

量子力学IIレポート課題 [第2回] 提出期限：2021.4.28 (2021.4.21 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく**途中の式と説明も書くこと**。記号は講義ノートで示したものと同一。講義ノート中で示した式、結果は使用してよい。

消滅演算子の固有値 β の固有状態 $|\beta\rangle$ (コヒーレント状態) を

$$\hat{a}|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle \quad (1)$$

と定義し、数演算子 $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ の固有状態 $|n\rangle$ を用いて

$$|\beta\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(\beta) |n\rangle$$

と展開する。ここで $c_n(\beta)$ は数係数である。固有状態は $\langle \ell | n \rangle = \delta_{\ell n}$ と規格化されている。次の間に答えよ。

1. 数演算子 \hat{n} と生成演算子 \hat{a}^\dagger の以下の交換関係を示せ。

$$[\hat{n}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger$$

2. 数学的帰納法を用いて以下の交換関係を示せ。

$$[\hat{a}, (\hat{a}^\dagger)^\ell] = \ell(\hat{a}^\dagger)^{\ell-1}, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots$$

3. 式(1)の両辺に左から $\langle \ell |$ (これは演算子 \hat{n} の固有値 ℓ の固有ブラ) をかけて計算することで $c_{n+1}(\beta)$ を $c_n(\beta)$ を用いてあらわせ。

講義についての質問や、ご意見ご要望があれば末尾に書いてください。