

カルマンフィルターによる定係数一次元確率移流 分散方程式のオンライン濃度分布予測について

河村 明*・神野 健二*
上田 年比古*・吉永 宙司**

On the On-line Prediction of the Concentration Distribution of One-Dimensional Constant Coefficient Stochastic Convective-Dispersion Equation Based on Kalman Filter

Akira KAWAMURA, Kenji JINNO, Toshihiko UEDA
and Hiroshi YOSHINAGA

(Received October 17, 1988)

Abstract: When the convective-dispersion phenomenon is analysed, it is usually regarded as deterministic, and the initial and boundary conditions are assumed known. However, this phenomenon must be considered as stochastic since it contains many uncertainties.

In this paper, a method is developed in which the prediction of concentration distribution represented by one-dimensional constant coefficient stochastic convective-dispersion equation is done simultaneously with the identification of parameters of the equation using the extended Kalman filter. To study the various characteristics of this method, it is applied to a synthetically generated concentration distribution.

Results show that the use of the method provides an effective parameter identification, thereby giving accurate predictions of the concentration distribution. The effects of the number of observation stations, the number of terms in the Fourier series expansions and the sampling time interval on the accuracy of the predictions are discussed.

1. はじめに

移流分散現象を考える場合、移流分散方程式を解くことになるが、この場合従来、確率変動項は無視され確定論的アプローチがなされている。しかも初期条件、境界条件および方程式中の物理パラメータは既知情報として取扱われている。しかし一般に自然現象は確率過程と考えられ初期条件や境界条件は未知として取扱われるべきであり、また移流分散方程式の中に含まれる物理パラメータについても、多くの場合確定論的に取扱えるものではないであろう^{1)~4)}。また移流分散現象の濃度の観測データについては、空間的に任意に設置された観測点において経時観測が行われているが、得られた観測情報は移流分散方程式の解析解、数値解の吟味に使われる程度である⁵⁾。

本報では、上述の問題の解決へのアプローチとして、空間的に一定の物理パラメータを持つ移流分散方程式にランダムな変動が加わる定係数一次元確率移流分散方程式を取り上げ、これをフーリエ級数展開とカルマンフィルターを用いて解く手法を提案している。すなわち、確率微分方程式をフーリエ級数展開を用いてフーリエ係数に関する連立常微分方程式に変形し、次いで、初期条件、境界条件および物理パラメータすなわち物理量（流速、分散係数、一次反応係数）は不明であるとし、空間的に任意に設置された観測点からの定時観測データを用いて拡張カルマンフィルター^{6)~8)}により、各時点毎に物理量およびフーリエ係数を逐次同定しながら濃度予測を行う手法を提案する。次に、本手法を模擬発生データに適用し、その有効性および種々の特性すなわち物理量の観測の有無、組み込むべきフーリエ係数の項数の変化、観測情報の入手時間間隔の変化と濃度予測精度との関係などについて検討を行っている。

昭和63年10月17日 受理

* 水工土木学教室

** 水工土木学専攻修士課程

2. 予測手法の定式化

2.1. カルマンフィルターの算定

カルマンフィルターは式(1)で示される状態方程式にしたがって遷移するシステム状態量 X を推定するのに適用される理論で、 X は式(2)の観測方程式を通してのみ観測される⁶⁾⁻¹²⁾。

$$X(k+1) = \Phi(k)X(k) + s(k) + v(k) \quad (1)$$

$$y(k+i) = H(k+i)X(k+i) + w(k+i) \quad (2)$$

ここに、

- k : 時点
- X : システムの状態量ベクトル
- Φ : 既知の状態遷移行列
- s : 既知の確定ベクトル
- v : システム雑音ベクトルで、平均値 0、分散共分散行列 V の独立な正規性白色雑音
- y : 観測量ベクトル
- H : 既知の観測行列
- i : 時間間隔ステップで、すべての時点において観測量が得られる場合は $i=1$ である。
- w : 観測雑音ベクトルで、平均値 0、分散共分散行列 W の独立な正規性白色雑音

