

カオス時系列のダイナミクスの推定と予測 (第一報)
— Lorenz 方程式の初期値およびパラメータ依存性と
非線形最小二乗法による予測について —

河村 明*・松本 実**
神野 健二*・許 士国***

Estimation and Prediction for Dynamics of Chaotic Time Series (I)
On the Dependence of Lorenz Equation on the Initial Value and Parameters
and Its Prediction by Nonlinear Least Square Method

Akira KAWAMURA, Minoru MATSUMOTO,
Kenji JINNO and Shiguo XU

(Received July 4, 1994)

Abstract: Study in the field of hydro-meteorology relies mainly on observed time series. Traditionally, a stochastic approach has been regarded as the only way to deal with this study, but recent findings indicate that many hydro-meteorological time series possess chaotic characteristics. In this series of research, in order to study the dynamical system which represents chaotic behavior, the Lorenz equation is treated as an example for the purpose. In this paper, firstly, dependence of Lorenz equation on the initial value and parameters, and its spectral characteristics are shown. Then nonlinear least square method (NLSM) as an off-line prediction method is applied to identify the Lorenz parameters and to predict its time series for the two cases. In one case the structure of system dynamics is given by the Lorenz equation, and in the other case the structure is unknown. The results show that the identification and the prediction by the NLSM are difficult especially for the case of unknown structure, unless initial parameters are very close to their true values.

Keywords: Lorenz equation, Chaotic characteristics, Nonlinear least square method, Parameter identification, Time series prediction

1. はじめに

近年、決定論的非線形力学系によって発生される時系列に対して、カオス理論を用いた予測方法の研究が盛んに行われている^{1),2)}。一方、多くの水文時系列は、例えば、大局的なパターンは数学的法則に従っているが、二度と同じ変動パターンを繰り返さないという非周期性や、近接する2つの軌道が時間経過にしたがって、指数関数的に分離するといった初期値に対する鋭

敏な依存性など、非線形のカオスの特徴を有しており、カオス力学系に由来する変動を示すことが知られている³⁾。したがって、従来は確率過程論の範疇で取り扱われていた時系列を、カオス論的な取扱いをすることにより、ある程度物理的に解釈すれば、その時系列を生成するダイナミクスの推定および精度の高い予測を行うことが可能であると考えられる。

ダイナミクスを推定する方法には、例えば、ノンパラメトリックな重心座標法やテセレーション法、バックプロパゲーションニューラルネットワーク法などがある⁴⁾が、本研究では適当な数学モデルを仮定し、非線形最小二乗法および拡張カルマンフィルターを用いて、パラメータの同定および時系列の予測を試みている。

平成6年7月4日 受理

* 建設都市工学教室

** 水工土木学専攻修士課程

*** 大連理工大学土木工学科

(現、九州大学訪問研究員)

さて、カオスを引き起こす典型的な微分方程式の例として、Lorenz 方程式や、それをさらに単純化して得られた Rössler 方程式が挙げられる⁹⁾。著者らはこれまでに、Rössler 方程式を対象とした Gouesbet の再構築モデル⁶⁾を用いて、拡張カルマンフィルターによりモデルパラメータを逐次同定しながらカオス時系列の予測を試みた^{7),8)}。その結果、たとえ元の微分方程式の構造が既知であっても、拡張カルマンフィルターによるパラメータの同定や時系列の予測においては、計算過程で再構築モデルに起因する不安定な挙動がみられることがわかった^{7),8)}。すなわち、Gouesbet の再構築モデルは数学的には元の微分方程式と等価であるが、多項式の分数から成っているため、同定過程で分母が 0 に近づき、解が発散しやすい状況が生じる。

そこで本報では、まず Lorenz 方程式を例として用い、初期値およびパラメータに対する時系列の依存性について検討する。次いで、システムダイナミクスの構造が既知の場合に、Gouesbet のような再構築モデルを用いず、Lorenz 方程式の 3 つの変数のうちの 1 変数のみを観測時系列とし、非線形最小二乗法によりパラメータの推定および時系列の予測を行う。この場合、システムダイナミクスの構造が既知の場合および未知の場合に対して非線形最小二乗法を適用し、システムダイナミクスの推定とカオス時系列の予測について検討を行う。

2. Lorenz 方程式の初期値およびパラメータに対する依存性について

2.1 Lorenz 方程式から生成されるカオス時系列

Lorenz 方程式は、1963 年に気象学者 E. N. Lorenz により、熱駆動流体対流モデルから導かれた最初のカオス方程式であり、式(1)で示される 3 元連立常微分方程式である⁹⁾。

