13　音波と光

教科書 p.143-p.155

13.1　音波

- **音波**：媒質を伝わる**縦波**（疎密波）
  媒質は空気、水、固体（弾性体）など
  媒質のない真空中では音は伝わらない

$$y(t,x) = A\sin(\omega t - kx) \tag{233}$$

- 角振動数 ω：音の高さを決める、単位 $\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$
  高音は ω 大、低音は ω 小（ω が 2 倍になると 1 オクターブ高い音）
  およそ 20-20000 Hz の範囲が可聴音、それ以外は超音波

- 波数 k：$v = \omega/k$ より音速 v を決める
  音速 v は媒質の性質を反映する物理量

$$v_{\text{空気}} = 331.45 + 0.607t \ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \quad \text{（1 気圧）} \tag{234}$$

  温度 t °C や圧力（気圧）によって変化する

- 振幅 A：音量を決める
  音量の単位：dB（デシベル）、圧力変化と基準値との比の対数、無次元
  音の減衰：媒質中では摩擦力のため振幅 A が伝搬に伴って減少する

13.2　光

- **光**：電磁場を伝わる**横波**である**電磁波**の一種
  電磁場：電気、磁気の力を伝える場（空間の各点に存在する）
  真空（物質が何もない場所）でも電磁場は存在する $\rightarrow$ 光は真空中でも伝播する

- 光速 c は真空中で一定（相対性理論）

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \tag{235}$$

  $c = \omega/k$ より、角振動数 ω を決めれば波数 k が決まる、逆も同じ

$$y(t,x) = A\sin(kct - kx) \quad \text{（真空中）} \tag{236}$$

媒質中の光速

$$c_n = \frac{c}{n} \tag{237}$$

n：屈折率、無次元
真空は $n = 1$、物質中は $n > 1$（c より速く伝播できない）

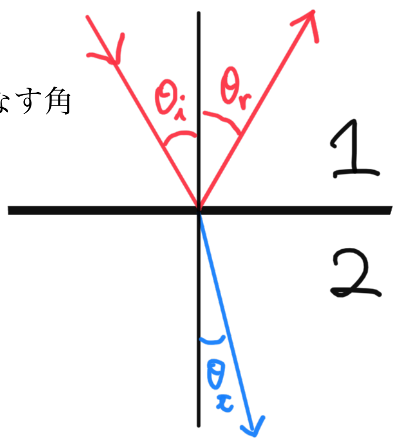
- 波数 k（あるいは波長 $\lambda = 2\pi/k$）：光の色を決める
  波長が長い（k 小、ω 小）光が赤、波長が短い（k 大、ω 大）光は紫（虹の色の順番）
  およそ 380-750 nm の範囲が可視光
  可視光より波長が短い電磁波は紫外線、X 線（原子からの放射）、γ 線（原子核からの放射）
  可視光より波長が長い電磁波は赤外線、電波（Wi-Fi、電子レンジ）
- 振幅 A：光の強さ（A^2 に比例）を決める

13.3 回折、反射、屈折

- ホイヘンスの原理（3 次元の波動方程式から導出される）
  波面の先端の各点が波源となって生成される二次波の重ね合わせが次の波面を作る
- **回折**：波が壁の裏に回り込む
- 音波、光は媒質によって速度が変化する
  $\rightarrow$ 媒質 1 と媒質 2 の境界で波は反射と屈折を起こす
  - 波の**反射**：媒質の境界で逆方向に進む波が生じる
    入射角 θ_i：入射波の進行方向と境界面の法線のなす角
    反射角 θ_r：反射波の進行方向と境界面の法線のなす角

$$\theta_i = \theta_r \tag{238}$$

  - 波の**屈折**：媒質の境界で進行方向が変化する
    屈折角 θ_t：屈折波の進行方向と境界面の法線のなす角



$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{v_1}{v_2} \tag{239}$$

光の場合は屈折率を用いて

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{240}$$

13.4 波の重ね合わせ

- 振幅が等しく角振動数が異なる（$\omega_1 > \omega_2$）波の重ね合わせ

$$y_1(t,x) = A\cos(\omega_1 t - k_1 x) \tag{241}$$
$$y_2(t,x) = A\cos(\omega_2 t - k_2 x) \tag{242}$$