次に、以下において、例えば $(k+i)$ 時点の X の値を $X(k+i)$ とし、 k 時点までの観測量を用いて得られる $(k+i)$ 時点の最適推定値を $\hat{X}(k+i|k)$ と表示することにする。いま $\hat{X}(k|k)$ を既知とし、また観測量 y が k 時点ののち $(k+i)$ 時点で得られるとすれば、 $\hat{X}(k+i|k)$ 、 $\hat{X}(k+i|k+i)$ はカルマンフィルターにより次式で求められる。

$$\hat{X}(k+i|k) = \Phi(k+i-1)\hat{X}(k+i-1|k) + s(k+i-1) \quad (3)$$

$$\hat{X}(k+i|k+i) = \hat{X}(k+i|k) + K(k+i)v(k+i) \quad (4)$$

ここに、

v : i 時点先の観測量の予測誤差で、

$$v(k+i) = y(k+i) - \hat{y}(k+i|k) \quad (5)$$

$\hat{y}(k+i|k)$: k 時点までの観測量が得られた場合の $(k+i)$ 時点の観測量の予測値で、式(2)より

$$\hat{y}(k+i|k) = H(k+i)\hat{X}(k+i|k) \quad (6)$$

K : カルマン・ゲイン・マトリックスで

$$K(k+i) = P(k+i|k)H^T(k+i)[H(k+i)P(k+i|k) + H^T(k+i) + W(k+i)]^{-1} \quad (7)$$

T : 転置記号

$P(k+i|k)$: k 時点までの観測量を用いた $(k+i)$ 時点のシステム状態量の推定誤差共分散行列で、

$$P(k+i|k) = \Phi(k+i-1)P(k+i-1|k)\Phi^T(k+i-1) + V(k+i-1) \quad (8)$$

また、 $(k+i)$ 時点までの観測量を用いた $(k+i)$ 時点のシステム状態量の推定誤差共分散行列 $P(k+i|k+i)$ は次式によって更新される。

$$P(k+i|k+i) = [I - K(k+i)H(k+i)] \cdot P(k+i|k) \quad (9)$$

I : 単位行列

以下に、このカルマンフィルターの計算手法をここで考えている確率移流分散方程式の濃度分布予測に適用することを考えよう。

2.2. 確率移流分散方程式のフーリエ級数展開

ここでは次式に示すような定係数一次元確率移流分散方程式を考えることにする。

$$\partial C(x, t) / \partial t + u \partial C(x, t) / \partial x = D \partial^2 C(x, t) / \partial x^2 - \gamma C(x, t) + \epsilon(x, t) \quad (10)$$

ここに、

- C : 濃度 (g/m^3)
 - u : 流速 (m/day)
 - t : 時刻 (day)
 - D : 分散係数 (m^2/day)
 - x : 距離 (m)
 - γ : 一次反応係数 ($1/day$)
 - ϵ : 平均値 0、分散 σ^2 の正規性白色雑音 ($g/(m^3 day)$)
- なお物理量 u, D, γ は時空間的に一定の場合を想定している。

さて、式(10)には右辺第 3 項に確率項が含まれており、また初期条件、境界条件および物理量が未知の場合には、式(10)を解析的に解くことは不可能である。そこで、空間的に任意に設置された観測点より得られる情報を基に逆に物理量を推定しつつ式(10)で表される濃度 C を数値的に求めることを考える。この場合、差分法や有限要素法を用いると、移流項が分散項に比べて卓越するときには移流項の離散化誤差が大きく影響¹³⁾、不確実性が增大することが予想される⁵⁾。そこで本報ではカルマンフィルターの適用にも便利なように濃度 $C(x, t)$ および雑音項 $\epsilon(x, t)$ を次式のように変数 x に関してフーリエ級数に展開し、任意の波数のフーリエ係数について解析を行う。

$$C(x, t) = B_0(t) + \sum_{m=1}^M [A_m(t) \sin(2\pi m x / \ell) + B_m(t) \cos(2\pi m x / \ell)] \quad (11)$$

$$\varepsilon(x, t) = \sum_{m=1}^M [E_m(t) \sin(2\pi m x / \ell) + F_m(t) \cos(2\pi m x / \ell)] \quad (12)$$

