

福岡市旬降水量時系列の低水管理のための 特性と模擬発生について

河村 明*・上田年比古*・神野健二*

On the Characteristics and Synthetic Generation of Ten-Day Precipitation Sequence in Fukuoka City for Low-Flow Management

Akira KAWAMURA, Toshihiko UEDA and Kenji JINNO

(Technology Reports of the Kyushu University Vol. 59, No. 6, December 1986)

The absence of flow record or the inadequacy of the available record can be handled by stochastically generated precipitation data which is converted to flow using a deterministic model. Long synthetic sequences, which are derived based on the statistical properties of the historical record, can be more effectively used in planning of water resources systems than the short historical sequence.

The historical data in this study is the 89-year ten-day precipitation records for Fukuoka City. A ten-day time scale is used usually as the basic unit for reservoir operation studies and low-flow management of river. Exponential Poisson and Gamma distribution functions are fitted to each of the 36 observed ten-day precipitation distributions (there are 89 observed ten-day precipitation data per distribution). The Gamma distribution fits all the observed ten-day distributions and is therefore selected to generate synthetically a precipitation sequence. The synthetically generated sequence retains the statistical properties of the historical record, such as autocorrelation coefficient or drought duration curve. The influence of the length of the actual precipitation record on synthetic generation is also investigated. The application of the developed technique to Fukuoka City precipitation record shows that the technique is feasible.

1. はじめに

福岡市の水道は、大正12年3月の創設以来現在まで全国にも例をみない18回もの拡張事業を実施して増大する水需要に対処してきているが、これは近効に中小河川しかなく小規模な水源開発を繰り返してきた結果であり、福岡市は水資源に対して体質的弱さを有している。また福岡市は昭和53年の異常渇水を契機に節水型都市づくりをめざし水資源の有効利用を計っているが、これに伴って利水上の貯水池操作や河川の低水管理が重要な課題となっている。

本報は、以上のことを考慮し、貯水池の利水操作計画において最も重要な要因であるダム流入量や河川流量の直接的原因である降水について、まず、利水操作

上の基礎的時間単位である旬単位の降水量の分布特性について検討する。ここではポアソン分布、指数分布、ガンマ分布の3つの分布型についてその適合度を判定し、また降水データ数の減少に対する分布母数の変化についても検討を加えている。次いで、水文資料の不足を補い利水安全度の確率的な検討を行うための降水量の模擬発生^{1)~4)}を、上記適合分布に従うように行いその精度を検討する。さらに、実際の旬降水量と模擬発生旬降水量の時系列の自己相関係数や渇水持続曲線⁵⁾より、降水量の利水面上の特性を検討すると共に、模擬発生旬降水量時系列の利水面上の適合性について検討を行っている。

2. 福岡市旬降水量の分布特性

2.1. 概 説

本報では福岡気象台開設明治23年(1890年)から昭

和53年(1978年)までの89年間の旬平均降水量(mm/day)を用いて解析を行っている。旬単位の降水量を用いたのは、貯水池の利水操作や河川の低水管理の問題では、月単位よりも細かな運用ができる単位として基礎的で重要であると判断されるからである。まず、図-1に福岡市旬降水量の各旬毎の平均値(実線柱状図)と平均値±標準偏差の線(点線柱状図)を示す。この平均値を示す実線柱状図より福岡市の旬降水量は4月下旬、6月下旬、9月中旬の3箇所にピークをもつことがわかる。これらはそれぞれ菜種梅雨、梅雨、台風の時期に相当している。また標準偏差はこれらの多雨期に大きく、冬期の11月から3月までの少雨期には小さくなっている。また図-2には少雨期である1月上旬と多雨期である梅雨末期に相当する7月上旬の旬平均降水量のヒストグラムを示している。図-2(a)より1月上旬の度数は1.5~2.0(mm/day)のところにピークがあるものの、3.5(mm/day)以下の度数は全般的に余り変化なく4(mm/day)以下におよそ90%の度数が集中している。これ以外の少雨期の旬についても1.0~3.0(mm/day)に度数のピークが現れ、5(mm/day)以下に度数は集中していた。また図-2(b)より7月上旬の度数は、0~2.5(mm/day)が最も多く、12.5~15.0(mm/day)に第2のピークが現れているが、全体的に大きな雨になる程度数が少なくなり、50.0~52.5(mm/day)のような極端な大雨もときどき発生している。他の多雨期についても同様の傾向が認められた。なお、MEM(最大エントロピー法)⁶⁾によるスペクトル解析の結果、福岡市旬降水量には36旬、9旬、7.2旬、6旬の4つの卓越した周期が存在することが示されている⁷⁾。