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y-x) \\ \dot{y} = Rx - y - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 \dot{x} 、 \dot{y} 、 \dot{z} は x 、 y 、 z の時間 t に関する微分、 σ 、 R 、 b はパラメータであり、系の挙動に非常に敏感に作用する。カオスの現象の例としてよく用いられるのは、 $\sigma = 10$ 、 $R = 28$ 、 $b = 8/3$ である。本報では時間間隔 $\Delta t = 0.005$ とし、 $t = 0$ における時系列 x 、 y 、 z の初期値 $\{x(0), y(0), z(0)\} = \{10, 10, 10\}$

として、Runge-Kutta-Gill 法 (RKG 法)¹⁰⁾ により式(1)を数値計算した。このようにして求めた変数 x 、 y 、 z の 5,000 ステップまでの時系列を図-1 に、また位相空間上への 10,000 ステップまでのプロットを図-2 に示す。図-2 より、軌道は 2 枚の薄いドーナツ状の円盤をつなぎ合わせたような形をしており、これは典型的なストレンジアトラクターであり、Lorenz アトラク

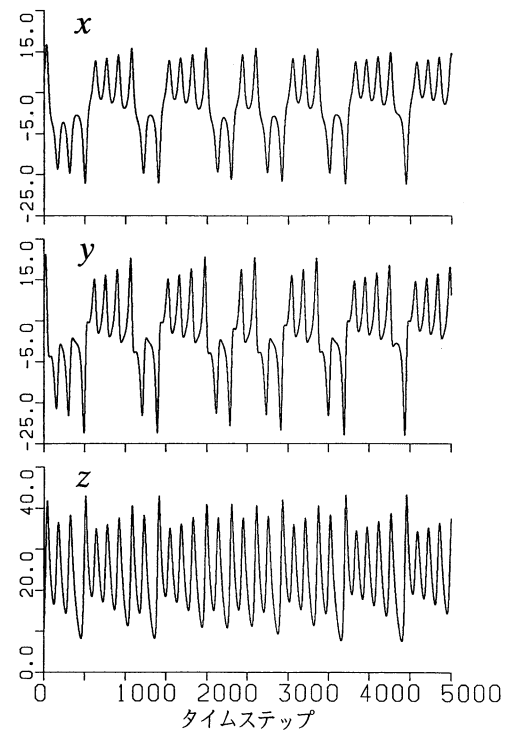


図-1 Lorenz 方程式の時系列

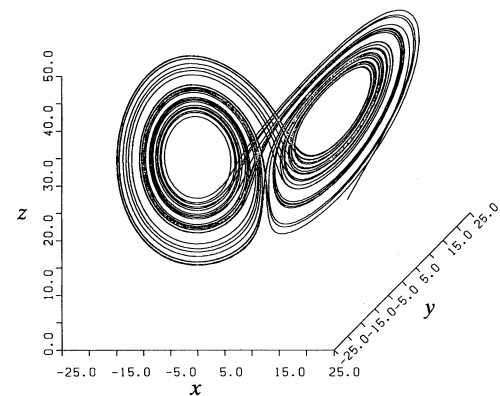


図-2 Lorenz 時系列の位相空間上へのプロット

ターと呼ばれるのである⁹⁾。

次に、10,000 ステップまでの時系列について、最大エントロピー法 (MEM)¹¹⁾ によりスペクトル解析を行った結果を図-3 に示す。図-3 より、時系列 x , y , z のどのパワースペクトルも、多くの鋭いピークを連続的に保持しながら、周波数の増加に対してほぼ直線上に減少している。カオス時系列は、周期運動や準周期運動とは異なる非周期運動であるだけでなく、本質的に乱雑な運動で、高いレベルの振動成分が連続して分布している¹²⁾。一般にスペクトル解析では、任意の信号を対象に卓越周期の評価ができるが、カオス時系列に対しては、その非周期的な運動の特徴を十分に表現しているとはいえない¹³⁾。

以上のように模擬発生させた Lorenz 方程式の時系列は、カオス的特性を有しており、以後は、本時系列を Lorenz 方程式の真の時系列として取り扱う。

2.2 初期値に対する依存性

Lorenz は気象現象の長期予測は不可能であると指摘した⁹⁾ が、これはカオス時系列の特徴である初期値

に対する鋭敏な依存性すなわちバタフライ効果の原因である。ここでは、この初期値依存性について検討するため、式(1)の x , y , z の初期値 $\{10, 10, 10\}$ を基準値とし、この値に対して $-50\% \sim +50\%$ の範囲で x , y , z の初期値を適当に変え、1,000 ステップまで数値計算を行った。図-4 に結果として得られた x 時系列を示している。図-4 より、初期値の基準値からのずれが $\pm 1\%$ 程度であれば、1,000 ステップまでの数値計算においては、ほぼ真値に近い値が得られている。なお 1,000 ステップ以降は、真値の時系列から次第に離れていった。また、初期値の基準値からのずれが $\pm 1\%$ を越え $\pm 10\%$ となると、500 ステップ以内でも、かなり異なった時系列となっている。このことは時系列 y , z についても同様であった。次に、図-5 に、初期値を変化させて模擬発生した時系列 x の、真値からのズレの平方和を平均して平方根をとった値 (RMS) を示す。図-5 より、初期値の基準値からのズレが $\pm 5\%$ を越えると RMS はかなり大きくなり、ズレが $\pm 10\%$ を越えると一定の値に近づくようである。これは、

