強い相互作用とハドロン物理

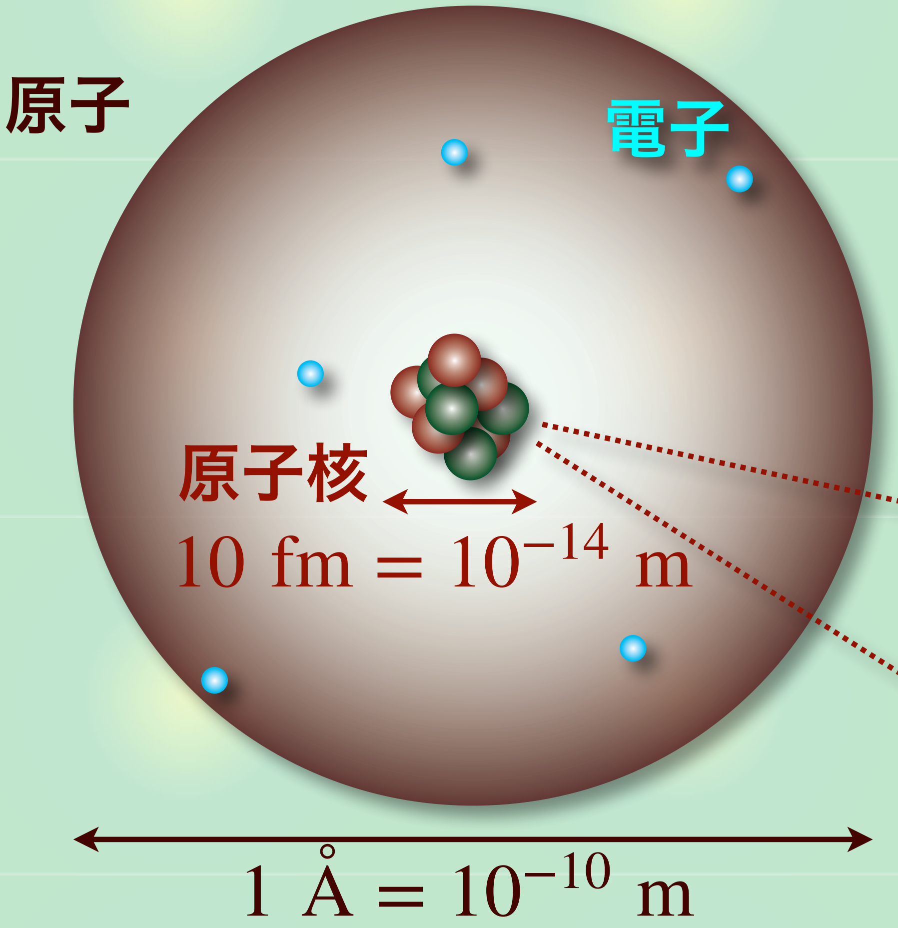
兵藤 哲雄

東京都立大学原子核ハドロン物理研究室

2022, Jan. 26th

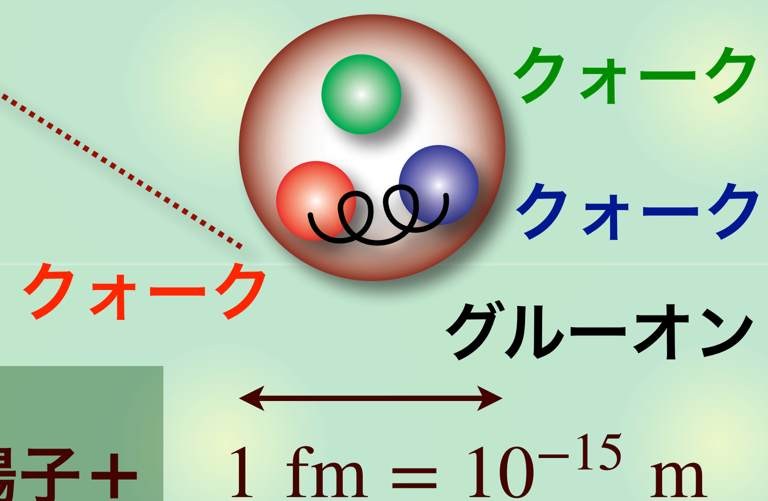
目次

原子、原子核、ハドロン



ハドロン物理学

ハドロン(核子など)の性質をQCDから理解する



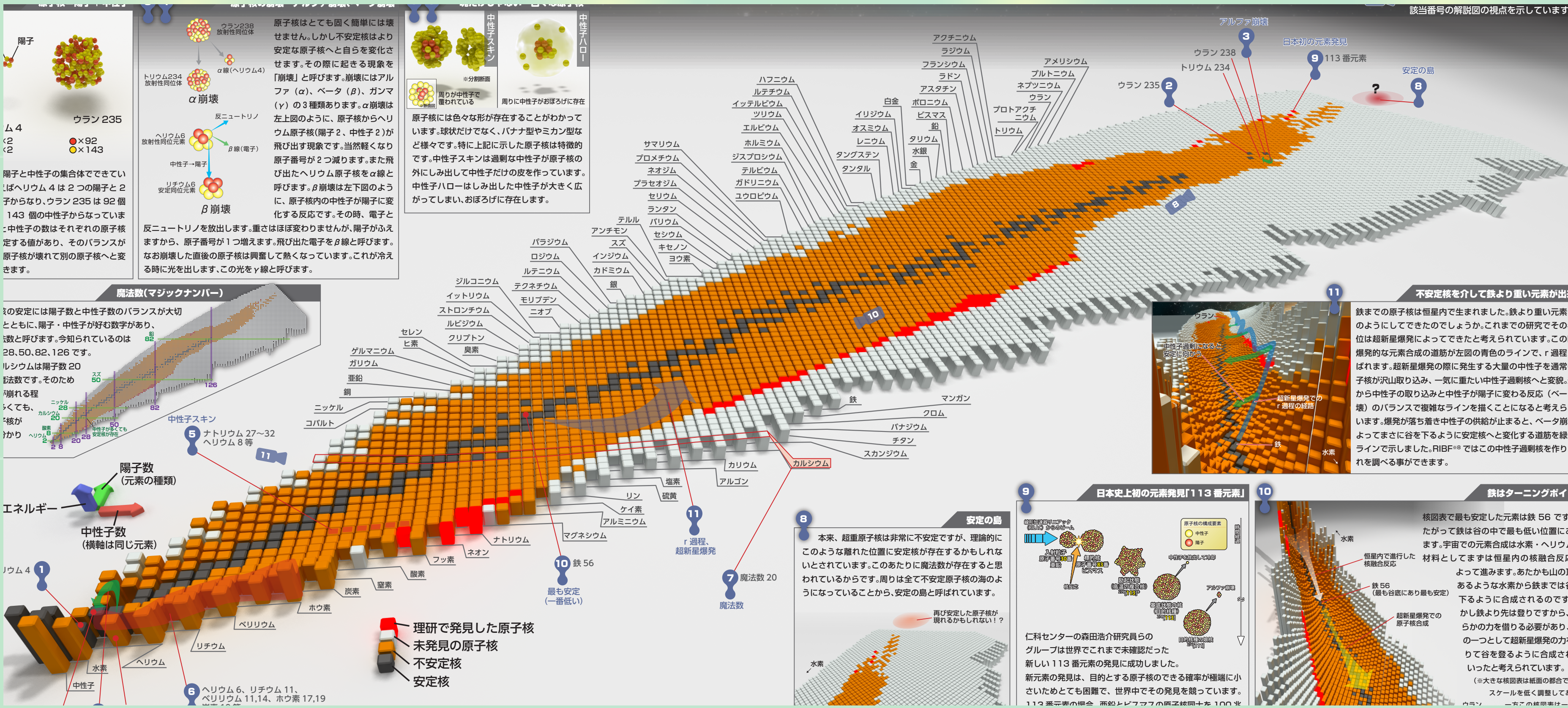
原子核物理学

原子核(多体系)の性質を核子(陽子＋中性子)間の相互作用から理解する

原子核とは

原子核：陽子 p と中性子 n の自己束縛系（勝手に分解しない）

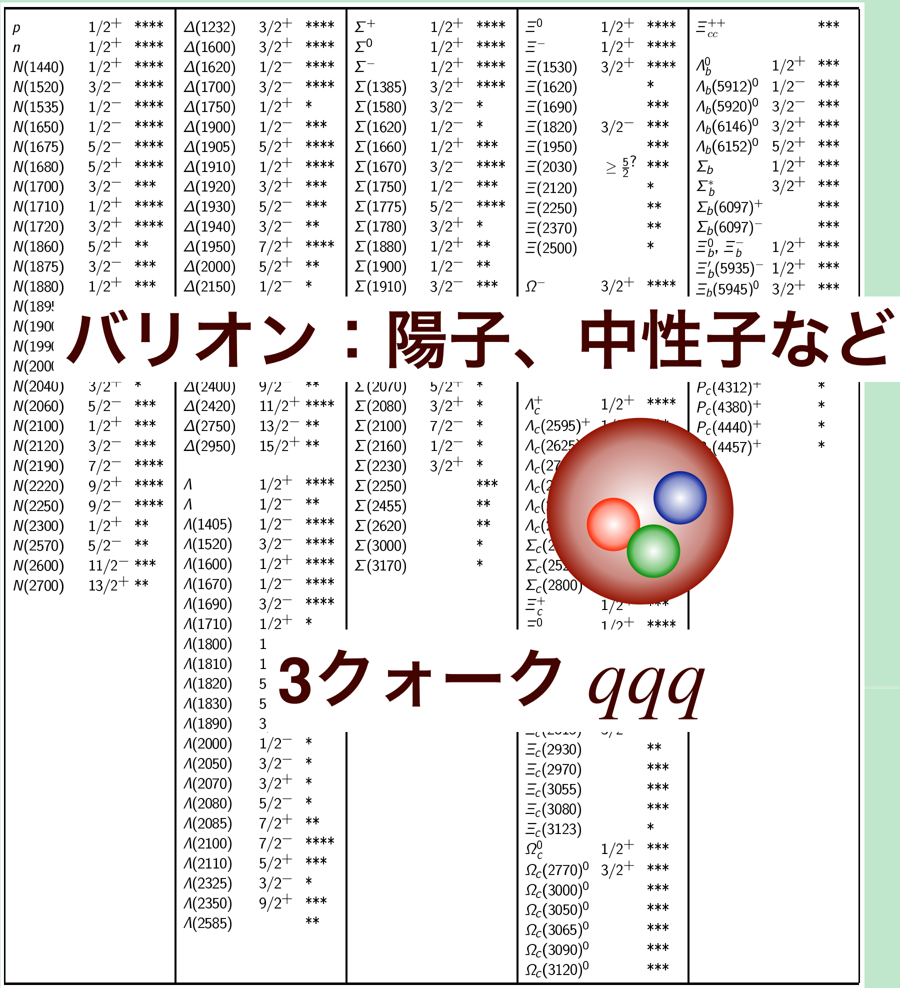
- 水素、鉄、鉛、ニホニウム...など
- 安定核約300種、不安定核約2000種、未発見約4000種

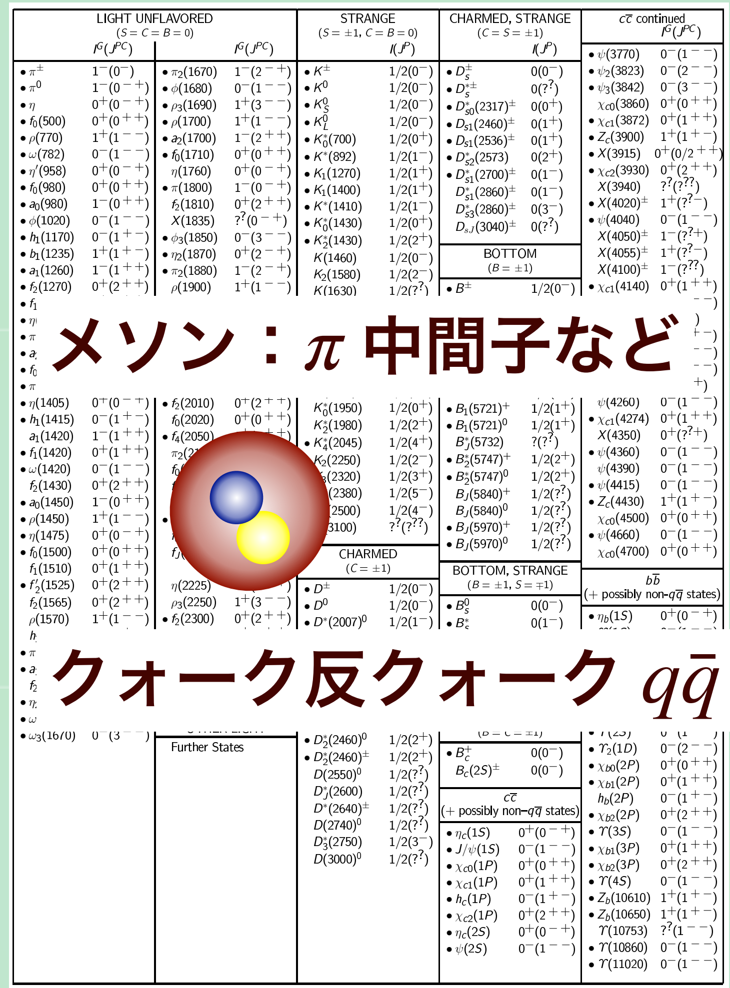


ハドロンとは

ハドロン：クォーク、グルーオンの自己束縛系（複合状態）

- 現在までに約370種が観測されている





http://pdg.lbl.gov/

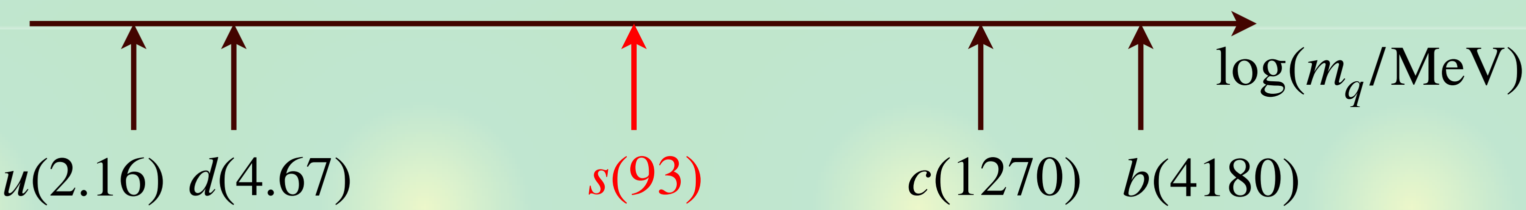
クォークとは

クォークのカラー

- クォークの持つ（スピンのような）内部自由度
- クォーク：赤、青、緑
- 反クォーク：反赤、反青、反緑

クォークのフレーバー

- クォークの種類（u, d, s, c, b, t）
- フレーバー毎に質量が異なる



- トップ（t）クォークはハドロンを作らない

基本法則の探究

ニュートンの運動方程式

$$m\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{F}$$

- 単振動

$$x(t) = A\sin(\omega t + \theta_0)$$

- 仕事とエネルギーの関係

$$\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_B^2 - \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_A^2 = \int_{\boldsymbol{r}_A}^{\boldsymbol{r}_B} \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$$

- 回転の運動方程式

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{N}$$

多くの現象を説明する少数の「法則」を解明する

日常的な力の源

日常的な力は根源的には2種の相互作用を源としている

- 重力：りんごが木から落ちる、月が地球のまわりを回る...

$$F_{A\leftarrow B} = G\frac{m_A m_B}{|\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A|^2}\frac{\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A}{|\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A|}$$

- 電磁気力：電流が流れる、磁石が引き寄せ合う...

