

## 教養基礎物理 IIc 演習問題 [第8回]

学修番号・名前 \_\_\_\_\_

(2019.12.3 出題)

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。必要なら裏面を用いてよい。

- こまの歳差運動を円筒座標で考え、それぞれの軸の方向の単位ベクトルを  $e_r$ 、 $e_\theta$ 、 $e_z$  とする。こまの質量を  $M$ 、回転軸まわりの慣性モーメントを  $I$  とし、回転軸は  $z$  軸から角度  $\alpha$  傾いている。角運動量、力のモーメントの基準は接地点  $O$  とし、こまの接地点は固定されている。以下の文章の空欄を式または数値で埋めよ。
- 角運動量ベクトル  $\mathbf{L}$  と力のモーメント  $\mathbf{N}$  が直交していることを示せ。

解答：

- 回転軸方向の単位ベクトルを  $e_{\text{軸}}$  とすると、下図より（単位ベクトルの長さは1なので）  
 $e_{\text{軸}} = \text{(1*)} e_z + \text{(2*)} e_r$  である。 $e_{\text{軸}}$  まわりの回転の角速度を  $\omega$  とすると、角運動量ベクトル  $\mathbf{L}$  の大きさは  $\text{(3*)}$  で、ベクトルは  $e_{\text{軸}}$  方向を向いているので、 $\mathbf{L} = \text{(4*)}$  である。ここで  $\omega$  は  $e_{\text{軸}}$  の向きに右ねじが進む回転方向を正とした。次に重力がこまに与える力のモーメントを考える。こまの重心  $G$  は回転軸上にあり、接地点  $O$  からの距離を  $l$  とすると、重心の位置座標は  $\mathbf{R} = \text{(5*)}$  と書ける。重力は鉛直下向きであるので、 $\mathbf{F}_g = \text{(6*)}$  である。力のモーメントは  $\mathbf{N} = \mathbf{R} \times \mathbf{F}_g$  で与えられるが、同じベクトルの外積はゼロベクトルになることと、円筒座標の公式  $e_r \times e_z = -e_\theta$  を利用すると、 $\mathbf{N} = \text{(7*)}$  を得る。
- 