以上のように少雨期と多雨期の場合でその分布型に

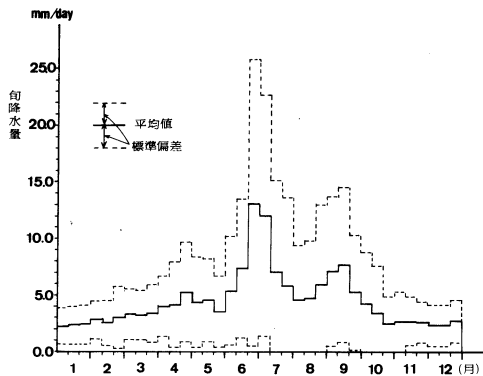


図-1 福岡市旬降水量の平均値と標準偏差

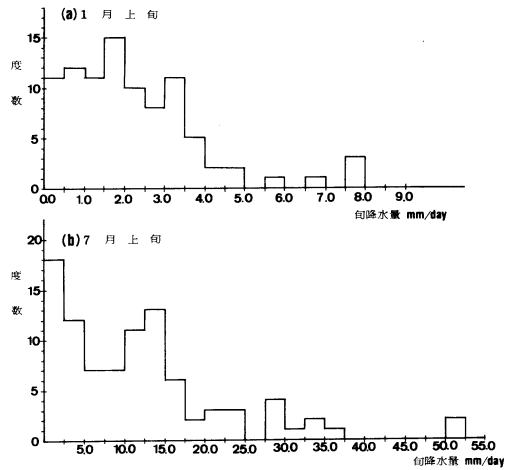


図-2 福岡市1月上旬, 7月上旬降水量のヒストグラム

大きな差が生じているので、ここでは旬降水量の分布型としてポアソン分布、指数分布、ガンマ分布の3分布型を仮定し、各分布型についてその適合度の検討を行う。ここで、分布型の適合度の判定法としては参考文献8)による、普通目盛りの方眼紙を用い、横軸には判定すべき分布型による非超過確率をとり、縦軸にはヘーズプロットなどの順序統計量による非超過確率をとって各標本値をプロットする図式判定法を使用する。この図式判定法は判定直線が原点を通る傾き1の直線でこれを簡単に引くことができ、判定すべき確率密度関数がいかなる式であっても、また確率変数の連続型・離散型を問わず常に適用可能であり、そして標本値の図上での配列が視覚的に同じ重みで並び、全体的立場からみた適合度の判定に有利であることにその特長を有している⁸⁾。

2.2. ポアソン分布の検討

ポアソン分布の確率関数 $p(x)$ は式(1)で表され、母数 λ により図-3のように変化する分布である。

$$p(x) = \lambda^x e^{-\lambda} / x! \quad (x = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