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho, \quad \nabla \times \boldsymbol{B} - \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \boldsymbol{j}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0, \quad \nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \boldsymbol{0}$$

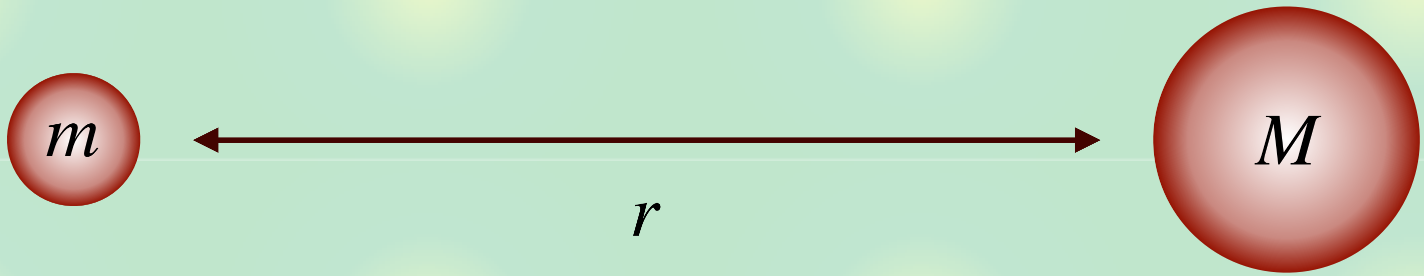
これら以外に力（相互作用）はないのか？

重力

質量 m と M の粒子を距離 r 離して置く

$$F_G = -G\frac{mM}{r^2}$$

（粒子が離れる向きが正）

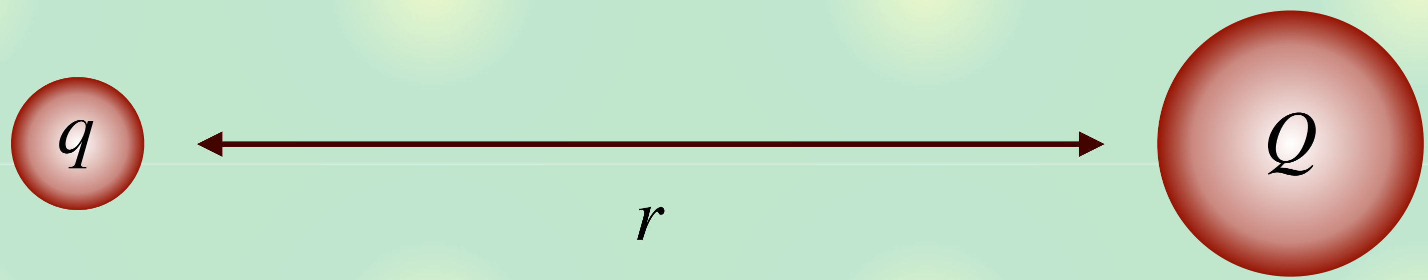


- 力は距離の2乗に反比例
- 質量が力の強さを決める
- G:万有引力定数
- 重力は常に引力

電磁気力

電荷 q と Q の粒子を距離 r 離して置く

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2}$$



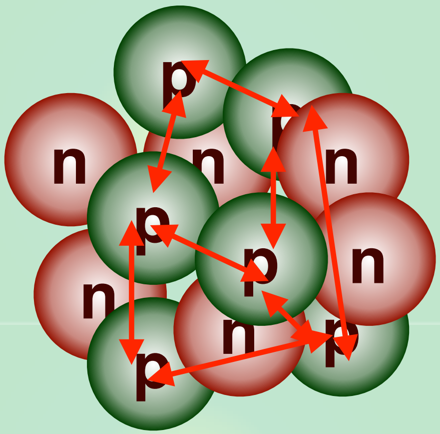
- 力は距離の2乗に反比例
- **電荷**が力の強さを決める
- $(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$:クーロン結合定数
- 電磁気力は引力でも**斥力**でもある

重力とは**別の力**

原子核と強い相互作用

原子核：陽子、中性子の自己束縛系（勝手に分解しない）

- 例）^{12}C（炭素）



- 陽子（proton）：電荷 $Q = +1$
- 中性子（neutron）：電荷 $Q = 0$

陽子間の電磁気力は斥力

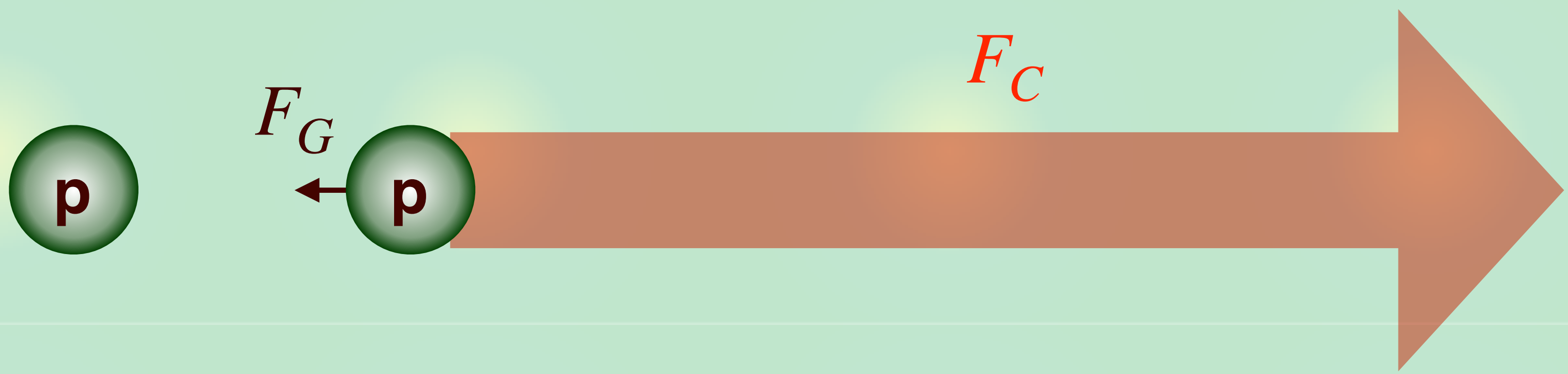
- 重力の引力で原子核を束縛できるか？

強さの比較

距離 $2\ \mathrm{fm} = 2 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$ 離れた陽子間の重力とクーロン力

$$F_G = -G\frac{mM}{r^2} \simeq -4.8 \times 10^{-35}\quad [\mathrm{N}]$$

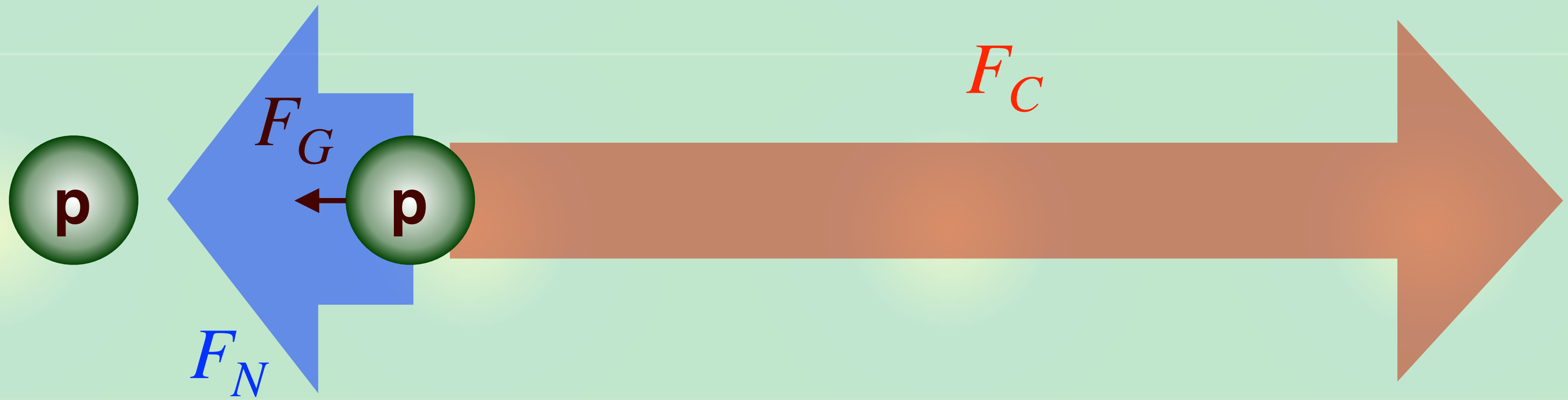
$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2} \simeq 5.7 \times 10^{1}\quad [\mathrm{N}]$$



