

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第12回]

学修番号・名前 _____

(2020.1.7 出題)

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。必要なら裏面を用いてよい。

1. 波動方程式の一般解が

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C^{(n)} \sin(p^{(n)}x) \cos(\omega^{(n)}t + \phi^{(n)}) \quad (0 \leq x \leq L)$$

と与えられている ($p^{(n)} \neq 0, \omega^{(n)} \neq 0, C^{(n)} \neq 0$)。初期位相の範囲は $0 \leq \phi^{(n)} < 2\pi$ とする。任意の $0 \leq x \leq L$ で条件

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

が成り立つとき、全ての初期位相がゼロ、つまり $\phi^{(1)} = \phi^{(2)} = \dots = 0$ となることを示せ。

2. 整数の n, m と $p^{(n)} = n\pi/L$ に対し、以下の直交性を示せ。

$$\frac{2}{L} \int_0^L \sin(p^{(m)}x) \sin(p^{(n)}x) dx = \begin{cases} 1 & (n = m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

解答：