

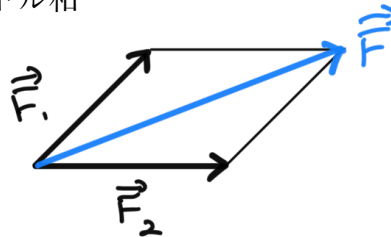
3 運動の法則（力、運動方程式）

教科書 p.24-p.31

3.1 運動の法則

- 運動の法則：質点にはたらく力と質点の運動の関係
- 合力：複数の力 $\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots\}$ のベクトル和

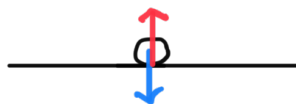
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$



(27)

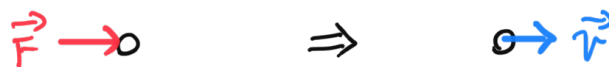
複数の力 $\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots\}$ と、合力 \vec{F} は、質点に対し同じ効果を与える

- 第1法則（**慣性の法則**）
質点に力がはたらかないとき、質点は速度を変えない（**等速直線運動**）
 - 慣性：速度（運動の状態）を変えない性質
 - 力がはたらかない \Leftrightarrow 合力が $\vec{F} = \vec{0}$ （力がつりあった状態）
 - 力がはたらかない例：無重力空間にある質点
 - 合力が $\vec{F} = \vec{0}$ の例：床に置かれた質点（重力と垂直抗力がつりあう）

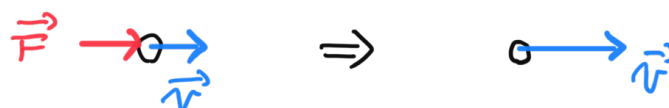


- 「静止」は速度 $\vec{v} = \vec{0}$ の等速直線運動

- 第2法則（**運動の法則**）
質点に力がはたらくとき、力の向きに**加速度**が生じる
加速度の大きさは力の大きさに比例し、質量に反比例する
 - 加速度が質量に反比例 \rightarrow 質量が大きいほうが慣性大きい
 - 加速度は速度の時間変化 \rightarrow 質点の速度を変化させるには力が必要
 - 静止した質点に力を加える：力の方向に運動を始める（速度を持つ）



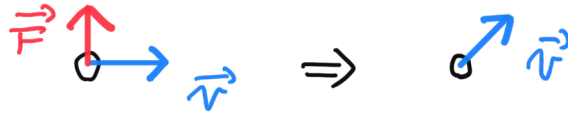
- 速度と同じ向きに力を加える：速度が増える



- 速度と逆向きに力を加える：速度が減る



- 速度と垂直に力を加える：速度の方向が変わる



速度の大きさを変えずに向きだけ変わる運動も加速度運動

- 第3法則（作用反作用の法則）

2つの質点間にはたらく力は違いに逆向きで大きさが等しい

- 複数の質点の運動に対する法則
- 例) 床に置かれた質点の「質点が床を押す力」と「床が質点を支える垂直抗力」
注) 力のつりあい（1つの質点にはたらく複数の力）とは異なる

- 第1法則と第2法則の数式による表現：ニュートンの運動方程式

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (28)$$

m は質点の質量、 \vec{r} は質点の位置ベクトル、 \vec{F} は質点にはたらく力（合力）

- 第3法則の数式による表現：

$$\vec{F}_{B \leftarrow A} = -\vec{F}_{A \leftarrow B} \quad (29)$$

$\vec{F}_{A \leftarrow B}$ は質点 A が質点 B から受ける力、 $\vec{F}_{B \leftarrow A}$ は質点 B が質点 A にかから受ける力

3.2 運動方程式

- ニュートンの運動方程式

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (30)$$

- 速度 \vec{v} を用いた表式：

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}, \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (31)$$

- 加速度 \vec{a} を用いた表式

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (32)$$

• $\vec{F} = \vec{0}$ のとき

– 速度の表式より

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \quad (33)$$

速度の時間変化が $\vec{0} \rightarrow$ 質点は速度を変えない (第1法則)

– 等速直線運動: \vec{v} が時間に対して一定の (時間変化しない) 運動

$$\vec{v} = (v_x \ v_y \ v_z) \quad (34)$$

で v_x, v_y, v_z の時間微分は0、よって

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{dv_x}{dt} \ \frac{dv_y}{dt} \ \frac{dv_z}{dt} \right) = (0 \ 0 \ 0) = \vec{0} \quad (35)$$

• $\vec{F} \neq \vec{0}$ のとき

– 加速度の表式より

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (36)$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (37)$$

加速度 \vec{a} の向きは力 \vec{F} の向き (第2法則)

– 両辺の絶対値

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} \quad (38)$$

加速度の大きさ $|\vec{a}|$ は力の大きさ $|\vec{F}|$ に比例し、質量 m に反比例する (第2法則)

• 運動方程式の各成分

$$m \left(\frac{d^2x}{dt^2} \ \frac{d^2y}{dt^2} \ \frac{d^2z}{dt^2} \right) = (F_x \ F_y \ F_z) \quad (39)$$

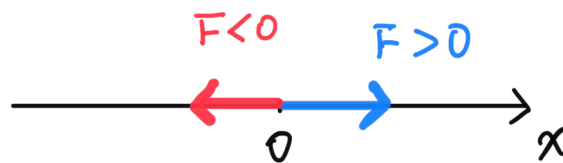
3つの1次元の運動方程式と等価

$$\begin{cases} m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x \\ m \frac{d^2y}{dt^2} = F_y \\ m \frac{d^2z}{dt^2} = F_z \end{cases} \quad (40)$$

• 1次元の運動方程式

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x \quad (41)$$

x, F_x はスカラー量だが、**符号が向き**を表している



3.3 万有引力

- **万有引力（重力）**：質点の間にはたらく引力（引き寄せ合う力）
反発し合う力を斥力という
- 万有引力の大きさは質量の積に比例し、距離の2乗に反比例する
- 数式による表現

$$F = G \frac{m_A m_B}{r^2} \quad (42)$$

質点 A（質量 m_A ）と質点 B（質量 m_B ）が距離 r 離れて位置している場合

- **万有引力定数**

$$G \simeq 6.674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \quad (43)$$

物理定数（人間ではなく自然が決めた値）であり、キリのいい値にはならない
注) \simeq は「だいたい等しい」の意味で、 \sim 、 \approx などと同じ意味で使う（ \equiv は普通使わない）

- 力の向き： $\vec{F}_{A \leftarrow B}$ は質点 A と質点 B を結ぶ直線上で、A から B に向かう方向
- 参考：ベクトルによる表記

$$\vec{F}_{A \leftarrow B} = G \frac{m_A m_B}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|^2} \frac{\vec{r}_B - \vec{r}_A}{|\vec{r}_B - \vec{r}_A|} \quad (44)$$

注) $\vec{r}/|\vec{r}|$ は \vec{r} の方向を向いた単位ベクトル（長さが1のベクトル）