- 重力は電磁気力に比べて非常に弱い
- 原子核を作るには重力、電磁気力以外の相互作用が必要

核力の強さ

核力：核子（陽子、中性子）間の引力



- 重力、電磁気力以外の相互作用
- **強い**力：クーロン斥力に打ち勝ち原子核を束縛

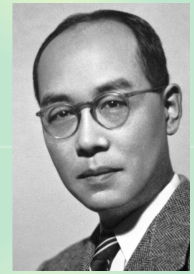
12 g の炭素原子核 ^{12}C を核子に分解するのに必要なエネルギー

$$\sim 8.6 \times 10^{12}\ \mathrm{J} \sim 2.1 \times 10^{9}\ \mathrm{kcal}$$

核力のメカニズム

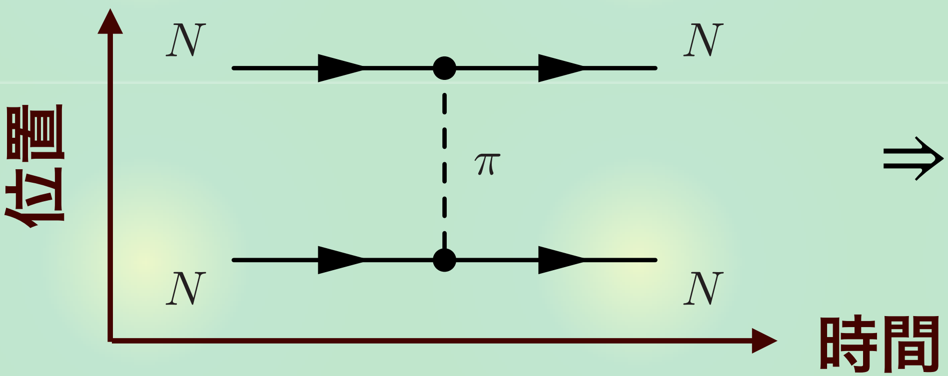
核力はπ中間子の交換で媒介される

(1949年)



https://www.nobelprize.org

- ファインマン図による表現



$$\Rightarrow \quad F \sim \frac{g^2}{4\pi}\frac{\exp\{-\mu r\}}{r^2}$$

- **短距離力**：距離 ~ 1 fm 以上ではほとんどゼロ（指数関数的）
- 非中心力：距離 r だけでなく角度などに依存する

重力、電磁気力とは全く性質が異なる

４つの相互作用と素粒子標準理論

自然界には４つの基本相互作用が存在する

- 重力：ニュートン力学 –> 一般相対性理論

標準理論

- 電磁気力：マクスウェル方程式 –> 量子電磁力学（QED）

(1965年)

- 強い相互作用：量子色力学（QCD）

(2004年)

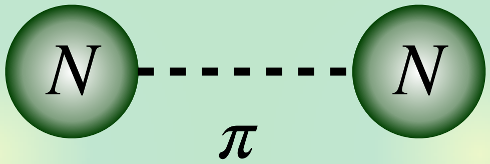
- 弱い相互作用：電弱統一理論

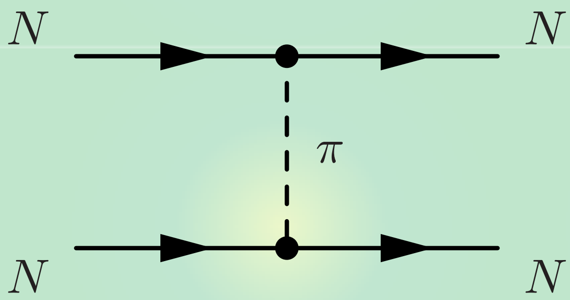
(1979年)

https://www.nobelprize.org

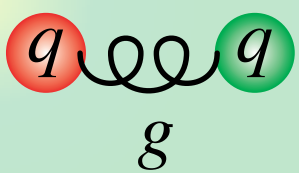
核力とQCDの相互作用

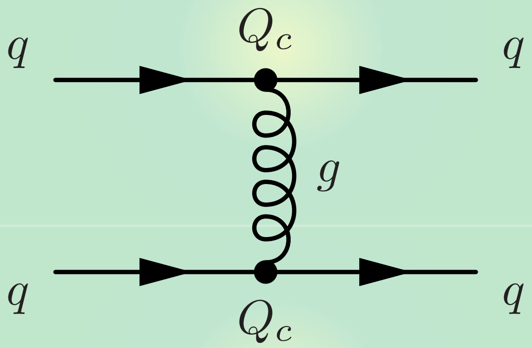
核力：核子間の強い引力





強い相互作用：クォーク・グルーオン間のQCD相互作用





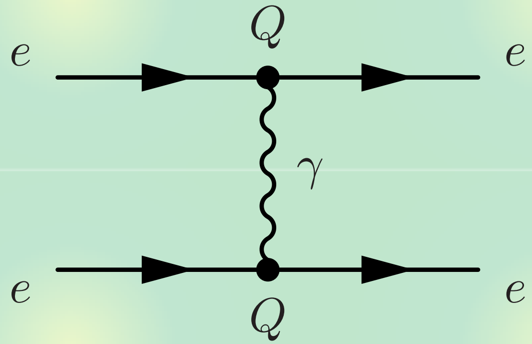
- 核子や中間子もクォーク・グルーオンからできている
- 強い核力の起源もQCDの相互作用

電磁相互作用の基礎理論

量子電磁力学 Quantum Electrodynamics, QED

$$\mathscr{L}_{\rm QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{e}(i\gamma^\mu D_\mu - m)e$$

- 電子 e と光子 γ の理論
- 量子効果を含めて電磁相互作用の全てを記述
- 光子は電荷を持たない：光子間は相互作用しない



$$\Rightarrow \quad F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{r^2}$$

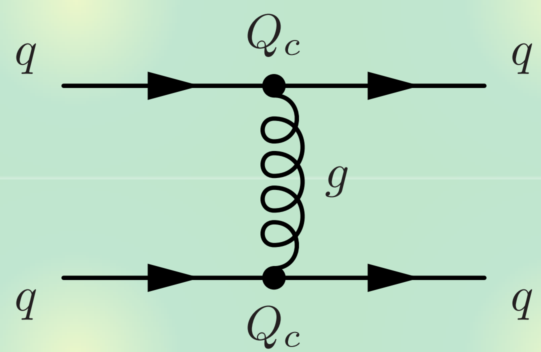
- 電子間の相互作用：クーロン力（+量子効果）

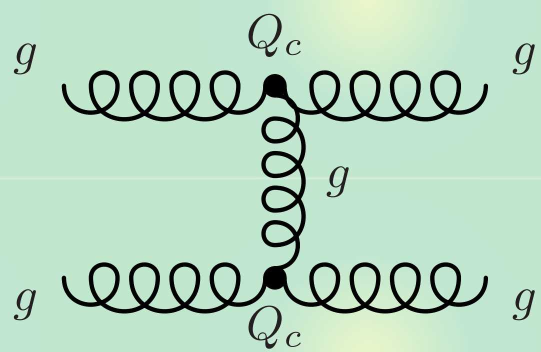
強い相互作用の基礎理論

量子色力学 Quantum Chromodynamics, QCD

$$\mathscr{L}_{\rm QCD} = -\frac{1}{4} G^{a}_{\mu\nu} G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f}(i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m_f \delta_{ij}) q_{j,f}$$