ここに、

B_0 : 濃度 C の平均値に相当するフーリエ係数 (g/m^3)

A_m, B_m : 濃度 C の波数 m に関するフーリエ係数 (g/m^3)

M : 取り込むフーリエ級数の項数

ℓ : 基本波長

E_m, F_m : ε の波数 m に関するフーリエ係数 (g/m^3)

従って、式(11), (12)を式(10)に代入して、 $B_0(t)$ および波数 m に対するフーリエ係数に関する連立常微分方程式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} dB_0/dt \\ dA_m/dt \\ dB_m/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & -R_m & Q_m \\ 0 & -Q_m & -R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0(t) \\ A_m(t) \\ B_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E_m(t) \\ F_m(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\text{ここに、} R_m = D(2\pi m / \ell)^2 + \gamma \quad (14)$$

$$Q_m = u(2\pi m / \ell) \quad (15)$$

2.3. カルマンフィルターによる濃度分布予測計算の定式化

本報では、式(10)の物理量 u, D, γ および式(11)のフーリエ係数 $B_0, A_m, B_m (m=1 \sim M)$ をカルマンフィルターにおけるシステム状態量 X として推定すべき量にとる。すなわち、

$$X(t) = [u \ D \ \gamma \ B_0(t) \ A_1(t) \ B_1(t) \ \dots \ A_M(t) \ B_M(t)]^T \quad (16)$$

ここで、式(10)の u, D, γ の値は時空間的に一定の場合を考えているので、これらに対する遷移方程式は次式となる。

$$du/dt = 0, \quad dD/dt = 0, \quad d\gamma/dt = 0 \quad (17)$$

よって $X(t)$ のシステム方程式は式(13)と式(17)を一緒にして次式となる。

$$dx/dt = f(X(t)) + v(t) \quad (18)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -B_0(t)\gamma \\ -R_1 A_1(t) + Q_1 B_1(t) \\ -Q_1 A_1(t) - R_1 B_1(t) \\ \vdots \\ -R_M A_M(t) + Q_M B_M(t) \\ -Q_M A_M(t) - R_M B_M(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1(t) \\ F_1(t) \\ \vdots \\ E_M(t) \\ F_M(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

さて式(19)は $u, D, \gamma, B_0, A_m, B_m$ について非線形であるが、非線形関数 $f(X(t))$ を予め既知な $X(t) = X^*(t)$ において Taylor 級数展開し、1次の項までとり線形化し、2.1. のカルマンフィルターを適用する拡張カルマンフィルター⁽⁹⁾⁻⁽¹⁰⁾を用いる。すなわち式(18)において $X(t)$ を単に X と表示すると

$$f(X) = f(X^*) + J(X^*)(X - X^*) \quad (20)$$

ここで、 $J(X^*)$: Jacobian 行列

式(20)を式(18)に代入して整理すると次式となる。

$$dX/dt = J(X^*)X + f(X^*) - J(X^*)X^* + v(t) \quad (21)$$

本報では式(21)の線形化された微分方程式を式(1)の離散システム方程式に適用させるために、式(21)を差分方程式に変換する。ここでは以下のように簡単に

$$dX/dt = \{X(t + \Delta t) - X(t)\} / \Delta t \quad (22)$$

とし、式(22)を式(21)に代入し、 t を k 時点、 $t + \Delta t$ を $(k+1)$ 時点とすると、式(21)は次式となる。

$$X(k+1) = \{J(X^*(k))\Delta t + I\}X(k) + \{f(X^*(k)) - J(X^*(k))X^*(k)\}\Delta t + v(k)\Delta t \quad (23)$$

上式を式(1)と比較すると次式のように対応することが分かる。

$$\Phi(k) = J(X^*(k))\Delta t + I \quad (24)$$

$$s(k) = \{f(X^*(k)) - J(X^*(k))X^*(k)\}\Delta t \quad (25)$$

$$v(k) = v(k)\Delta t \quad (26)$$

なお、 $X^*(k)$ としては、現時点 k より j ステップ前で観測量が得られたとすると、カルマンフィルターによる最適推定値 $\hat{X}(k|k-j)$ を用いることになる。

