

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第 11 回] (2023.12.20 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. N 自由度の振動の一般解は $j = 0, 1, \dots, N + 1$ に対し

$$u_j(t) = \sum_{n=1}^N C^{(n)} \sin \frac{nj\pi}{N+1} \cos(\omega^{(n)}t + \phi^{(n)}), \quad \omega^{(n)} = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{n\pi}{2(N+1)},$$

で与えられる ($C^{(n)} \neq 0$)。 $N = 2$ の場合に、 $\omega^{(1)}$ と $\omega^{(2)}$ の具体形を求め、 $u_1(t)$ と $u_2(t)$ を和記号を展開して具体的に表し、

$$u_1(t) = C_X \cos(\omega_X t + \phi^{(1)}) + C_Y \cos(\omega_Y t + \phi^{(2)})$$

$$u_2(t) = C_X \cos(\omega_X t + \phi^{(1)}) - C_Y \cos(\omega_Y t + \phi^{(2)})$$

と比較して振幅 C_X 、 C_Y および振動数 ω_X 、 ω_Y を求めよ。

2. 各質点の $t = 0$ の初速度が $\dot{u}_1(0) = \dot{u}_2(0) = 0$ ($\dot{u} = du/dt$) という条件が成り立つとき、初期位相 $\phi^{(1)}$ 、 $\phi^{(2)}$ を決定し、初期位置 $u_1(0)$ 、 $u_2(0)$ を用いて振幅 $C^{(1)}$ 、 $C^{(2)}$ を表せ。ただし初期位相の範囲は $0 \leq \phi^{(n)} < \pi$ とする。
-