- クォーク q とグルーオン g の理論
- 量子効果を含めて強い相互作用の全てを記述
- クォークとグルーオンはカラー電荷(a, i, j)を持つ



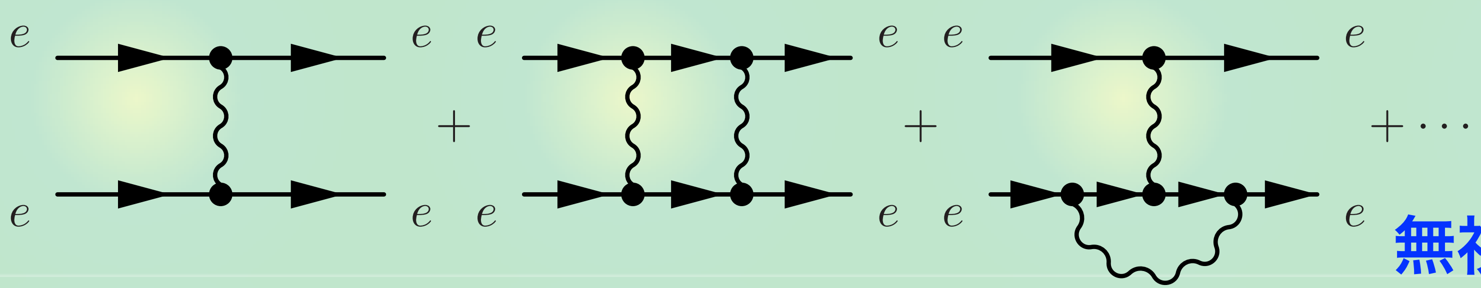


- グルーオン間も相互作用する

量子効果の計算

同じ始状態・終状態のファインマン図を足す（無限個）

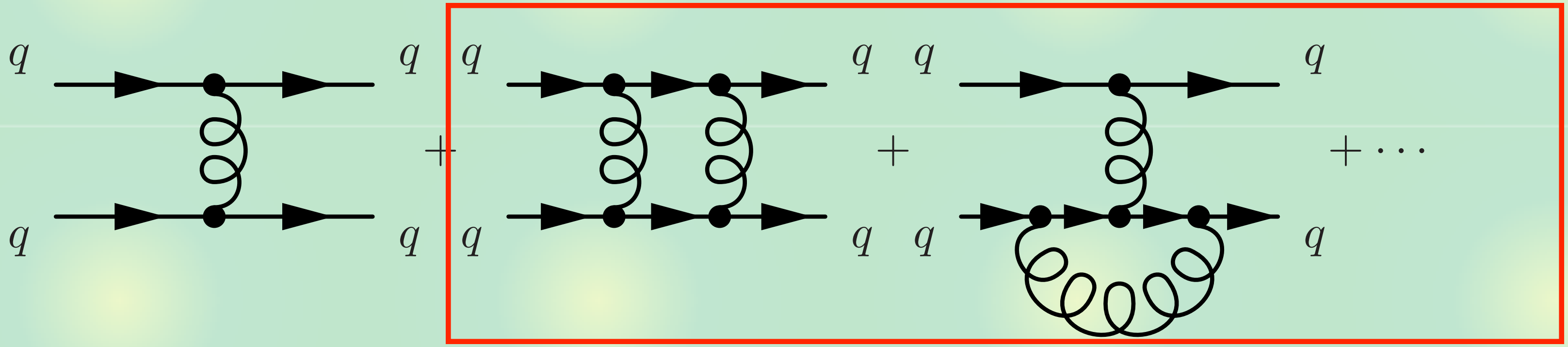
- 電磁相互作用：量子効果が小さい（有限個の計算でOK）



無視できる

- 強い相互作用：量子効果が“強い”

“強い”ので無視できない！



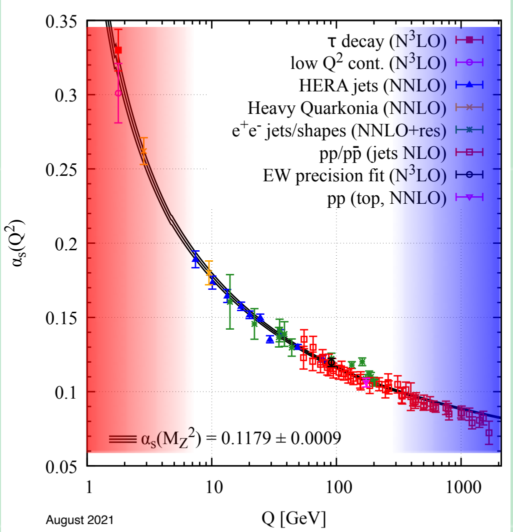
- 理論が分かっているのに**解けない**（標準理論でQCDだけ）

分かっているのに解けないとは？

漸近自由性

- 高エネルギー：結合定数小（計算可能）
- 低エネルギー：結合定数大（計算不可能）

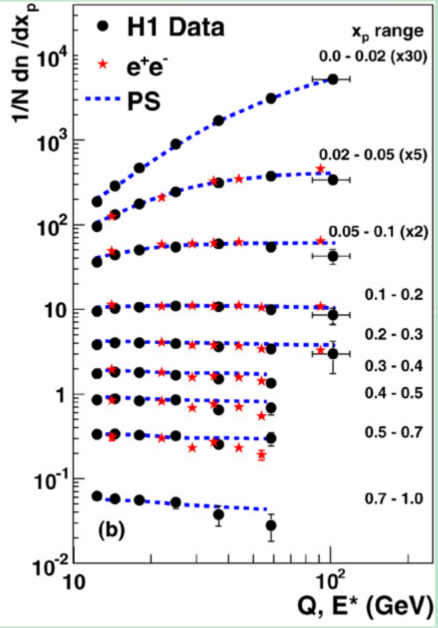
http://pdg.lbl.gov/



深非弾性散乱（高エネルギー電子陽子散乱）

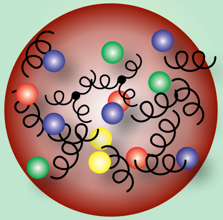
- スケーリングの破れがQCDで説明される
- QCDは高エネルギー実験で検証されている

F.D. Aaron *et al.* (H1 collaboration), PLB 654, 148 (2007)



ハドロン物理

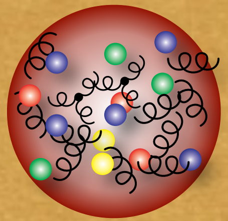
- 低エネルギーなので計算できない



ここまでのまとめ

ハドロン

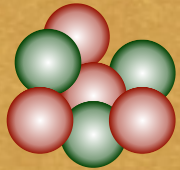
- クォーク、グルーオンの自己束縛系



- QCDが基本相互作用

原子核

- 陽子、中性子の自己束縛系



- 核力が基本相互作用

ハドロン物理の（一つの）目標

- 低エネルギーのQCDをどのように調べるか？

目次

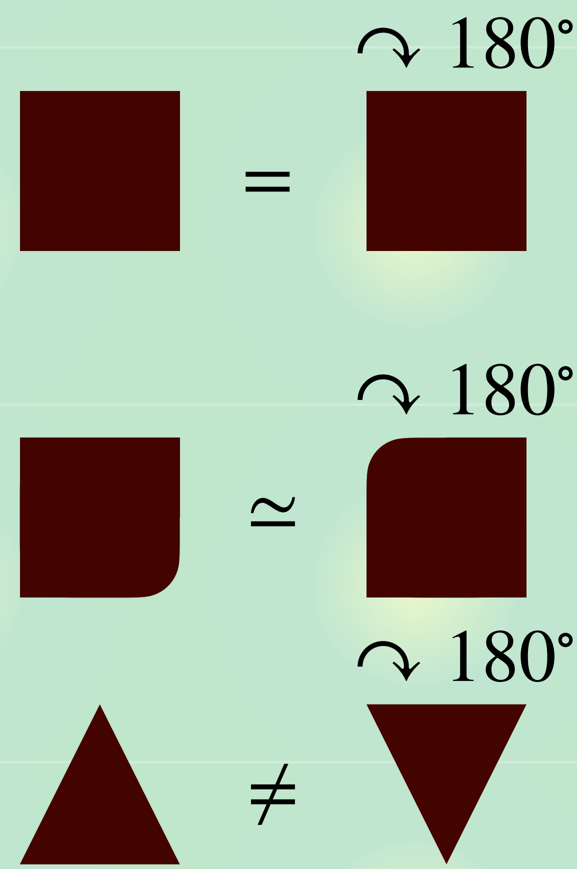
- 導入
  - 原子核とは？ハドロンとは？
  - 自然界の力と強い相互作用
- ハドロン物理と対称性
  - 対称性と保存則（回転対称性）
  - 対称性の破れ（アイソスピン対称性）
  - 対称性の自発的破れ（カイラル対称性）
- まとめ