次にカルマンフィルターの観測量 y は、 x 方向に任意に配置された観測点 $x_n (n=1 \sim N)$ から観測雑音 w

を含んだ濃度 C があるサンプリング時間間隔で定時的に観測される場合を想定する。このとき観測点 x における濃度 C は式(11)より次式で表される。

$$C(x, k) = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \sin(2\pi x/\ell) \ \cos(2\pi x/\ell) \cdots \sin(2\pi Mx/\ell) \ \cos(2\pi Mx/\ell)] [u \ D \ \gamma \ B_0(k) \ A_1(k) \ B_1(k) \cdots A_M(k) \ B_M(k)]^T + w(x, k) \quad (27)$$

式(27)の右辺第1項のベクトルをすべての観測地点についてまとめてマトリックス表示すると、式(2)のカルマンフィルターの観測行列 $H(k) [N \times (2M+4)]$ 行列]が次式のように得られるが、これは時間の関数とはならない。

$$H(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & \sin(2\pi Mx_1/\ell) & \cos(2\pi Mx_1/\ell) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & \sin(2\pi Mx_N/\ell) & \cos(2\pi Mx_N/\ell) \end{bmatrix} \quad (28)$$

また任意の1観測点において物理量 u, D, γ が観測される場合には、その行を式(28)に追加しなければならない。例えば、 D が観測されるときは

$$D(k) = [0 \ 1 \ 0 \ \cdots \ 0] X(k) \quad (29)$$

と表されるから、この行を式(28)の例えば第1行として追加しなければならない。

以上のようにしてカルマンフィルターのシステム方程式(1)と観測方程式(2)が定式化されたので、あとは式(11)の ℓ, M , 式(23)の Δt , 濃度観測点数 N およびその地点 x_n , 観測時間間隔 i を定め、そして状態量 X の初期推定値 $\hat{X}(0|0)$ およびその推定誤差共分散行列の初期値 $P(0|0)$, システム雑音, 観測雑音の分散共分散行列 $V(k), W(k)$ を与えれば、カルマンフィルターの計算式(1)~(9)に従って、各時点ごとに X の最適推定値が求められ、これを用いて濃度 C の予測が行われる。すなわち以下の①~⑤の手順を $k=0$ から最終時点まで繰り返せばよい。

- ① 式(3), 式(8)の漸化式を $i=1 \sim i$ として繰り返し用い、 $\hat{X}(k+i|k), P(k+i|k)$ を求める。このとき $\Phi(k+i-1), s(k+i-1)$ は式(24), 式(25)より、 $\hat{X}(k+i-1|k)$ を $X^*(k+i-1)$ に用いて各時点毎に計算していく。
- ② $\hat{X}(k+i|k)$ を用いて式(6)より k 時点までの観測量が得られた場合の $(k+i)$ 時点の濃度予測値 $g(k+i|k) = \hat{C}(x, k+i|k) \{x=1 \sim x_N\}$ を求める。
- ③ $(k+i)$ 時点において観測量 $y(k+i)$ を入手し、式(5), 式(7)より $v(k+i), K(k+i)$ を計算し、式(4)より