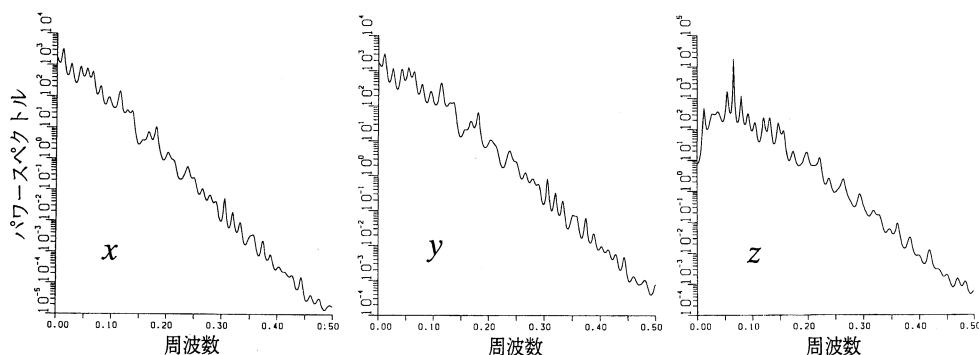


図-3 Lorenz 時系列のパワースペクトル

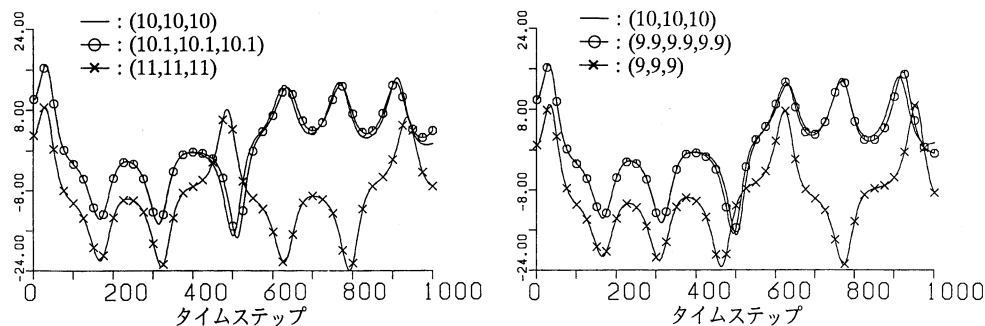


図-4 初期値を変化させた Lorenz 時系列 (x 時系列のみ)

初期値が異なっても、その初期値がアトラクターの引力圏内にありさえすれば、時系列は図-2に示すようなアトラクター内の軌道上を変化するからである。一般的なカオス時系列について、近接した二つの波形の間隔は、指数関数的に分離するという性質があり⁹⁾、本報においても、初期値に関しては基準値からのズレが微小であっても、時間が経過するにしたがって時系列の隔たりが増大するという性質が確かめられた。

2.3 パラメータに対する依存性

Lorenz 方程式に関しては、パラメータ σ , b をそれぞれ $\sigma = 10$, $b = 8/3$ に固定して、 R だけを変化させてパラメータに対する依存性を検討した研究が多くなされている¹⁰⁾。しかしながら、様々な水文時系列の推定を行う場合には、パラメータは未知であると考えたほうが一般的であり、初期値の場合と同様に、基準値からのズレの影響について検討する必要がある。そこで式(1)のパラメータ $\sigma = 10$, $R = 28$, $b = 8/3$ を基準

値として、この基準値に対して $-50\% \sim +50\%$ の範囲でパラメータ σ , R , b を同率で適当に変え、1,000ステップまで数値計算して得られた結果の x 時系列を図-6に示す。図-6より、初期値を変動させた場合と同様に、パラメータの基準値からのズレが $\pm 1\%$ の範囲内であれば、時系列はほぼ一致するが、ズレが $\pm 1\%$ を越えると、かなり異なった時系列が得られることがわかる。図-7に、パラメータを変化させて得られた時系列 x の真値からのズレの RMS を示す。これを、図-5の初期値のズレに対する結果と比べると、ズレの度合いと RMS との間にはほぼ同様の傾向がみられる。したがってパラメータに対しても、わずかな違いによって異なった時系列が生成されることがわかる。また、パラメータを増加させていった場合には、RMS が漸増する傾向もみられることから、アトラクターの構造そのものも変化しているとも考えられる。