対称性とは

対称性：物理系（ハミルトニアン）を不変に保つ変換

$$H \to H$$

- 理論が解けなくても分かる性質がある
- 既知の情報から予言ができる



対称性の破れ

- 厳密に対称でないとき破れているという
- 破れが小さい場合は対称性が有用

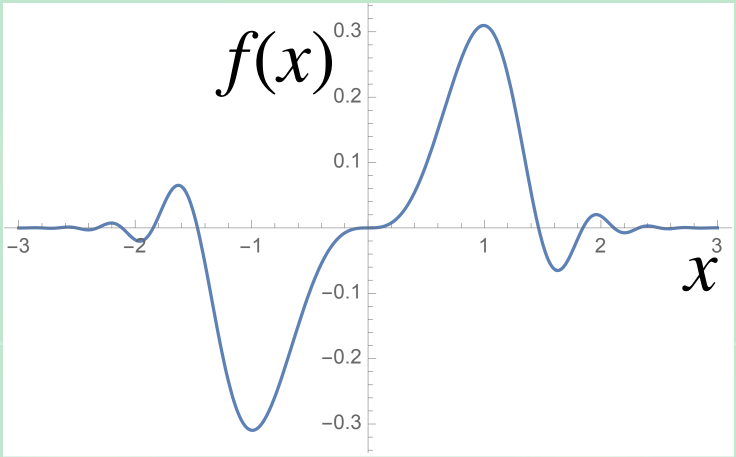
以下の目標：

- QCDの対称性と破れ —> ハドロン物理への制限

対称性の有用性

理論が解けなくても分かる性質がある？

- 例：次の不定積分は初等関数では表せない



$$\int f(x)dx, \quad f(x) = e^{-x^2}\sin(x^3)$$

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

不定積分が計算できなくても...

$$\int_{-3}^{3} f(x)dx = 0, \quad \int_{-7}^{7} [f(x)]^2 dx = 2\int_{0}^{7} [f(x)]^2 dx, \quad \ldots$$

- 定積分の値が分かったり、値の間に関係がつく場合がある

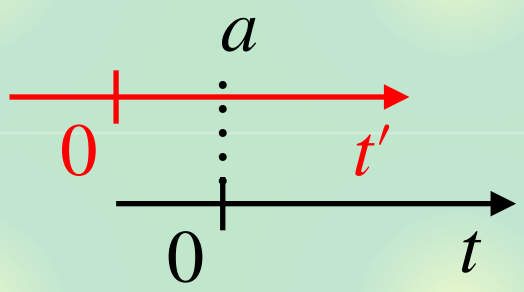
<— 非積分関数の**対称性**：奇関数、偶関数

$$f(-x) = e^{-(-x)^2}\sin(-x)^3 = -e^{-x^2}\sin(x^3) = -f(x)$$

時空の並進対称性

時間並進対称性

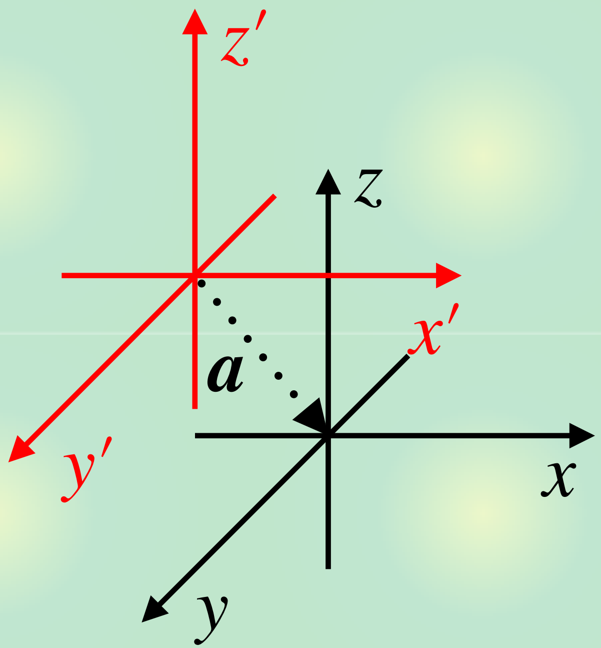
$$t \to t' = t + a$$



- エネルギー保存
- 保存する例：単振動
- 破れる例：減衰振動（ハミルトニアンが時間に陽に依存）

空間並進対称性

$$\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} + \boldsymbol{a}$$



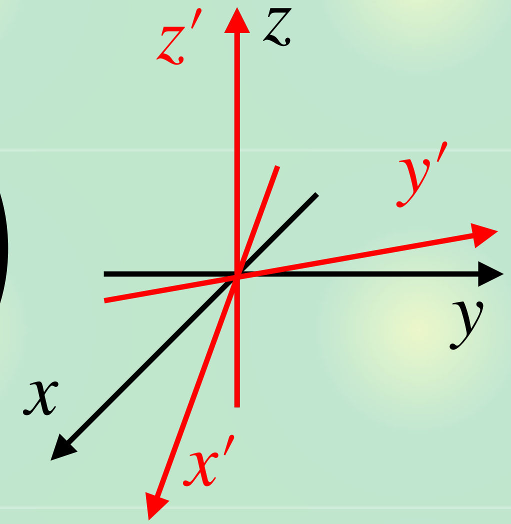
- 運動量保存
- 保存する例：内力のみはたらく多体系
- 破れる例：外力がはたらく系

連続対称性 —> 保存則

回転対称性

回転対称性（R : 3×3 直交行列）

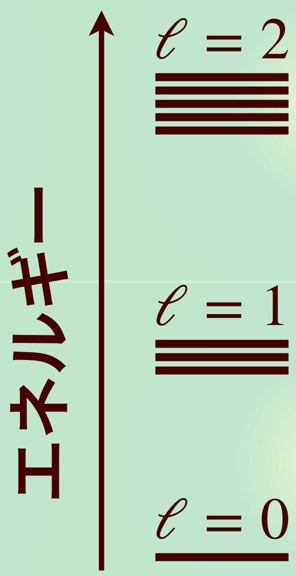
$$\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r}' = R\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$



- 角運動量保存
- 保存する例：中心力
- 破れる例：特定の方向にはたらく力

量子力学の場合

- 角運動量（スピン）ℓ は保存量子数
- 固有状態は ℓ の決まった状態
- $2\ell+1$ 個の固有状態が縮退



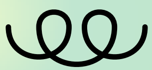
QCDでの回転対称性

クォーク・グルーオンの場合

- 回転対称性はQCDのローレンツ対称性の一部

—> クォーク・グルーオンは決まったスピン J を持つ

$J = 1/2$

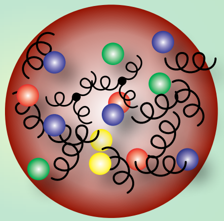


$J = 1$

ハドロンの場合

- クォーク・グルーオンの複合系
- どのように構成されているかはわからない（計算できない）

—> ハドロンは決まったスピン J を持つ



- メソン $J = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$
- バリオン $J = 1/2,\ 3/2,\ 5/2,\ \cdots$

目次

破れた対称性

対称性の（explicitな）破れ

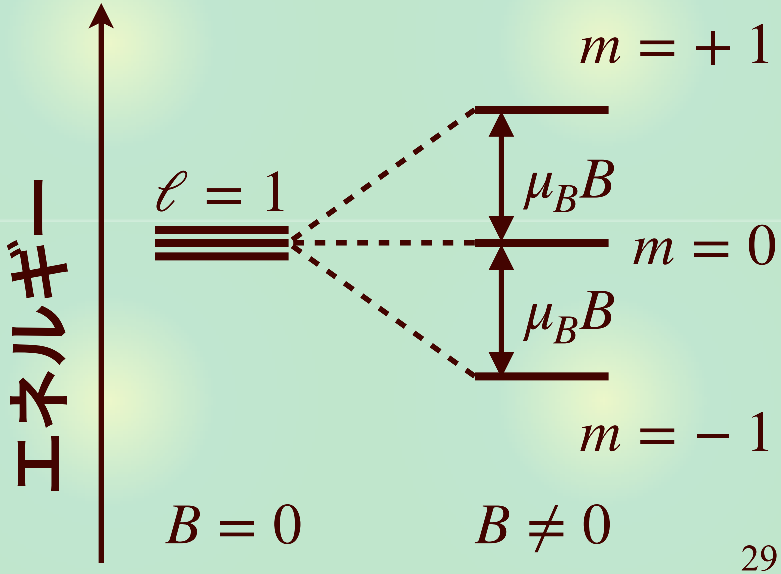
- z 方向に強さ B の外部磁場をかける（ゼーマン効果）

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{central}} + \frac{eB}{2m_e}\hat{L}_z$$

- z 軸が特別な方向：ハミルトニアンが回転対称性を破る
- エネルギーが磁気量子数 m に依存し縮退が解ける

破れた対称性の帰結

- 縮退度 $2\ell + 1$ 個に準位が分裂
- 準位分裂は等間隔で B に比例



対称性とその破れから予言ができる

アイソスピン変換

クォーク質量とハドロン質量

$$m_u \sim 2.2\ \mathrm{MeV}, m_d \sim 4.7\ \mathrm{MeV} \ll M_p \sim 938.3\ \mathrm{MeV}$$

—> u, d 質量はハドロンに比べて無視できるぐらい小さい

アイソスピン変換：u, d クォークの“入れ替え”

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

- U : 2×2 ユニタリー行列：SU(2) 変換
- スピン1/2状態の変換と数学的に等価

$$\begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix} \to U \begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix}$$

ハドロンのアイソスピン対称性

アイソスピン対称性の帰結

- u, d で構成されるハドロンは**アイソスピン多重項**で分類できる
- 核子 N（陽子 p, 中性子 n）：2重項（~スピン1/2）
- π 中間子（π^+, π^0, π^-）：3重項（~スピン1）

実際のハドロンでは...