$\hat{X}(k+i|k+i)$ を求める。

- ④ 式(9)より $P(k+i|k+i)$ を更新する。

- ⑤ $(k+i)$ 時点を改めて k 時点と置き①の手順に戻る。

3. 適用例

3.1. 真値の模擬発生

ここでは、本手法の有用性および特性の把握のために、真値の分かっている素性のはっきりしたシミュレーションデータに対して本手法を適用する。まず、式(10)の確率微分方程式で雑音項 $\epsilon(x, t)$ を除いた確定的微分方程式を考える。ここで $u=1.0$ (m/day), $D=0.5$ (m^2/day), $\gamma=0.01$ (1/day) を与え、濃度の初期形状が図-1の矩形の場合の解析解¹⁴⁾を図-1の実線に示している。また $\gamma=0$ (1/day) とした場合の解析解を破線に示している。これより $\gamma=0.01$ (1/day) により濃度がかなり吸着され濃度分布のピークが下がることが分かる。次に同じ確定微分方程式に対して式(13)のうち雑音成分のフーリエ係数を除いたものを数値的に解き、式(11)により濃度を求めた数値解のうちルンゲ・クッター・ギル (Runge-Kutta-Gill) 法¹⁵⁾¹⁶⁾ (以下 RKG 法と記す) と前進差分による数値解の結果を図-1に併記している。この場合離散時間 $\Delta t=0.1$ (day), 基本波長 $\ell=100$ (m), フーリエ項数 $M=20$ としている。図-1より差分法による濃度分布にはやや誤差が見られるが RKG 法による数値解はほとんど誤差なく解析解に一

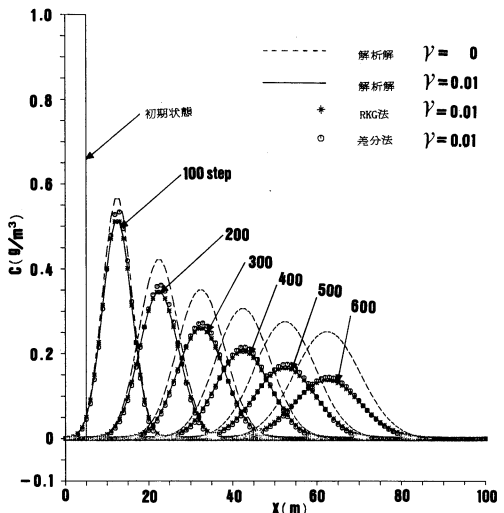


図-1 確定的移流分散方程式の解析解と数値解

致していることが分る。次に、確率項の加わった移流分散方程式に従う濃度を模擬発生させることを考える。この場合、解析解は存在しないので、システム雑音として正規乱数を加え RKG 法により数値解を求めたものを式(10)に従う模擬発生濃度分布とし、これらの値を以後真値として取り扱う。ここで、図-1の100時点目の解析解の値を初期濃度すなわち新たに0時点とし、これ以後の濃度分布に対し、式(13)の $E_m(t)$, $F_m(t)$ として平均0、分散 $(0.005)^2$ の正規乱数を与え、500時点ほど濃度 C を模擬発生させた。図-2に図-1の確率的微分方程式の濃度スペクトルすなわち RKG 法による各波数の平均パワーの時間的変化およびシステム雑音の平均パワー（ノイズレベル）を示している。このノイズレベルは、式(10)の正規性白色雑音 ε のスペクトルの大きさが $\Delta t \sigma_\varepsilon^2$ の一定値となる¹⁷⁾ ことより、 $\sigma_\varepsilon^2 = (0.005)^2 / \Delta t = (0.00158)^2$ の分散をもつ雑音に相当する。

以上のようにして式(10)の定係数確率移流分散方程式に従う濃度分布の真値を模擬発生させた結果を図-3の実線に示している。なお、実際に各地点で観測される濃度の値は上述の真値に平均0、分散 $(0.01)^2$ の観測雑音を加わったものであり、また物理量が任意の1点で観測される場合にはその観測物理量には真値の10%の2乗の分散をもつ雑音を加わるとしている。

3.2. カルマンフィルタによる濃度予測

3.1.で模擬発生させた濃度分布に対して2.で述べた手法により濃度予測を行った。この場合物理量 u , D , γ およびフーリエ係数 B_0 , A_m , B_m の初期値すなわち状態量 $\hat{X}(0|0)$ には真値の50%の値を与え、 $P(0|0)$ に

は u , D , γ , B_0 , A_m , B_m の大きさを考慮して、 $P(0|0)$ の対角成分のうち u , D 成分に対して0.01それ以外は0.001、非対角成分には0.0001を与えた。また式(1)の $v(k)$ の分散共分散行列 $V(k)$ は式(19)、式(26)を考慮して対角成分のうち A_m , B_m 成分に対しては $(0.0005)^2$ それ以外の対角成分および非対角成分には0を与えた。式(2)の観測雑音の分散共分散行列 $W(k)$ は対角成分のうち濃度観測量の成分に対しては $(0.01)^2$ 、観測物理量がある場合はその観測物理量の真値の10%の2乗を与え、非対角成分は0とした。