以上より、真値からずれた初期値やパラメータを用いる場合には、これらの更新をなわないで予測を行う

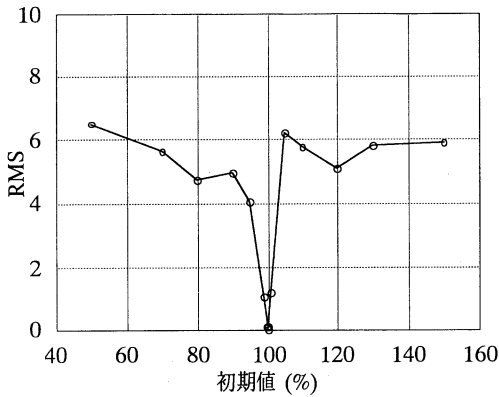


図-5 初期値に対する時系列の RMS

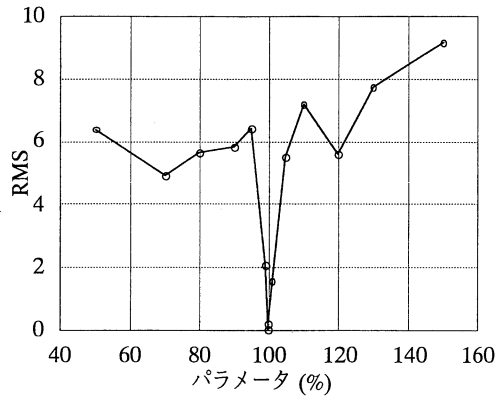


図-7 パラメータに対する時系列の RMS

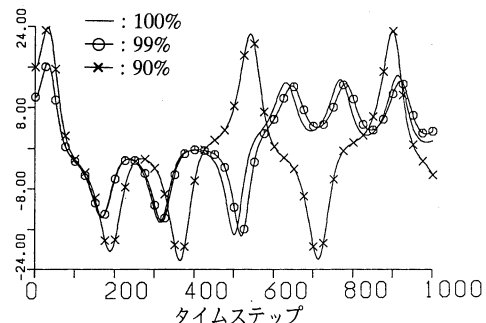
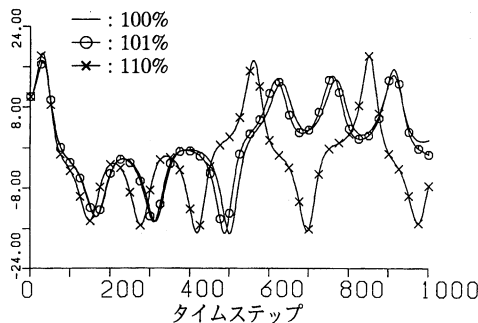


図-6 パラメータを変化させた Lorenz 時系列 (x 時系列のみ)

ことは困難であることが推測できる。

3. 非線形最小二乗法によるパラメータ同定と時系列予測

3.1 システムダイナミクスの構造が既知の場合

ここでは, Gouesbet が行った再構築モデル⁹⁾を用いず, Lorenz 方程式のパラメータ σ, R, b の同定を元の方程式を直接用いて行い, その時系列予測を行う。未知パラメータを $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, a_3\} = \{\sigma, R, b\}$ とすると, Lorenz 方程式 (1) は次式のように表される。

$$\begin{cases} \dot{x} = a_1(y-x) \\ \dot{y} = a_2x - y - xz \\ \dot{z} = xy - a_3z \end{cases} \quad (2)$$

ここで, 非線形最小二乗問題の評価規準を以下のようにとる。まず 3 個の未知パラメータ $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$ の初期値 \mathbf{a}_0 を適当に与える。そして時系列 x, y, z の初期値 $\{x(0), y(0), z(0)\}$ として, それぞれ前節のように基準値 $\{10, 10, 10\}$ をとり, 微分方程式 (2) を RKG 法により m ステップまで数値計算する。こうして得られた時系列のうちの x 時系列 $\hat{x}_1(\mathbf{a}), \hat{x}_2(\mathbf{a}), \dots, \hat{x}_m(\mathbf{a})$ のみを, 時系列 x の真値 x_1, x_2, \dots, x_m と比較し, これらの残差平方和

$$S(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^m \{x_i - \hat{x}_i(\mathbf{a})\}^2 \quad (3)$$

が極小になるように \mathbf{a} を繰り返し求めてゆき, これをパラメータの最適推定値 \mathbf{a}^* とする。ここでは式 (3) の

$S(\mathbf{a})$ の極値を求めるのに改訂マルカート法 (LMM 法)¹⁵⁾を用いた。そしてパラメータ \mathbf{a} の基準値すなわち $a_1 = 10, a_2 = 28, a_3 = 8/3$ を以後真値として取り扱うこととする。

次に, 初期パラメータ \mathbf{a}_0 として真値の 150% を与え, 観測ステップ数 m を 100, 300, 600, 1,000 とし, 収束判定値 ϵ を $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ の条件で, パラメータ \mathbf{a} を非線形最小二乗法により求めた。得られた最適推定値 \mathbf{a}^* の結果を表-1 に示す。なお表中 RMS 誤差とは, 得られた \mathbf{a}^* を用いて時系列 x を 1,000 ステップ計算した場合の, 真の時系列からのズレの RMS を表している。また, $m = 600$ の場合に対する時系列 x ,

