

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第6回] (2021.11.16 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. 下図左のように配置した剛体振り子にはたらく力のモーメント N_z を説明する以下の文章の空欄を式または数値で埋めよ。重力加速度は g とする。
2. 長さ L 、全質量 M の太さのない棒を剛体振り子として考える。下図右のように鉛直上向きに x 軸をとり、原点を重心にすると、棒の端点は $x = -L/2$ および $x = L/2$ となる。 $x = h$ の点を回転軸にとるとき、 $0 \leq h \leq L/2$ の範囲で剛体振り子の周期が最大と最小となる h の値をそれぞれ求めよ。ただし剛体振り子の周期は $T = 2\pi\sqrt{I/(gMh)}$ で、 $h = 0$ の場合の棒の慣性モーメントは $I_G = ML^2/12$ であり、平行軸の定理を用いて良い。

剛体の密度を $\rho(\vec{r})$ とすると、位置 $\vec{r} = (x, y, z)$ にある微小体積 dV の質量は $dm =$ (1*)
 なので、微小体積にはたらく重力を成分で書くと $d\vec{F} =$ (2*)
 である。この微小体積による力のモーメント dN_z は定義より $dN_z =$ (3*)
 であり、ベクトルの成分表示を用いて計算すると $dN_z =$ (4*)
 となる。これを積分すると N_z が得られるが、重心の x 座標の式 $R_x = \frac{1}{M} \int dV x \rho(\vec{r})$ を用いると $N_z =$ (5*)
 となる。これは全質量 M が重心にかかった場合の力のモーメントと同じである。