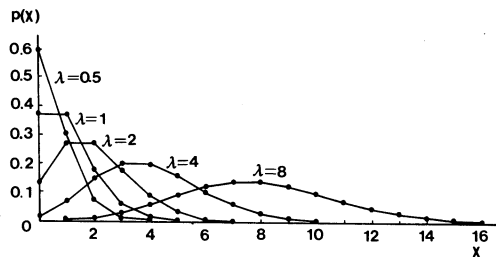


図-3 ポアソン分布

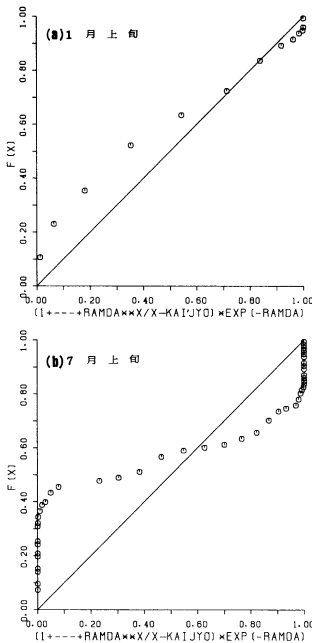


図-4 ポアソン分布の適合度の結果

ポアソン分布は離散型分布であるので、ここでは旬降水量を 0.5 (mm/day) を区分単位として離散化した降水量ヒストグラムについて適用することにする。なお、母数 λ は $\lambda = \mu$ (μ は各旬毎の降水量の平均値) より計算され、ここでは離散化された降水量の平均値を用い、1月上旬の場合 $\lambda = 4.0$ 、7月上旬の場合 $\lambda = 22.6$ である。図-4 に前節で述べた図式判定法による結果を示す。図中、原点を通る傾き 1 の直線が判定直線であり、この直線上の旬降水量の各標本値の並び具合により分布の適合度が判断される。このことは以下の指数分布、ガンマ分布の検討においても同様である。この図より、特に多雨期である7月上旬ではほとんどポアソン分布で表されないことが分かる。

2.3. 指数分布の検討

指数分布の確率密度関数 $f(x)$ は式 (2) で表され、その形状は図-5 のようである。

$$f(x) = \alpha e^{-\alpha(x-b)} \quad (2)$$

ここで α は分散の程度を示す母数であり、 $\alpha = 1/\mu = 1/\sqrt{\sigma}$ (σ は各旬毎の降水量の標準偏差) より計算され、1月上旬の場合 $\alpha = 0.45$ 、7月上旬の場合 $\alpha = 0.087$ である。 b は分布型の下限値を示す母数であるが、旬降水量の場合一般に b はほとんど 0 であるので、ここで

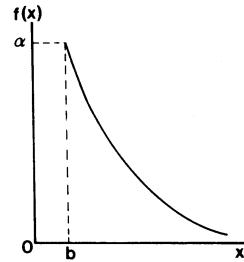


図-5 指数分布

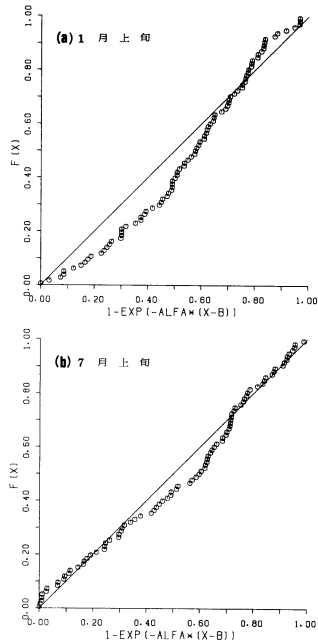


図-6 指数分布の適合度の結果

は $b=0$ として適合度の判定を行っている。図-6 にその結果を示す。この図よりポアソン分布の場合とは逆に、今度は少雨期である1月上旬の適合度が悪くなっている。

2.4. ガンマ分布の検討

2.2., 2.3. においてポアソン分布、指数分布の2つの分布型を旬降水量に適用したが、それぞれ多雨期、少雨期においてその適合度が劣化していた。ここでは確率密度関数が式 (3) で表されるガンマ分布^{9)~11)}を適用する。

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0) \quad (3)$$

ここに、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数で、 α は形状母数、 λ は尺度母数とよばれ $\lambda=1$ とした場合の α によるガンマ分

布の形状変化¹¹⁾を図-7に示す。

さて、旬単位の降水量の場合、ときどき旬降水量が0の場合が生じる。すなわち確率分布関数 $F(x)$ が式(4)で表され、図-8に示されるように値が0のときに飛躍する場合が生じる¹²⁾。

$$F(x) = (1-P) + P \int_0^x f(x) dx \quad (x \geq 0) \quad (4)$$

ここに、 P は降水確率であり、各旬毎の89個の旬降水量データのうちで、降水のあった旬数の割合である。ここで式(4)の $f(x)$ に式(3)ガンマ分布の密度関数を適用した。すなわち旬降水が生じたという条件のもとでガンマ分布を適用した。この場合の各旬毎の降水確率 P の値を図-9に示している。この表より降水確率は約半分の旬で100%となっており、またほとんどの旬で95%以上の降水確率となっているので式