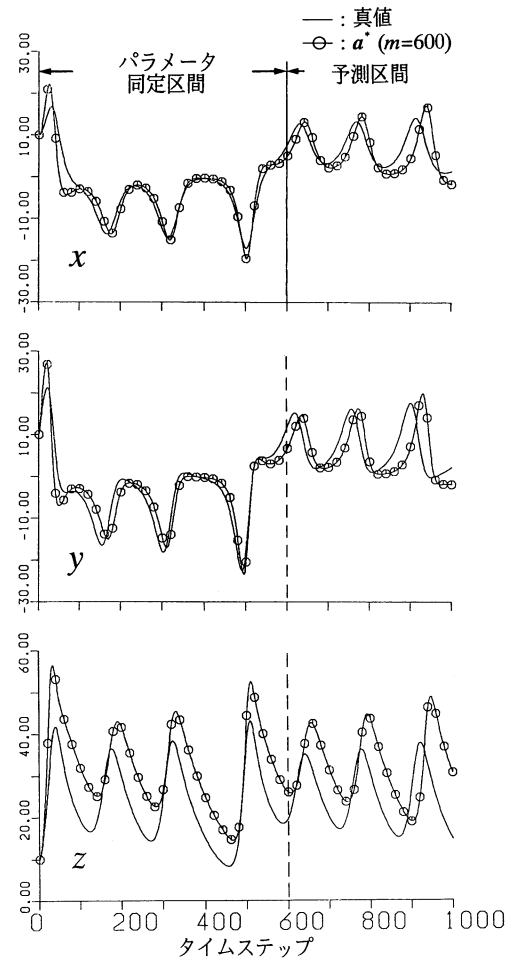


図-8 ダイナミクスの構造が既知の場合の時系列の予測値 (\mathbf{a}_0 が真値の 150% で $m=600$)

表-1 観測ステップ数によるパラメータ最適推定値 \mathbf{a}^* の比較 (\mathbf{a}_0 が真値の 150% の場合)

観測ステップ数 m	真値 \mathbf{a}	最適推定値 \mathbf{a}^*	繰り返し回数	RMS 誤差
100	$a_1 = 10$	10.00	25	8.15×10^{-5}
	$a_2 = 28$	28.00		
	$a_3 = 8/3$	2.67		
300	$a_1 = 10$	10.00	57	2.06×10^{-5}
	$a_2 = 28$	28.00		
	$a_3 = 8/3$	2.67		
600	$a_1 = 10$	17.61	130	3.12
	$a_2 = 28$	35.14		
	$a_3 = 8/3$	1.90		
1,000	$a_1 = 10$	15.41	1,264	7.70
	$a_2 = 28$	39.45		
	$a_3 = 8/3$	3.94		

y, z の予測値を図-8 に示している。表-1 より、観測ステップ数が 100, 300 ステップの場合は、収束計算に要した繰り返し回数は小さく、パラメータの最適推定値 \mathbf{a}^* は真値に収束している。その結果、100 または 300 ステップ以前のパラメータ同定区間における時系列の推定値および 101 または 301 ステップ以降の時系列の予測値はともに真値とほとんど一致していた。しかしながら、観測ステップ数が 600, 1,000 ステップの場合は、繰り返し回数および RMS 誤差は非常に増大しており、パラメータの最適推定値 \mathbf{a}^* についても誤差が大きくなっている。その結果、図-8 のように、特に予測区間における時系列の予測値の誤差が大きくなっている。また、 m が 1,000 ステップの場合は、同定区間内における時系列の推定においてさえも大きな誤差を生じた。一般に観測ステップ数が増えると、情報量が増えることにより、真値を推定しやすくなると考えられるが、今回は観測ステップ数を 300 とした場合に、最も真値に近い最適推定値 \mathbf{a}^* が得られ、RMS 誤差も最小となっている。これは、カオス時系列の場合、時系列の値がパラメータに敏感であるため、パラメータに誤差があると観測ステップ数を増やしても、真値の時系列とかけ離れてしまった時系列の情報が増えるだけで、かえって真値を推定するのが困難になっているためではないかと考えられる。なお、初期パラメータ \mathbf{a}_0 を真値の 50%~150% の範囲で変動させた場合についても、大体 150% の場合と同様の傾向がみられたが、初期パラメータの誤差を 10% 程度とかなり小さくすると、観測ステップ数を増加させたほうが、大差はないものの誤差は小さくなった。

