

教養基礎物理 IIc 演習問題 [第 11 回]

学修番号・名前

(2019.12.24 出題)

結果だけでなく途中の式と説明も書くこと。必要なら裏面を用いてよい。

1. 以下の偏微分を計算せよ。ただし A, p, ω, ϕ は x にも t にも依存しない定数とする。

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[A \sin(px) \cos(\omega t + \phi)], \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}[A \sin(px) \cos(\omega t + \phi)]$$

2. N 自由度の振動の一般解 ($j = 0, 1, \dots, N + 1$)

$$u_j = \sum_{n=1}^N C^{(n)} \sin \frac{nj\pi}{N+1} \cos(\omega^{(n)}t + \phi^{(n)}), \quad \omega^{(n)} = 2\sqrt{\frac{k}{m}} \sin \frac{n\pi}{2(N+1)}$$

で $N = 2$ とすると、2 自由度の基準振動の振動数が $\omega^{(1)} = \sqrt{k/m} = \omega_X$ 、 $\omega^{(2)} = \sqrt{3k/m} = \omega_Y$ と得られることを示せ。これより $n = 1$ が X 、 $n = 2$ が Y に対応する。一般解が

$$u_1 = C_X \cos(\omega_X t + \phi_X) + C_Y \cos(\omega_Y t + \phi_Y)$$

$$u_2 = C_X \cos(\omega_X t + \phi_X) - C_Y \cos(\omega_Y t + \phi_Y)$$

の形になることを示し、係数 C_X 、 C_Y を $C^{(1)}$ 、 $C^{(2)}$ を用いて表せ。

解答：