

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第 13 回] 提出期限：2021.1.26 (2021.1.19 出題)

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。

1. N 自由度の振動の一般解は

$$u_j(t) = \sum_{n=1}^N C^{(n)} \sin \frac{nj\pi}{N+1} \cos(\omega^{(n)}t + \phi^{(n)}) \quad (j = 0, 1, \dots, N+1) \quad (1)$$

で与えられる ($\omega^{(n)} \neq 0, C^{(n)} \neq 0$)。初期位相の範囲は $0 \leq \phi^{(n)} < \pi$ とする。 $N = 3$ の場合に、各質点の $t = 0$ の初速度が $\dot{u}_1(0) = \dot{u}_2(0) = \dot{u}_3(0) = 0$ ($\dot{u} = du/dt$) という条件が成り立つとき、初期位相 $\phi^{(n)}$ を決定し、初期位置 $u_1(0), u_2(0), u_3(0)$ を用いて振幅 $C^{(1)}, C^{(2)}, C^{(3)}$ を表せ。

2. 波動方程式の一般解が

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C^{(n)} \sin(p^{(n)}x) \cos(\omega^{(n)}t + \phi^{(n)}) \quad (0 \leq x \leq L)$$

と与えられている ($p^{(n)} \neq 0, \omega^{(n)} \neq 0, C^{(n)} \neq 0$)。初期位相の範囲は $0 \leq \phi^{(n)} < \pi$ とする。任意の $0 \leq x \leq L$ で条件

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

が成り立つとき、初期位相 $\phi^{(n)}$ を決定せよ。