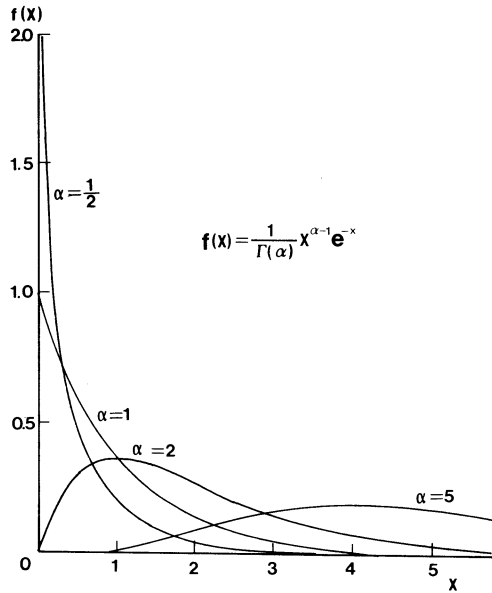


図-7 ガンマ分布

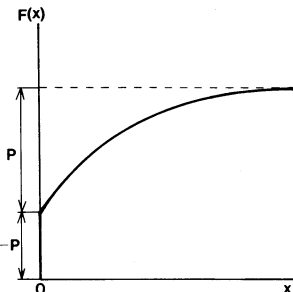


図-8 0で飛躍を伴う場合の分布関数

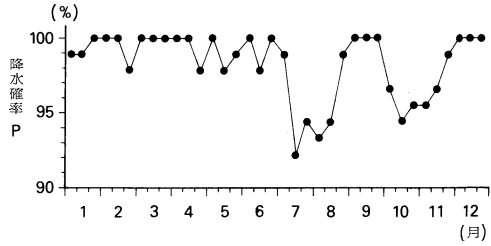


図-9 福岡市旬降水量の降水確率

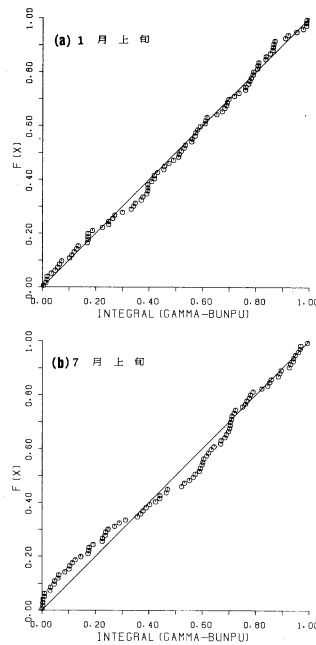


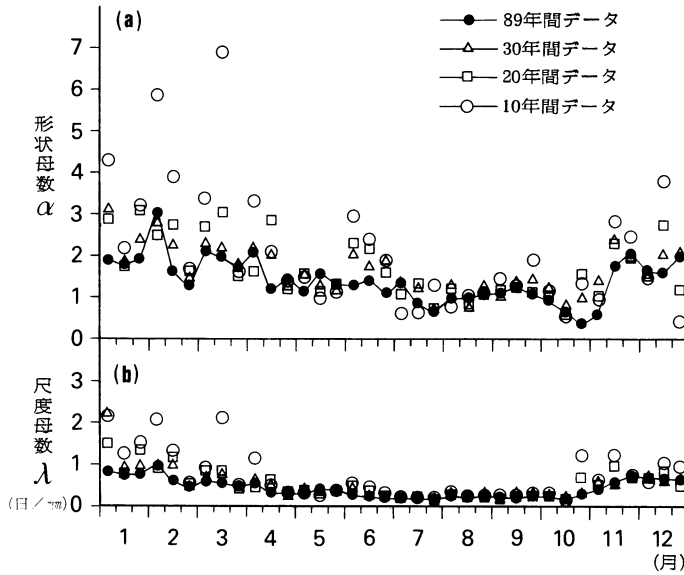
図-10 ガンマ分布の適合度の結果

(4)、図-8における0での飛躍は小さいといえる。

以上のようにして旬降水量のガンマ分布に対する適合度を前述の図式判定法で行った結果を図-10に示す。なお、ガンマ分布の形状母数 α 、尺度母数 λ は式(5)により計算される¹⁰⁾。