3.2 システムダイナミクスの構造が未知の場合

時系列を支配するシステムダイナミクスの独立変数の数 F は、時系列のフラクタル次元 D を計算することにより決定することができる^{16),17)}。ここでは、3元連立常微分方程式である Lorenz 方程式より生成される時系列 x を観測時系列としているため、独立変数の数を 3 として定式化を行う。なお、1つの時系列より求められた Lorenz 方程式のフラクタル次元 D は 2.06 ± 0.02 であり、一般に $F > D$ の関係がある¹⁶⁾。

さて、3つの変数を x, y, z とし、それらのシステムダイナミクスが 1 階の非線形連立常微分方程式で表されると仮定する。そしてその非線形微分方程式の関数 $f(x, y, z)$ を Taylor 展開し、2 次の項までとる以下の方程式を定める。

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x, y, z) = a_{10} + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + a_{14}xy \\ \quad + a_{15}yz + a_{16}zx + a_{17}x^2 + a_{18}y^2 + a_{19}z^2 \\ \dot{y} = f_2(x, y, z) = a_{20} + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + a_{24}xy \\ \quad + a_{25}yz + a_{26}zx + a_{27}x^2 + a_{28}y^2 + a_{29}z^2 \\ \dot{z} = f_3(x, y, z) = a_{30} + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + a_{34}xy \\ \quad + a_{35}yz + a_{36}zx + a_{37}x^2 + a_{38}y^2 + a_{39}z^2 \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ は x, y, z の時間 t に関する微分、 $a_{ij}(i=1\sim 3, j=0\sim 9)$ はパラメータである。

ここで、この場合の非線形最小二乗問題の評価規準を以下のようにとる。まず 30 個の未知パラメータ $\mathbf{a} = \{a_{ij}\} = \{a_{10}, a_{11}, \dots, a_{39}\}$ の初期値を後述するように適当に与える。そして 3.1 項と同様に、時系列 x, y, z の初期値 $\{x(0), y(0), z(0)\}$ として基準値 $\{10, 10, 10\}$ をとり、微分方程式(4)を RKG 法により m ステップまで数値計算する。こうして得られた時系列のうち x 時系列 $\hat{x}_1(\mathbf{a}), \hat{x}_2(\mathbf{a}), \dots, \hat{x}_m(\mathbf{a})$ のみを、時系列 x の真値 x_1, x_2, \dots, x_m と比較し、式(3)の残差平方和が極小になるように LMM 法を用いて \mathbf{a} を繰り返し求めてゆき、これをパラメータの最適推定値 \mathbf{a}^* とする。なお、式(4)におけるパラメータ a_{ij} の真値は、式(1)と比較することにより、 $a_{11} = -\sigma = -10$, $a_{12} = \sigma = 10$, $a_{21} = R = 28$, $a_{22} = -1$, $a_{26} = -1$, $a_{33} = -b = -8/3$, $a_{34} = 1$, そしてその他のパラメータ a_{ij} については 0 である。

次に、初期パラメータ \mathbf{a}_0 として、真値が 0 のパラメータについては一律に 0.01、真値が 0 以外のパラメータすなわち上記の $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, a_{26}, a_{33}, a_{34}$ の 7 つのパラメータについては、真値に対する百分率の値を 160, 150, 105, 100% と適当に変化させて与えた。そして観測ステップ数を $m = 100, 300, 600, 1,000$ とし、パラメータ a_{ij} について収束判定値 $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-8}$ の条件で最適推定値 \mathbf{a}^* を求めた。上記の条件に対する最適推定値の値の収束状況を表-2 に示している。表-2 における×印は RKG 法による数値計算の過程で時系列が発散して最適解が求められなかったことを示している。表-2 より、 \mathbf{a}_0 の値が真値の 160% 以上(ただし、真値が 0 の \mathbf{a} に対しては一律 0.01)では、観測ステップ数 m にかかわらず値が発散している。また、 \mathbf{a}_0 が真値の 150% 以下では、 m を増加させる程、値が収束しにくいことが分かる。これは前節で述べたように、カオス時系列においては、パラメータの初期値 \mathbf{a}_0 のわずかな誤差が時系列の値に(特に時点が進

むにつれ) 大きく影響を及ぼすため、誤差を含んだパラメータを用いて微分方程式(4)を数値計算してゆくと、時点の経過とともにその値が容易に発散するためである。

次に、 a_0 の値が真値の105%の場合の $m = 100, 300$

表-2 構造が未知の場合の最適推定値の値の収束状況

観測ステップ数 m	真値に対する初期値 a_0 の値 (ただし真値が0の a_i に対しては一律 0.01)			
	160%	150%	105%	100%
100	×	○	○	○
300	×	×	○	○
600	×	×	×	○
1,000	×	×	×	×

- : 解が収束し一応の最適解が求められた
 - ×
- × : 数値計算の途中で時系列が発散し解が求められなかった

表-3 パラメータの最適推定値 a^*
(a_0 が真値の105%の場合)