同じ媒質中を伝わるので速度 v は等しく k_1, k_2 は ω_1, ω_2 で決まる

$$\frac{\omega_1}{k_1} = \frac{\omega_2}{k_2} = v \quad \Rightarrow \quad k_1 = \frac{\omega_1}{v}, \quad k_2 = \frac{\omega_2}{v} \tag{243}$$

- 三角関数の加法定理より

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$
$$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$$
$$\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos x\cos y$$
$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2} \quad (x+y=a,\ x-y=b)$$

なので

$$\begin{aligned} y(t,x) &= y_1(t,x) + y_2(t,x) \\ &= A\{\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)\} \\ &= 2A\cos\left(\frac{\omega_1 t - k_1 x}{2} + \frac{\omega_2 t - k_2 x}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega_1 t - k_1 x}{2} - \frac{\omega_2 t - k_2 x}{2}\right) \\ &= 2A\cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t - \frac{k_1+k_2}{2}x\right)\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t - \frac{k_1-k_2}{2}x\right) \end{aligned}$$

- $x = 0$ の点に注目すると振幅の時間変化が分かる

$$y(t,0) = 2A\cos(\bar{\omega}t)\cos(\omega t)$$
$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \quad \text{平均の角振動数}$$
$$\omega = \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \quad \text{角振動数の差}/2$$

$\omega_1 \simeq \omega_2$ のとき、$\bar{\omega} \simeq \omega_1 \simeq \omega_2$ であり、ω は微小（図 3）
$\Rightarrow$ 元の角振動数に近い $\bar{\omega}$ の波と角振動数の小さい（周期の長い）ω の波の積

  - $\omega t = 0, \pi, 2\pi, \cdots = n\pi$ のとき（n は整数）

$$\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t = n\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_1 t = \omega_2 t + 2n\pi$$

y_1 と y_2 の**位相がそろう**：波が強めあい振幅最大（$y = 2A$）
注）位相が $2n\pi$ ずれても三角関数は不変

$$\cos(\theta + 2\pi) = \cos\theta$$

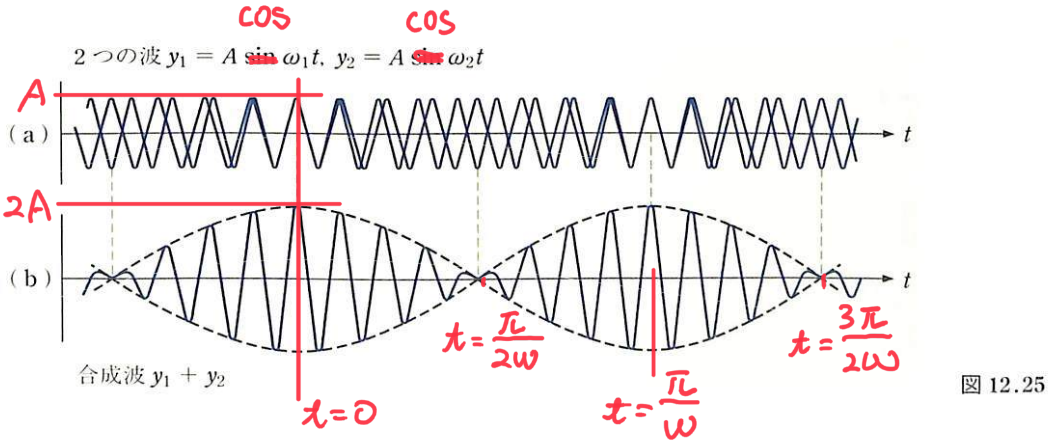


図 3: 波の重ね合わせ、原康夫「物理学基礎」(学術図書出版社) p.147 の引用に加筆。

- $\omega t = \pi/2, 3\pi/2, \cdots = \pi/2 + n\pi$ のとき（n は整数）

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \Rightarrow \quad \omega_1 t = \omega_2 t + \pi + 2n\pi$$

y_1 と y_2 の**位相が π ずれる**：波が弱めあい振幅最小（$y = 0$）
注）位相が π ずれると三角関数は符号反転

$$\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$$

- 振動数 ω の波が音波のうなりの原因

後半のまとめ

- 質点系と剛体（第 7 回～第 10 回）
  - 重心運動は全質量を持つ質点の運動方程式に従う
  - 回転運動：角運動量
  - 質点系の運動：重心運動＋相対運動
  - 剛体の運動：重心運動＋回転運動
- 弾性体（第 11 回）
  - 変形する物体
- 波動（第 12 回～第 13 回）
  - 波動、偏微分
  - 重ね合わせの原理