$$\alpha = \mu^2 / \lambda^2, \quad \lambda = \mu / \sigma^2 \quad (5)$$

ここに μ 、 σ はそれぞれ各旬毎の降水量の平均値および標準偏差であり、1月上旬の場合 $\alpha=1.88$ 、 $\lambda=0.84$ 、7月上旬の場合 $\alpha=1.38$ 、 $\lambda=0.11$ である。図-10より1月上旬、7月上旬とも図-4、図-6に比べ、標本値のプロットが非常によく判定直線上に並んでおり、少雨期、多雨期共にガンマ分布に適合すると判断され



図—11 データ数によるガンマ分布の形状母数, 尺度母数の変化

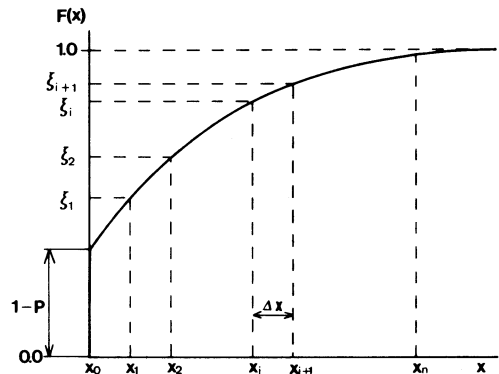
る。

さて89年間の旬降水量データから上記3つの分布型の中でガンマ分布が最も旬降水量分布に適合することが示されたが、現在新規に開発されている水資源確保地点では、そのような長期にわたる降水データの観測保存はなされていないのが現状である。そこで次に、降水データ数の分布母数に及ぼす影響についてみてみよう。図—11に1890年から10年間, 20年間, 30年間, 89年間のデータを用いた場合のガンマ分布の形状母数 α , 尺度母数 λ の変化を示している。この場合、上記年数の旬降水量データ数でもガンマ分布に従っていることを確認している。図—11より母数 α, λ 共に4月から10月の多雨期で値が小さく、またデータ個数によるバラツキも小さい。特に λ についてはその傾向が顕著である。11月から3月の少雨期においては母数の値は多雨期に比べ大きく目でデータ個数によるバラツキも大きい。特に10年間データのようにデータ数が少ないとバラツキの度合いが大きい。しかしおよそ30年間くらいのデータで89年間のデータから計算される母数の値にほぼ収束しているようであり、最低でも20年間程度のデータが必要であるといえる。

3. 旬降水量の模擬発生

水資源計画における降水量模擬発生の重要性および手法については多くの文献^{11)~14)}に述べられている。本

報では、2.で旬降水量の分布型としてガンマ分布が適合することが示されたので、まず各旬毎にガンマ分布に従う旬降水量の模擬発生を行い、次いで各旬毎の模擬発生降水を連続させて旬降水量時系列を模擬発生させることにする。ここでは、2.3.で述べた、値が0で飛躍を伴うガンマ分布に従う各旬毎の降水量を、理論が簡単な逆変換法¹³⁾を用いて模擬発生させる。すなわち図—12に示すように確率変数 x を Δx 刻みで $x_0=0$ から $x_n=n \cdot \Delta x$ まで等間隔に分け、それぞれの $x_i (i=1 \sim n)$ に対応するガンマ分布の非超過確率 $F(x_i)$ を式(4)より数値積分して求めておきそれを $\xi_i (i=1 \sim n)$ とする。次に、0から1までの一様乱数を模擬発生



図—12 模擬発生方法の説明図

させ、それをガンマ乱数に変換する。すなわち図-12の縦軸の非超過確率 $F(x)$ の値である 0 から 1 までの一様乱数を模擬発生させ、それが ξ_i と ξ_{i+1} の間の値の場合は、これら 2 つの非超過確率に対応するガンマ分布の変数 x_i と x_{i+1} の値より比例配分して求めた横軸の値 x をガンマ分布に従う乱数とする。ここでは $\Delta x = 0.1(\text{mm/day})$, n は x_n に対応する ξ_n が 99.99% 以上になるまでとった。