パラメータ a_i	真 値	初期値 a_0	最適推定値 a^*	
			$m=100$	$m=300$
a_{11}	-10	-10.5	-10.501	-10.507
a_{12}	10	10.5	10.485	10.438
a_{21}	28	29.4	29.395	29.376
a_{22}	-1	-1.05	-1.055	-1.077
a_{26}	-1	-1.05	-1.054	-1.133
a_{33}	-8/3	-2.8	-2.798	-2.776
a_{34}	1	1.05	1.000	0.956

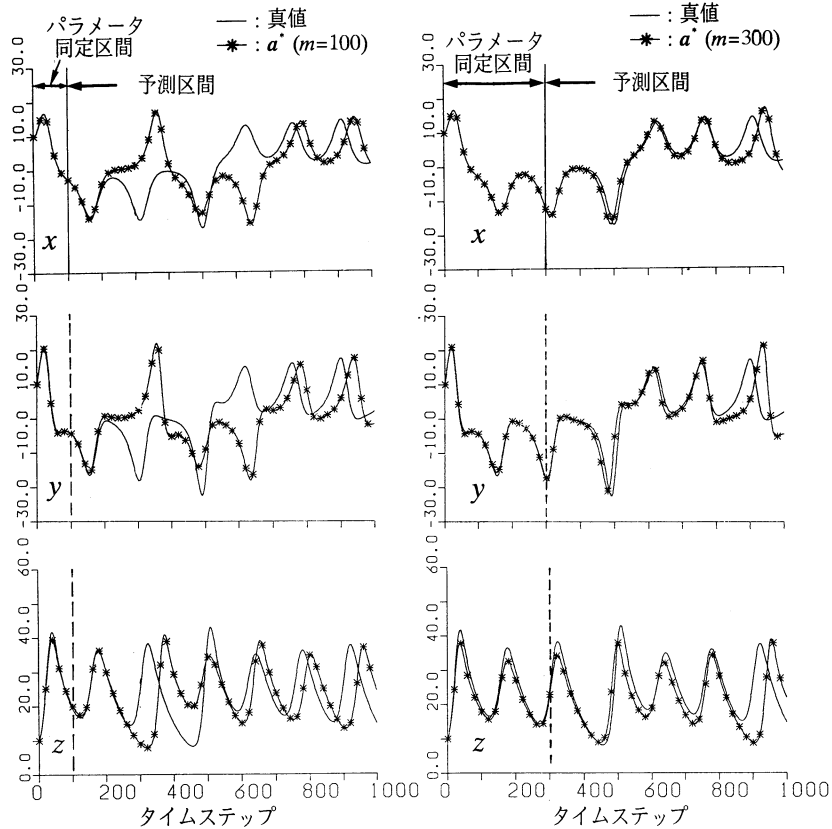


図-9 ダイナミクスの構造が未知の場合の時系列の予測値
(a_0 が真値の105%で $m=100, 300$)

に対するパラメータの最適推定結果の一部を表-3に示す。また求められた a^* を用いて、式(4)を RKG 法により 1,000 ステップ数値計算した結果の時系列を図-9に示す。表-3より、最適推定値 a^* は初期値 a_0 から大きく変動しているものではなく、初期値の近傍で

収束していることが分かる。Lorenz 方程式に対応する 7 つのパラメータについては、 $m = 100, 300$ のどちらの場合も同じような値を示している。なお、真値が 0 のパラメータについては、それぞれ異なった値に収束しているものもあった。また図-9 より、観測時系列 x については、 $m = 100, 300$ どちらの場合も、パラメータ同定区間内では非常に精度良く x 時系列が再現されている。予測区間では時点が進むに従って誤差が増大しているが、 $m = 300$ の方が誤差は小さくなっている。事実、1,000 ステップまでの x 時系列に対する RMS 誤差は、 $m = 100$ のときで 8.58、 $m = 300$ のときで 2.98 となっている。これは、最適推定値が収束する場合には、 m が大きいほうが真値を推定しやすくなるためと考えられる。また時系列 y, z については、パラメータ同定区間内であってもある程度誤差が生じており、その誤差は予測区間で増大している。

以上の結果より、システムダイナミクスの構造が未知の場合、同定すべきパラメータが多くなるので、初期パラメータの値を、真値が 0 のパラメータに対して 0.01 とした場合、Lorenz 方程式に対応する 7 つのパラメータについては、例えば観測ステップ数が 300 のとき、真値からのズレが 5% 以内程度と、かなり真値に近い値をとらなければ最適解が求められないことが明らかとなった。

