1961)

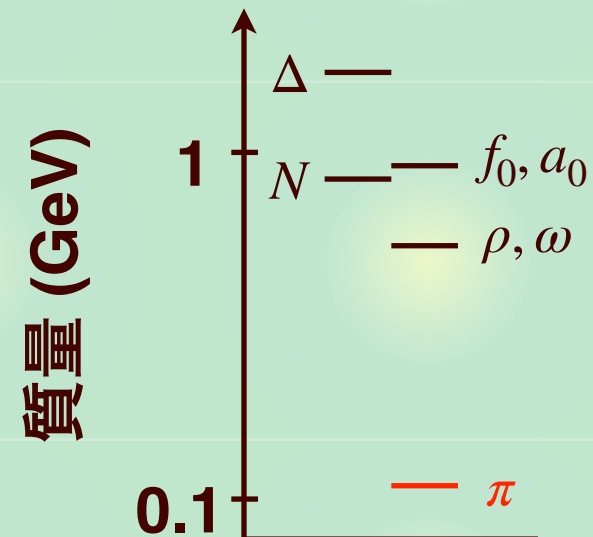
- 連続対称性が自発的に破れると、無質量のNGボソンが出現
- カイラル対称性の場合： $\pi$  中間子



(2008年)



<https://www.nobelprize.org>



実際のQCDでは...

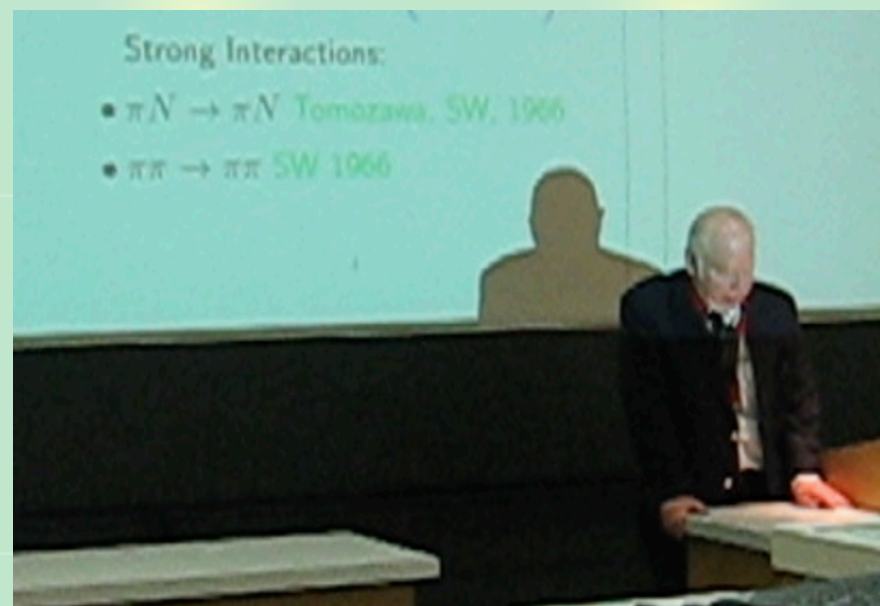
- $\pi$  は他のハドロンに比べて軽い ← NGボソンの名残

## 自発的破れの帰結2：低エネルギー一定理

### 低エネルギー一定理

- $\pi$  中間子に関する物理量の関係式
- Gell-Mann Oakes Renner 関係式
- Goldberger-Treiman 関係式...

2009年7月6日



### Weinberg-Tomozawa 定理

$$a \propto \frac{m_\pi}{f_\pi^2} \left( I(I+1) - \frac{11}{4} \right) + \dots$$

S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17, 616 (1966); Y. Tomozawa, Nuovo Cim. A46, 707 (1966)

- $\pi\pi$  散乱長、 $\pi N$  散乱長（相互作用の強さ）が予言できる

## 後半のまとめ



### 回転対称性

- ハドロンは決まったスピンを持つ



### フレーバー対称性

- ハドロンはアイソスピンの多重項に属する
- SU(3)の破れでハドロン質量を予言できる



### カイラル対称性と自発的破れ

- $\pi$  中間子の存在を予言できる
- ハドロン間相互作用などが決まる

# 卒研について

## 卒研の目的

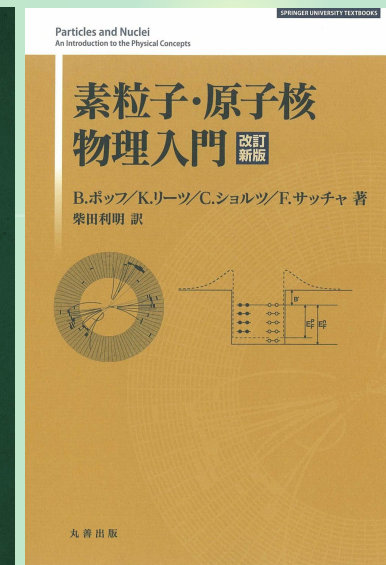
- ハドロン物理を通じて研究の雰囲気を感じる

## 卒研の流れ（前期）

- 基礎知識の習得（ゼミ）

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

B. ポッフ他 著「素粒子原子核物理入門」丸善  
など



- ゼミのテキストは興味（と能力）に応じて設定
- 数値計算、プレゼンテーションの練習など



## 卒研について

### 卒研の流れ（後期）

- テーマを設定し研究を開始

### 研究テーマ例

- 高エネルギー衝突実験での2粒子相関関数によるハドロン間相互作用
- Flatte分布を用いた閾値近傍のハドロン散乱
- QCD近藤効果のストレンジネス系への応用
- 強結合展開を用いたカラーの閉じ込め
- ハドロン散乱中の共鳴状態としてのバリオン励起状態の研究
- s波とp波の弱束縛状態の性質
- s波束縛状態のハドロンにおけるクラスター構造



# 研究テーマは自由

量子物性理論

素粒子

カラー超伝導  
フェッシュバッハ共鳴

超弦理論

ホログラフィックQCD

原子核・ハドロン

強い相互作用(QCD)の物理

重イオン衝突

中性子星

状態方程式

非平衡動力学

超新星、重力波

統計物理・ダイナミクス

宇宙

より詳細は研究室訪問で

## 全体のまとめ



## 強い相互作用

- 重力、電磁気力と**全く異なる性質**の力
- **1つの式**から多様な物理が生まれる

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f}(i\gamma^\mu(D_\mu)_{ij} - m_f\delta_{ij})q_{j,f}$$



## 原子核ハドロン物理

- 強い相互作用が生む**多くの未解決問題**を研究
- **対称性**が強力な指針となる