

量子力学IIレポート課題 [第4回] 提出期限：2021.6.16 (2021.6.9 出題)

学修番号・名前

---

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

---

極座標表示の角運動量演算子と球面調和関数の  $\ell = 1, m = +1$  の場合の具体形  $Y_1^{+1}(\theta, \phi)$  は

$$\hat{L}_x = i\hbar \left( \sin\phi \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\cos\phi}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right), \quad \hat{L}_y = -i\hbar \left( \cos\phi \frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{\sin\phi}{\tan\theta} \frac{\partial}{\partial\phi} \right), \quad \hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial\phi}$$
$$Y_1^{+1}(\theta, \phi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\phi}$$

で与えられる。次の問に答えよ。

1. 極座標表示の角運動量演算子を用いて以下を示せ。

$$[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$$

2.  $Y_1^{+1}(\theta, \phi)$  は角運動量の大きさが  $\ell\hbar = \hbar$  で、 $z$  方向成分が  $m\hbar = \hbar$  の状態である。

$$\langle \hat{L}_x \rangle = \int_{-1}^1 d\cos\theta \int_0^{2\pi} d\phi [Y_1^{+1}(\theta, \phi)]^* \hat{L}_x Y_1^{+1}(\theta, \phi)$$
$$\langle \hat{L}_x^2 \rangle = \int_{-1}^1 d\cos\theta \int_0^{2\pi} d\phi [Y_1^{+1}(\theta, \phi)]^* \hat{L}_x^2 Y_1^{+1}(\theta, \phi)$$

を計算し、角運動量の  $x$  方向成分の揺らぎ  $\Delta L_x = \langle \hat{L}_x^2 \rangle - \langle \hat{L}_x \rangle^2$  を求めよ。

---

講義についての質問や、ご意見ご要望があれば末尾に書いてください。