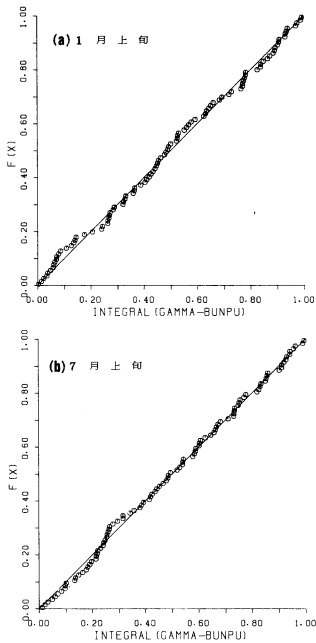


図-13 ガンマ分布の模擬発生旬降水量に対する適合度の結果

以上のようにして、89年間の旬降水量データから計算された母数 α, λ を用いて、ガンマ乱数を各旬毎に 100 個模擬発生させた。ここで、これらの模擬旬降水量がどの程度ガンマ分布に従うかを 1 月上旬と 7 月上旬について 2. で用いた図式判定法で検討したものが図-13 である。これより各旬ともガンマ分布によく従っていることがわかる。次に、各旬毎に 100 個模擬発生させたガンマ乱数を、各旬毎に連続させて実際の旬降水量データ数と同じ 89 年間分の模擬発生旬降水量時系列を作成した。図-14 に実際の 89 年間の旬降水量時系列と模擬発生させた旬降水量時系列の自己相関係数を示している。これより模擬発生時系列が実際の自己相関特性を非常によく再現していることが分かる。

4. 旬降水量の渇水持続曲線の検討

4.1. 渇水持続曲線の作製

本節では、実際の旬降水量および 3. で模擬発生させた旬降水時系列の渇水持続曲線^{5),14)}を作製することにより、旬降水量の利水面上の特性すなわち渇水に対する統計的特性を検討すると共に、模擬発生旬降水量時系列が利水面上の特性を保持しているかどうかを検討する。まず、渇水持続曲線を作製する前段階として実際の旬降水量の m 旬移動平均の年最小値を毎年 1 つずつ抽出し、これらを小さい順 (increasing order) に並びかえたものを Weibull 確率紙⁵⁾に Weibull プロット⁹⁾でプロットしたものが図-15(a) である。図-15(b) には 3. で模擬発生させた 89 年間の旬降水量時系列について同様にプロットしたものである。この図より $m \geq 6$ については実データ、模擬データ共に