ここで濃度観測点が図-3の矢印に示したようにランダムに20地点、物理量 u , D , γ の観測はない場合で、観測時間間隔 $i=10$ ステップすなわち1(day)、フーリエ級数の項数 $M=20$ とした場合のカルマンフィルタによる10ステップ先の予測を図-3に、また物理量 u , D , γ フーリエ係数 B_0 および A_m , B_m の同定結果の一部を図-4に示している。

次に、図-3の条件において物理量が観測される場合、観測時間間隔が変化する場合、およびカルマンフィルタに組み込むべきフーリエ級数の項数が変化する場合の濃度予測精度 J の変化をそれぞれ図-5、図-6、図-7に示している。この場合、 J としては、式(30)、式(31)による予測残差平方和の平均値のルートを J_k とし、 J_k を評価地点数で平均した値を用いている。

$$J_k = \sqrt{\sum_x [\hat{C}(x, k|k-i) - C(x, k)]^2 / N_1} \quad (30)$$

$$J = \sum_k J_k / N_2 \quad (31)$$

ここに、

$C(x, k)$: 濃度の真値

$\hat{C}(x, k|k-i)$: $(k-i)$ 時点までの観測量が得られた場合の濃度 $C(x, k)$ の予測値

N_1 : 評価地点数で、この場合0 m から100 m まで1 m おきに101地点を取った。

N_2 : 評価時点数で、この場合100時点から500時点までの100時点おきの5時点をとった。

4. 考 察

図-2より波数が大きくなる程すなわち高周波成分のフーリエ係数ほど雑音の影響を受けやすく、また時点が進むほど低周波成分のフーリエ係数にも雑音の影響が強く作用することが分かる。