4. む す び

本報では、カオス時系列のシステムダイナミクスの推定と予測に関する研究の第一段階として Lorenz 方程式を対象とし、まず初期値およびパラメータに対する依存性について検討した。次いで、Gouesbet のような再構築モデルを用いずに、元の Lorenz 方程式を直接用いて、システムダイナミクスの構造が既知および未知の場合に対して、 x 時系列のみを用いて、非線形最小二乗法によりパラメータ同定および時系列の予測を行い、オフラインとしての非線形最小二乗法のカオス時系列への適用性および特性について検討した。その結果、初期値およびパラメータに対する依存性については、基準値からのズレが $\pm 1\%$ 以上となると、 $\Delta t = 0.005$ の 1,000 ステップの時系列に対して、時系列を再現することが困難であることが示された。次に、非線形最小二乗法のカオス時系列への適用性については、システム方程式の構造が既知の場合、初期パラメータが真値からかなり外れていても最適解が一応求まるが、その同定精度は、観測ステップ数により大きく変

化することが分かった。システムダイナミクスが未知の場合は、初期パラメータを真値の近傍に設定しない限り、解が求められないことが明らかとなった。実際の水文時系列においては、その時系列を生成するシステムダイナミクスの構造は未知であると考えられるので、非線形最小二乗法による実際のカオス水文時系列のパラメータ同定および時系列予測はかなり難しいと考えられる。しかも非線形最小二乗法の場合、ダイナミクスの構造の既知、未知を問わず、時系列 x, y, z の初期値が既知でなければ適用できないので、パラメータのみならず時系列に対する初期値の設定も重要な問題となってくるであろう。

以上のように、非線形最小二乗法によるカオス時系列のシステムダイナミクスのパラメータ推定および時系列予測については、初期値の設定にかなり厳しい制約があることがわかった。そこでこれらの問題を改善するために、別報¹⁰⁾において、オンライン手法としての拡張カルマンフィルターを、システムダイナミクスの推定とカオス時系列の予測問題に適用し検討を加えている。なお、本報での非線形最小二乗法により、観測区間内で 1 組の最適パラメータが得られれば、このパラメータを拡張カルマンフィルターを適用する際の状態量の初期推定値とすることも有効であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 合原一幸ほか：特集「応用カオス」、数理科学, No. 348, サイエンス社, 1992.
- 2) 合原一幸ほか：特集「非線形構造の数理」、数理科学, No. 363, サイエンス社, 1993.
- 3) 例えば, Rodriguez-Iturbe, I., Febres de Power, B., Sharifi, M. B. and Georgakakos, K. P.: Chaos in rainfall, Water Resources Research, Vol. 25, No. 7, pp. 1667-1675, 1989.
- 4) 合原一幸：非線形工学, 数理科学, No. 363, pp. 5-8, 1993.
- 5) 武者利光監訳・橋口住久訳：非線形力学とカオス, オーム社, 1988.
- 6) Gouesbet, G.: Reconstruction of the vector fields of continuous dynamical systems from numerical scalar time series, Phys. Rev. A, Vol. 43, No. 10, pp. 5321-5331, 1991.
- 7) Xu, S., Jinno, K., Kawamura, A., Berndtsson, R. and Olsson, J.: Application of the extended Kalman filter for reconstructing systems from chaotic numerical time series, Proc. of Hydraulic Engineering, JSCE, Vol. 37, pp. 853-856, 1993.
- 8) Xu, S., Jinno, K., Kawamura, A. and Matsumoto,

- M.: Reconstructivity of system equations from a chaotic numerical time series, Annual Conference of the JSCE, Vol. 48, pp. 276-277, 1993.
- 9) Lorenz, E. N.: Deterministic nonperiodic flow: J. Atmos. Sci., Vol. 20, pp. 130-141, 1963.
 - 10) 田中正次ほか: FACOM FORTRAN SSL-II 使用手引書, 富士通株式会社, pp. 516-517, 1980.
 - 11) 大野豊・磯田和男監修: 新版数値計算ハンドブック, オーム社, pp. 1059-1068, 1990.
 - 12) 相澤洋二訳: カオスの中の秩序, 産業図書, 1992.
 - 13) 山崎秀樹・平川一美: ローレンツプロットの時系列データ解析への応用, 九州大学工学集報, 第 54 巻, 第 2 号, pp.113-120, 1981.
 - 14) 例えば, Tresser, C.: Modèles simples de transitions vers la turbulence, Ph. D. Thesis, University of Nice, 1981.
 - 15) 田中正次ほか: FACOM FORTRAN SSL-II 使用手引書, 富士通株式会社, pp. 456-459, 1980.
 - 16) Grassberger, P. and Procaccia, I.: Measuring the strangeness of strange attractors, Physica, 9D, pp. 189-208, 1983.
 - 17) Nicolis, C.: Is there a climatic attractor?, Nature Vol. 311, pp. 529-532, 1984.
 - 18) 河村明・松本実・神野健二・許士国: カオス時系列のダイナミクスの推定と予測(第二報) — 拡張カルマンフィルターによる Lorenz 方程式のダイナミクスの推定と予測について —, 九州大学工学集報, 第 67 巻, 第 5 号, pp. 523-531, 1994.
- ~~~~~