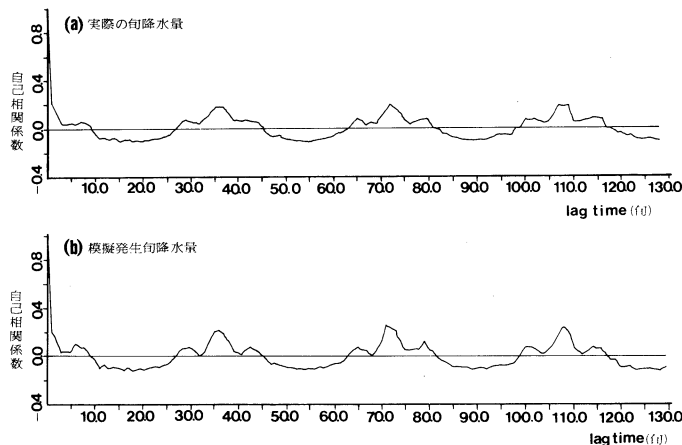


図-14 実際の旬降水量および模擬発生旬降水量の自己相関係数

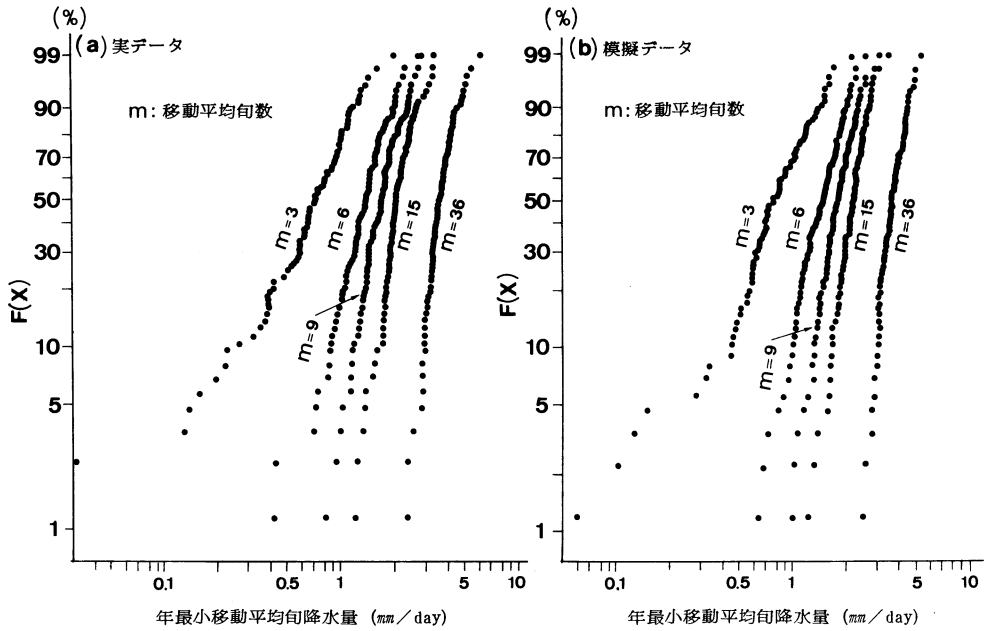


図-15 年最小m旬移動平均降水量のワイブル確率紙上へのプロット

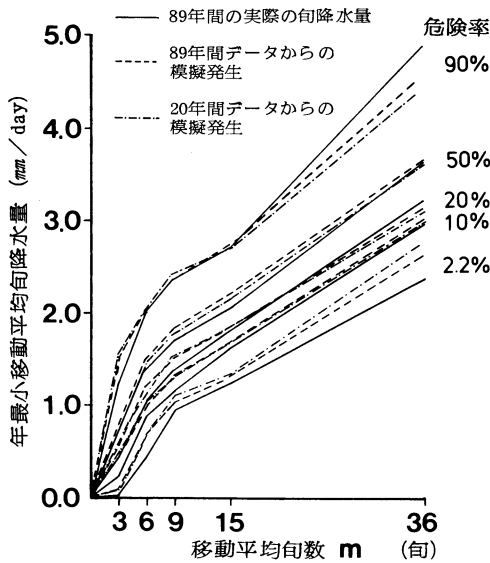


図-16 実際の旬降水量および模擬発生旬降水量の温水持続曲線

Weibull 確率紙上で直線によく並んでいる。すなわちこのことは分布関数が式(6)で表される Weibull 分布に従うことを意味している⁵⁾。

$$F(x) = 1 - \exp[-(x/u)^k] \quad (6)$$

ここに k , u は定数パラメーターである。なお式(6)

は Weibull 確率紙上では二重の自然対数を取り

$$\ln \ln [1 / \{1 - F(x)\}] = k \ln x - k \ln u \quad (7)$$

の形でプロットされている⁵⁾。

次に図-15で各移動平均旬数 m について、小さい順に並べた年最小移動平均旬降水量の中で k 番目に小さいものだけを取り出し、この k 番目に相当する非超過確率を危険率としてパラメーターにとり、移動平均旬数 m とともにいかに変化するかを示した図が温水持続曲線⁵⁾である。図-16には89年間の旬降水量データの温水持続曲線(実線)および89年間と20年間の旬降水量データより求められたガンマ分布の母数 α , λ (図-11の黒丸印と四角印に相当)を用いて、89年間分模擬発生させた旬降水量時系列の温水持続曲線(破線および一点鎖線)を示している。