次に図-3の実線より確率移流分散方程式の濃度分布は図-2の実線の確率的移流分散方程式の濃度分布と比べ濃度分布が乱れ、この乱れは時点の進行と共に

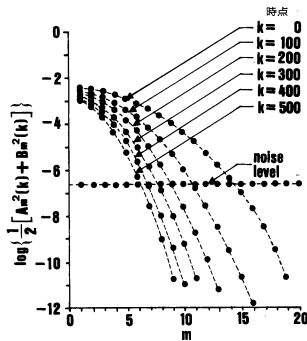


図-2 濃度スペクトルの時間変化とシステム雑音レベル

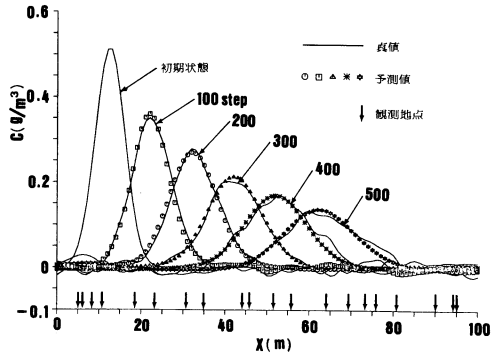


図-3 模擬発生濃度（真値）とその予測値

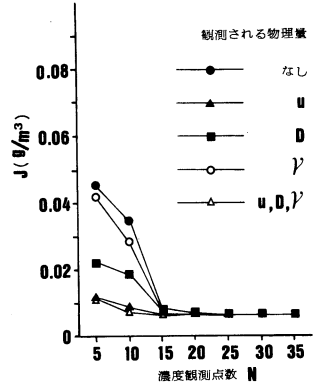


図-5 物理量の観測の有無に対する予測精度

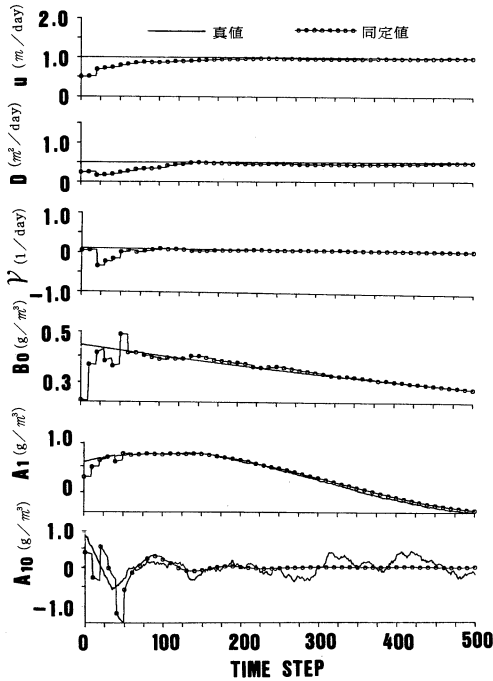


図-4 物理量およびフーリエ係数の同定結果

大きくなっている。ここで図-3のカルマンフィルタによる10ステップ先の予測値をみると、雑音に埋もれている高周波成分の小さな変動分布の予測は困難なもの、時点の進行とともに濃度分布が乱れても精度良く濃度分布形状を予測しているといえよう。

次に図-4の u 、 D 、 γ の同定結果をみると、およそ150時点くらいで同定値が収束しており、いずれも精度

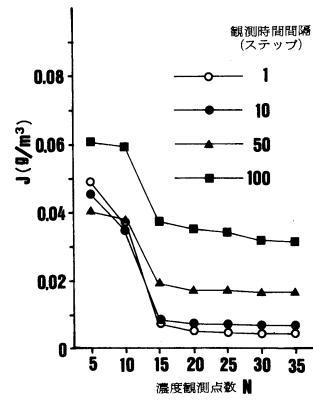


図-6 観測時間間隔の変化に対する予測精度

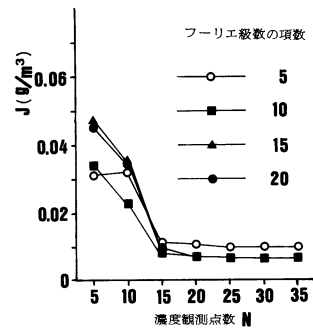


図-7 フーリエ級数の項数変化に対する予測精度

良く同定されているといえる。またフーリエ係数 B_0 , A_1 については同定値は100時点までには収束し、それ以後真値の変動を精度良く同定している。 A_{10} については高周波成分のため、図-2 に示したようにシステム雑音の影響を強く受け真値はかなり変動しているが、同定値はその変動を平均化したようになっている。これら以外のフーリエ成分の同定についても波数が6くらいまでの係数は A_1 の同定結果のように、波数が7以上のそれでは A_{10} の同定結果と同様の結果が得られた。これは図-2 より波数7以上のフーリエ係数は時点の進行に伴い雑音レベルの中に埋もれてしまうためと考えられる。

次に図-5 より、濃度観測点数 N が10以下と少ない場合には、観測できる物理量が多いほど予測精度は向上している。また観測できる物理量が1つの場合には u を観測した場合がもっとも精度が良く続いて D , γ の順となっている。この場合 γ を観測量として取り入れても予測精度の向上が余りみられないが、これは図-4 より γ の同定は γ を観測しなくとも非常に精度良く行われるため、 γ を観測してもその効果があまり期待できないためと考えられる。また N を15点以上に取ると、物理量の観測の有無にかかわらず J の値は0.008程度に落ち着いている。以上より観測点数を多く取ること、および観測点数が十分でないときには流速 u を観測することが予測精度向上につながると思われる。

次に図-6 より、 N を15以上とすると予測精度は安定してくるが、その精度は観測時間間隔が短いほど高くなっている。これは観測時間間隔が短い程、観測情報が多く入手されることおよび短期間予測となることがその理由であると考えられる。また N が10以下の場合には i が小さくなくても必ずしも精度向上していない。これは、カルマンフィルターは濃度観測地点のみの予測誤差をフィードバックしパラメータを修正するので、 N が少ない場合は濃度観測地点のみの予測誤差が向上し全体的な予測誤差がかえって低下するためと考えられる。事実、濃度観測地点のみで予測精度を評価すると観測時間間隔の短い方が高精度となっている。

