量子力学 II レポート課題［第 3 回］提出期限：**2021.5.19**（2021.5.12 出題）

学修番号・名前

結果だけでなく**途中の式と説明も書くこと**。

直交座標変数 (x, y, z) と極座標変数 (r, θ, ϕ) は

$$x = r\sin\theta\cos\phi, \quad y = r\sin\theta\sin\phi, \quad z = r\cos\theta$$
$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}, \quad \cos\theta = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \quad \tan\phi = \frac{y}{x}$$

という関係にある。角運動量演算子の 2 乗 $\hat{\boldsymbol{L}}^2$ の極座標表示と、球面調和関数の $\ell = 1, m = +1$ の場合の具体形 $Y_1^{+1}(\theta, \phi)$ は

$$\hat{\boldsymbol{L}}^2 = -\hbar^2\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right], \quad Y_1^{+1}(\theta, \phi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi}$$

で与えられる。次の問に答えよ。

1. 角運動量演算子の z 成分は

$$\hat{L}_z = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

で与えられる。$\hat{L}_z$ を極座標表示せよ。

2. $Y_1^{+1}(\theta, \phi)$ が $\hat{L}_z$ および $\hat{\boldsymbol{L}}^2$ の固有関数になっていることを確かめ、それぞれの固有値を求めよ。

講義についての質問や、ご意見ご要望があれば末尾に書いてください。