4.2. 考 察

図-16より移動平均旬数 m が増加すると年最小移動平均降水量も増加するが、 m が9旬以上になるとその増加率は鈍化する傾向にある。また危険率が10%以下の場合、 m が3旬以下の温水持続曲線の傾きは小さい。次に、89年間のデータからの母数による模擬発生の温水持続曲線を実際の旬降水のそれと比べてみると、 m が15旬以下の場合、模擬発生の温水持続曲線の方が実際のそれよりも若干大きくなる傾向にあるが、

おおむねよく適合しており、これより、3. で述べた簡単な模擬発生法で利水上の特性を再現しうる模擬発生が行えると考ええる。また、20年間のデータから得られる母数を用いた模擬発生でも、渇水持続曲線は、89年間のデータから得られる母数を用いた模擬発生の渇水持続曲線とほとんど一致しており、従って利水面上の特性として渇水持続曲線を考える限り、20年間のデータがあれば模擬発生には充分ではないかと考えられる。

5. む す び

本報では、福岡市旬降水量の分布としてポアソン分布、指数分布、ガンマ分布をあてはめた結果、ガンマ分布が最もよく適合することを図式判定法により示し、次いで各旬毎にガンマ分布に従う乱数を模擬発生させた後、これらを旬毎に連続させて旬降水量時系列を模擬発生させ、さらに、実際の旬降水量および模擬発生旬降水量の自己相関係数や渇水持続曲線から利水面上の特性について検討を行った。その結果、模擬発生旬降水量が実際の旬降水量の自己相関構造や渇水持続特性をよく再現していること、ガンマ分布の母数推定や渇水持続特性を保持する旬降水量の模擬発生には20年間程度の降水データが必要であることなどが示された。

最後に、本研究を遂行するにあたり、本学卒業生の石本俊亮君（現在、建設技術研究所）に種々御協力頂いた。ここに記して深謝申し上げる。

参 考 文 献

- 1) 小林隆幸：日降水シミュレーション手法，土木技術資料，第20巻，第2号，pp. 32~37，1987年。
- 2) 中村 昭，小林隆幸：降水シミュレーションの水管理への適用，土木技術資料，第22巻，第11号，pp.

565-570，1980年。

- 3) 室田 明，江藤剛治：潜在変動モデルによる日降水量時系列の解析，土木学会論文報告集，第270号，pp. 85-97，1978年2月。
- 4) 石原藤次郎，池淵周一：日降水量の空間的・時間的確率構造とそのシミュレーションに関する研究，土木学会論文報告集，第197号，pp. 57-69，1972年1月。
- 5) 吉川秀夫，竹内邦良：渇水持続曲線の性質とその応用，土木学会論文報告集，第234号，pp. 61-71，1975年2月。
- 6) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，pp. 219-227，1977年。
- 7) 上田年比古，神野健二，河村 明，高吉晋吾：降雨時系列が周期関数で表される場合の異常値検出について，九大工学集報，第55巻，第6号，pp. 585-591，昭和57年12月。
- 8) 上田年比古，河村 明：確率分布の適合度の図式判定法について，土木学会論文集，第357号/II-3，pp. 243-246，1985年5月。
- 9) 小林康江，石部幽香子：雨量の度数の分布について，気象と統計，第8巻，第3~4号，pp. 13-15，1958年5月。
- 10) 長尾正志，角屋 睦：二変数ガンマ分布とその適用に関する研究(1)―二変数指数分布の基礎理論―，京大防災研究所年報，第13号B，pp. 105-133，昭和45年3月。
- 11) 長尾正志，角屋 睦：二変数ガンマ分布とその適用に関する研究(2)―二変数ガンマ分布の母数推定法―，京大防災研究所年報，第14号B，pp. 43-56，昭和46年4月。
- 12) 室田 明，江藤剛治，田中 剛：水文量の和に関する統計的研究，土木学会論文報告集，第223号，pp. 23-31，1974年3月。
- 13) 津田孝夫：モンテカルロ法とシミュレーション，培風館，pp. 50-52，1977。
- 14) 竹内邦夫，吉川秀夫：渇水持続曲線法とマスクープ法，土木学会論文報告集，第303号，pp. 53-63，1980年11月。