次に図-7 より、 N を15以上とればフーリエ級数の項数は10以上あれば濃度予測精度は項数が20の場合のそれとほとんど同じになっている。また N が10以下と少なくなると項数10の方が項数15, 20よりも濃度予測精度が良くなっている。これは N が少ない場合、項数が多くなると同定すべきパラメータが多くなるので、

これらのパラメータをかえって精度良く同定できず濃度予測精度が低くなるものと考えられる。なお、図-5, 7 において、評価地点を1 m 間隔の101点ではなく、濃度観測点のみで J の値を評価した場合は、物理量の観測の有無、フーリエ級数の項数にはほとんど関係なく J の値は0.01以下となった。これより観測地点にのみ着目すれば予測精度は非常に良いといえる。

5. む す び

本報では、空間的に任意に設置された観測点から、ある時間間隔で入手されるデータを用いて、拡張カルマンフィルターにより定係数一次元確率移流分散方程式で記述される濃度分布を予測する手法を定式化し、次いで本手法を模擬発生濃度分布に適用した。その結果、本手法により精度良く濃度分布を予測することができることが示され、また物理量の観測の有無、観測時間間隔および読み込むべきフーリエ級数の項数などの濃度分布予測精度に対する影響が評価された。

参 考 文 献

- 1) 西園裕一・河村 明・神野健二・上田年比古：定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測に関する一考察，昭和61年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，pp. 338-339，昭和62年3月。
- 2) 河村 明・神野健二・上田年比古：定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法について，土木学会第42回年次学術講演会概要集第2部，pp. 6-7，昭和62年9月。
- 3) 吉永宙司・河村 明・神野健二・上田年比古：定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法の特性について，昭和62年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集，pp. 230-231，昭和63年3月。
- 4) 吉永宙司・河村 明・神野健二・上田年比古：定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法の特性について(第2報)，土木学会第43回年次学術講演会概要集第2部，pp. 194-195，昭和63年10月。
- 5) 神野健二・上田年比古・安田 裕：実時間観測データによる定係数2次元移流分散方程式のパラメータ同定と濃度予測，第30回水理講演会論文集，pp. 313-318，昭和61年2月。
- 6) 星 清：洪水予測システムの基礎的検討(1)，土木試験所月報，No. 385，pp. 42-51，1985年6月。
- 7) 星 清：洪水予測システムの基礎的検討(2)，土木試験所月報，No. 386，pp. 48-68，1985年7月。
- 8) Athans, M., Wisher, R. P. and Bertolini, A.: Suboptimal state estimation for continuous-time nonlinear systems from discrete noisy measurements. IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-13, No. 5, pp. 504-514, October, 1968.

- 9) 日野幹雄：Kalman の予測推定理論の平易な誘導について，東工大土木工学科研究報告，No. 15，pp. 91-99，1973年12月。
 - 10) 日野幹雄：水文流出系予測へのカルマンフィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，pp. 39-47，1974年1月。
 - 11) 河村 明・神野健二・上田年比古：周期関数時系列に対する適応的カルマンフィルターの異常値検出特性について，第28回水理講演会論文集，pp. 383-390，昭和59年2月。
 - 12) 河村 明・神野健二・上田年比古：適応的カルマンフィルターによる異常値検出について，土木学会論文集，第345号/II-1，pp. 111-121，1984年5月。
 - 13) 神野健二・上田年比古：粒子の移動による移流分散方程式の数値解法の検討，土木学会論文報告集，第271号，pp. 45-46，1978年3月。
 - 14) 寺沢寛一編：自然科学者のための数学概論応用編，pp. 123-125，岩波書店，1977年2月。
 - 15) 宇野利雄：計算機のための数値計算，朝倉書店，pp. 137-152，昭和38年11月。
 - 16) 田中正次ほか：FACOM FORTRAN SSL II 使用手引書，富士通株式会社，pp. 465-466，昭和55年12月。
 - 17) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，1977年。
- ~~~~~