- 核子質量

$$M_p \sim 938.3\ \mathrm{MeV}, \quad M_n \sim 939.6\ \mathrm{MeV}, \quad \Delta M_N \sim 1.3\ \mathrm{MeV}$$

- π 中間子質量

$$m_{\pi^\pm} \sim 139.6\ \mathrm{MeV}, \quad m_{\pi^0} \sim 135.0\ \mathrm{MeV}, \quad \Delta m_\pi \sim 4.6\ \mathrm{MeV}$$

多重項が**ほぼ縮退**（多重項間の質量差 $\gg$ 多重項内の質量差）

フレーバー SU(3) 対称性の破れ

s クォークもそれなりに軽い

$$m_s \sim 93\ \mathrm{MeV} \ll M_p \sim 938.3\ \mathrm{MeV}$$

フレーバー SU(3) 変換：u, d, s クォークの入れ替え

$$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

- U : 3×3 ユニタリー行列：SU(3) 変換

フレーバーSU(3)の破れ

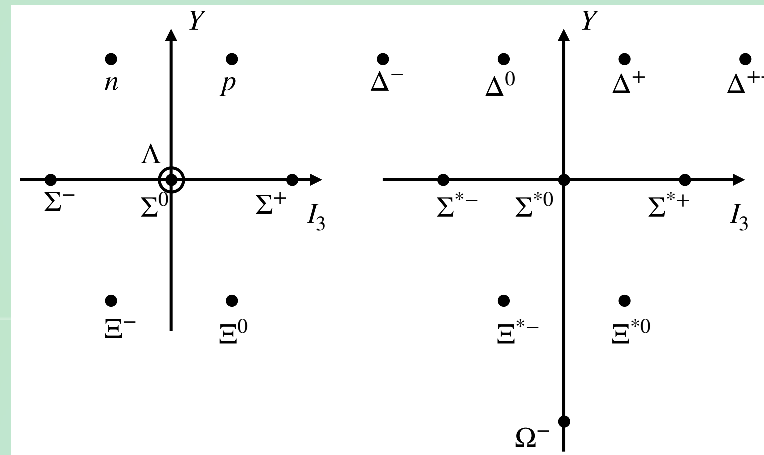
$$m_d - m_u \sim 2.5\ \mathrm{MeV} \ll m_s - m_d \sim 88\ \mathrm{MeV}$$

- SU(3) の破れはアイソスピンの破れに比べて大きい

フレーバー SU(3) 対称性

フレーバー SU(3) 対称性の帰結

- u, d, s で構成されるハドロンは SU(3) 多重項で分類できる
- N, Λ, Σ, Ξ：バリオン8重項
- $\Delta, \Sigma^*, \Xi^*, \Omega$：バリオン10重項

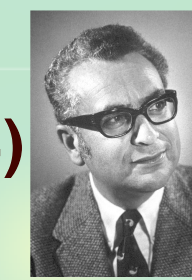


フレーバー SU(3) の破れ

- Gell-Mann大久保の公式：多重項内の質量分離

$$M(I, Y) = a + bY + c\left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4}\right]$$

(1969年)



- Δ, Σ^*, Ξ^*からΩが予言できる

https://www.nobelprize.org

目次

自発的対称性の破れ

自発的対称性の破れ（spontaneous symmetry breaking）

- ハミルトニアンの対称性を固有状態が破る

$$\hat{H}|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle, \quad \hat{H} \to \hat{H}, \quad |\Psi\rangle \nrightarrow |\Psi\rangle$$

例：強磁性体（格子点上のスピン系、$J > 0$）

$$\hat{H} = -J\sum_{\langle i,j\rangle}\hat{\mathbf{s}}_i\cdot\hat{\mathbf{s}}_j = -J\sum_{\langle i,j\rangle}(\hat{s}_{x,i}\hat{s}_{x,j} + \hat{s}_{y,i}\hat{s}_{y,j} + \hat{s}_{z,i}\hat{s}_{z,j})$$

- ハミルトニアンには特定の方向がない：回転対称性
- 隣り合うスピンの向きが揃う方がエネルギーが低い

$$\langle\cdots\uparrow\uparrow\cdots|\hat{H}|\cdots\uparrow\uparrow\cdots\rangle < \langle\cdots\uparrow\downarrow\cdots|\hat{H}|\cdots\uparrow\downarrow\cdots\rangle$$

強磁性体の基底状態

温度 T の多体問題の基底状態：自由エネルギー F 最小

$$F = E - TS$$

- T 大：S を大きくする方が得 –> スピンの向きが乱雑
- T 小：E を小さくする方が得 –> スピンの向きが揃う

T 大：対称性あり　　　T 小：対称性が破れる

低温の基底状態：全てのスピンが揃った状態

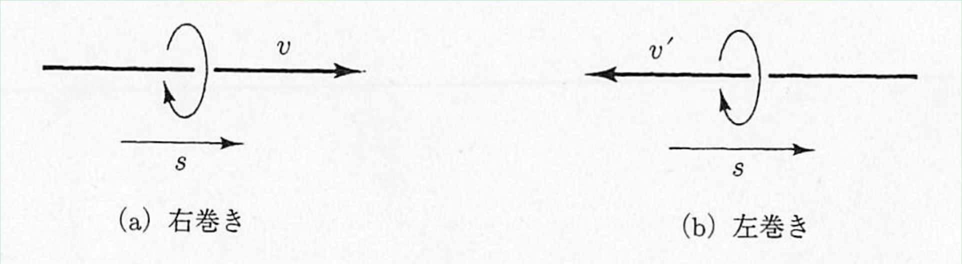
- スピンが揃う方向が特定、状態によって回転対称性が破れる

QCDのカイラル対称性

クォーク場の右巻きと左巻き

$$q = q_R + q_L$$

- 右巻き（左巻き）：運動方向とスピンの向きが同じ（反対）



グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

クォークの質量が厳密に0のとき

- 右巻き左巻きを独立に回転：カイラル対称性 SU(2) × SU(2)

$$\begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u'_R \\ d'_R \end{pmatrix} = U_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix} = U_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$$

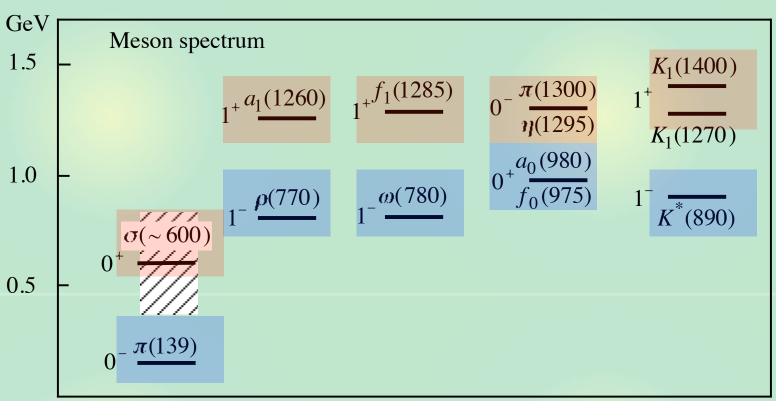
カイラル対称性の破れ

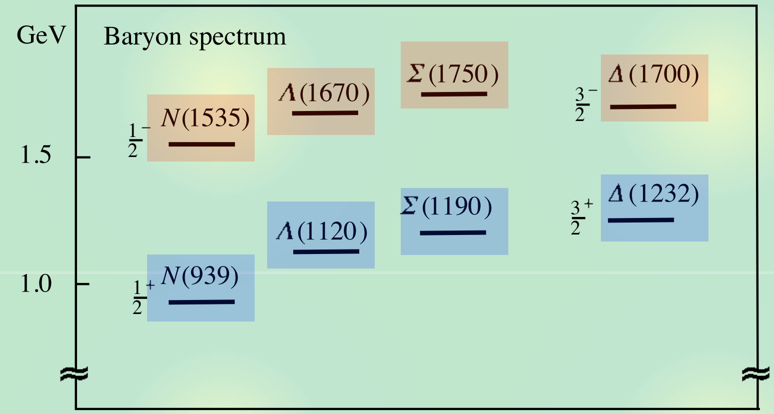
カイラル対称性が厳密なら...

