

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第10回] (2021.12.21 出題)

学修番号・名前

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. 空間1次元の場合、ナビエ・ストークス方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f$$

ここで t は時間、 x は位置座標、 $v(t, x)$ は流体の速度、 ρ は密度、 p は圧力、 μ は粘性、 f は単位質量あたりの外力である。物理量の次元を長さ L 、時間 T 、質量 M の積で表す場合、左辺の各項の次元と密度 ρ の次元が $L^{-3}M$ であることを利用して、 f 、 p 、 μ の次元を L, M, T を用いて表せ。

2. 以下、定常流 $\partial v / \partial t = 0$ で完全流体 $\mu = 0$ の場合を考える。このとき、 v は位置 x にしか依存しないので、偏微分 $\partial / \partial x$ を常微分 d / dx に置き換えて良い。 f が単位質量あたりのポテンシャルエネルギー Ω を用いて $f = -d\Omega / dx$ と与えられるとき、ベルヌーイの法則

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho \Omega = C$$

を導け (C は定数)。なお、空間1次元なので、流線は常に x 軸上にある。