- ハドロンはカイラル対称性の多重項に属する
- カイラル多重項は正パリティと負パリティ両方を含む

実際のハドロンでは...

- パリティの縮退は起きていない





A.Hosaka, H.Toki, "*Quarks, baryons and chiral symmetry*" World Scientific

カイラル対称性はQCD真空によって自発的に破れている

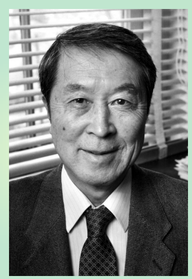
自発的破れの帰結1：NG定理

南部ゴールドストーン（NG）の定理

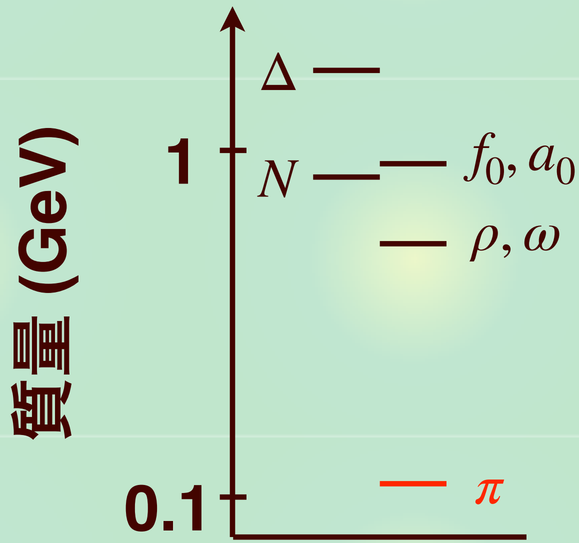
Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122, 345 (1961); Phys. Rev. 124, 246 (1961),
J. Goldstone, Nuovo Cim. 19, 154 (1961)

- 連続対称性が自発的に破れると、無質量のNGボソンが出現
- カイラル対称性の場合： π 中間子

(2008年)



https://www.nobelprize.org



実際のQCDでは…

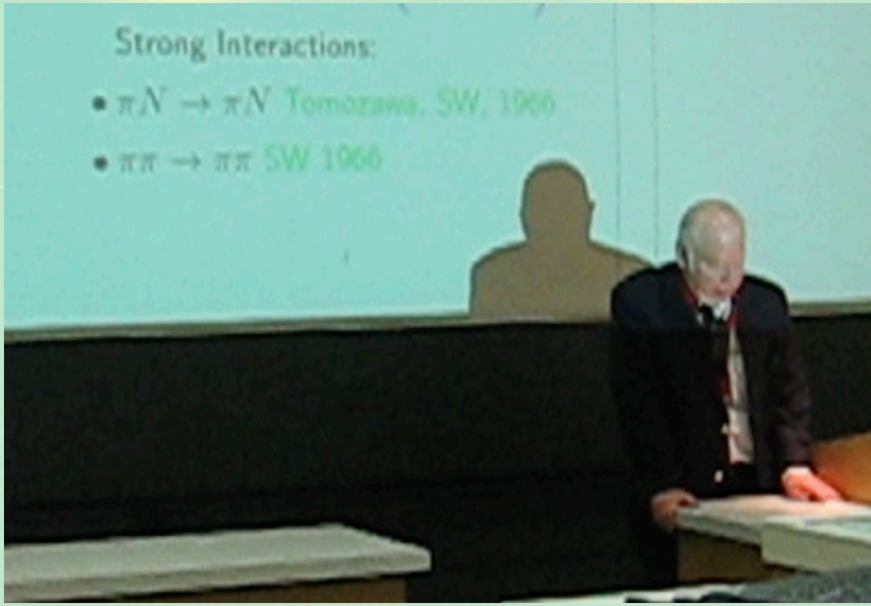
- π は他のハドロンに比べて軽い <— NGボソンの名残

自発的破れの帰結2：低エネルギー定理

低エネルギー定理

- π 中間子に関係する物理量の関係式
- Gell-Mann Oakes Renner 関係式
- Goldberger-Treiman 関係式...

2009年7月6日



Weinberg-Tomozawa 定理

$$a \propto \frac{m_\pi}{f_\pi^2}\left(I(I+1) - \frac{11}{4}\right) + \cdots$$

S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17, 616 (1966); Y. Tomozawa, Nuovo Cim. A46, 707 (1966)

- $\pi\pi$ 散乱長、πN 散乱長（相互作用の強さ）が予言できる

後半のまとめ

- 回転対称性

  - ハドロンは決まったスピンを持つ

- フレーバー対称性

  - ハドロンはアイソスピンの多重項に属する

  - SU(3)の破れでハドロン質量を予言できる

- カイラル対称性と自発的破れ

  - π 中間子の存在を予言できる

  - ハドロン間相互作用などが決まる

卒研について

卒研の目的

- ハドロン物理を通じて研究の雰囲気を感じる

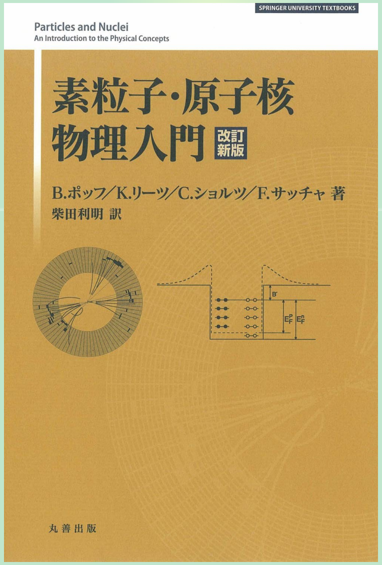
卒研の流れ（前期）

- 基礎知識の習得（ゼミ）

グリフィス 著「素粒子物理学」丸善

B. ポッフ他 著「素粒子原子核物理入門」丸善

など



- ゼミのテキストは興味（と能力）に応じて設定

- 数値計算、プレゼンテーションの練習など

卒研について

卒研の流れ（後期）

- テーマを設定し研究を開始

研究テーマ例

- 高エネルギー衝突実験での２粒子相関関数による
  ハドロン間相互作用
- Flatte分布を用いた閾値近傍のハドロン散乱
- QCD近藤効果のストレンジネス系への応用
- 強結合展開を用いたカラーの閉じ込め
- ハドロン散乱中の共鳴状態としてのバリオン励起状態の研究
- s 波と p 波の弱束縛状態の性質
- s 波束縛状態のハドロンにおけるクラスター構造

研究テーマは自由

量子物性理論

カラー超伝導

フェッシュバッハ共鳴

素粒子

超弦理論

ホログラフィックQCD

原子核・ハドロン

強い相互作用(QCD)の物理

重イオン衝突

中性子星

状態方程式

非平衡動力学

超新星、重力波

統計物理・ダイナミクス

宇宙

より詳細は研究室訪問で

全体のまとめ

強い相互作用

- 重力、電磁気力と全く異なる性質の力
- １つの式から多様な物理が生まれる

$$\mathscr{L}_{\mathrm{QCD}} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a,\mu\nu} + \bar{q}_{i,f}(i\gamma^\mu(D_\mu)_{ij} - m_f\delta_{ij})q_{j,f}$$

原子核ハドロン物理

- 強い相互作用が生む多くの未解決問題を研究
- 対称性が強力な指針となる