

単一貯水池の最適利水操作の算定法に関する一試案

上 田 年比古*・河 村 明**

On the Calculation of the Optimum Operation of a Reservoir for Water Utilizations

Toshihiko UEDA and Akira KAWAMURA

1. ま え が き

水源開発について、河川からの直接取水は既得水利権などから困難となり、後発的水需要としての都市用水の取得は必然的に貯水池に頼らざるをえない状態であって、都市用水の貯水池への依存度は高くなってきているが、これにともなって利水上の貯水池の取水操作の最適化がきわめて重要な課題となっている。昭和53年から昭和54年にかけての福岡市の大雨水においては、給水制限の時期とその程度について、市水道局は貯水池の残存量と雨量予測とを見比べながら、その決定に苦慮してきたが、これらの事態は貯水池運営の重要さと困難さを如実に示したものと見える。

さて渇水時の貯水池の最適取水操作を考えると、問題点として渇水被害の計量化、将来の貯水池流入量の予測およびこの予測流入量のもとで渇水の終了時点において最終的に渇水被害の総和が最小になるように、貯水池の現時点の取水操作を決定してゆく算定法の確立などが上げられる。本報は上記のうち最適取水操作の算定について検討したものである。渇水期間中の渇水被害の総和を最小にする貯水池放流量の時間的配分の決定に関する最適制御問題については、従来DP（ダイナミック・プログラミング）による解法がなされている。しかしこれらは渇水の末期における貯水池の状態を与えて、これより出発して事前に計算して現時点までの渇水被害の総和を最小にする状態を求める後進型DPを用いているが¹⁾²⁾³⁾、終端の状態が不確定の場合には、この算定法の利用に難点が感ぜられる。

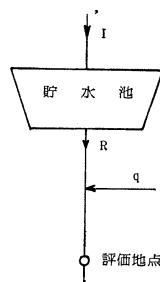
本報は単一貯水池について貯水池流入量は推定されているものとして、DPを用いて、貯水池の初期状態

より出発して、渇水末期に向って前進的に計算して、その渇水被害の総和が最小になる状態を求め、貯水池の放流量を決定する算定法を試みたものである。

2. DP による貯水池運用モデルの定式化とその解法

2.1 渇水被害関数

渇水被害は単に不足水量の関数だけではなく、その時期の水需要量、水不足の持続日数、渇水の波及効果など、多くの要因が関係してきて、これを簡単な関数で表現することは困難であるが、ここでは一応渇水被害を不足流量の2乗すなわち（需要量－放流量）²（ここに放流量は貯水池からの補給水量）として定義する。不足流量の2乗は簡単な指標であるが、被害の非線形性をある程度よく現わすことができるものと考えられることから、従来渇水被害関数としてしばしば用いられている⁴⁾ものである。ここでは渇水期間におけるこの渇水被害の総和の最小化を最適化の基準とした。



図—1 利水用単一貯水池

2.2 DP によるモデルの定式化

図—1に示す単一貯水池の放流量決定を考える。ここでは、簡単のため貯水池流入量 I は想定できるものとして確定変数としてとり扱い、残流域流入量 q は無

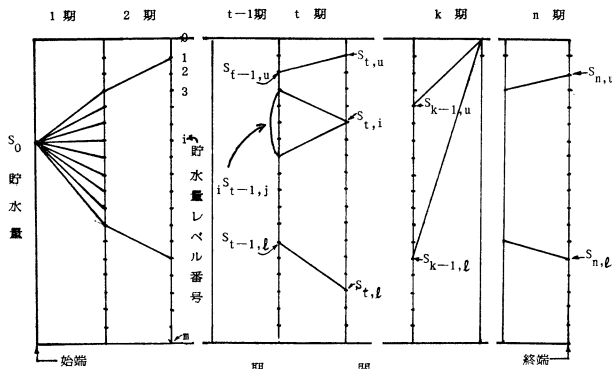
昭和54年6月11日 受理

* 水工土木学教室

** 水工土木学専攻修士課程

視し、水需要量、水不足量は評価地点で計算するものとする。評価地点流量が同地点での水需要量 D を下まわると不足流量の2乗で定義したような渇水被害を生じるものとする。このモデルを利水用単一貯水池による流況制御システムとして扱えば、入力変数は貯水池流入量 $I(t)$ 、状態量は貯水量 $S(t)$ 、決定変数は実放流量 $R(t)$ となる。

以下において初期貯水量から出発してDPにより前進的に算定してゆく方法を説明しよう。いま図—2のように、渇水期間を n ケに分割し、終端期を n 期とする。 t 期の流入量を I_t 、放流量を R_t 、需要量を D_t とし、また t 期末の貯水量を S_t とし、この各貯水量レベルを $S_{t,i}$ とし、 $S_{t,0}$ は満水 (=貯水池容量 V)、 $S_{t,m}$ は貯水池が空すなわち $S_{t,m}=0$ とする。ここで貯水池容量 V 、初期貯水量 S_0 および I_t, D_t は与えられているとする。なお終端貯水量 S_n はここでは始めにはとくに与えられていないとする。



図—2 最適取水操作算定説明図

いま t 期末のある貯水量レベル $S_{t,i}$ に対する初期より t 期末までの渇水被害の総和の最小値 $f_t(S_{t,i})$ はDPの最適性の原理より次式で与えられる。

$$f_t(S_{t,i}) = \min_{iS_{t-1,j}} \{L_t(S_{t,i} \cdot iS_{t-1,j}) + f_{t-1}(iS_{t-1,j})\} \quad (1)$$

ここに $iS_{t-1,j}$ は $S_{t,i}$ に対し、 D_t, I_t の量的かね合いからとることのできる $t-1$ 期末の貯水量レベルである。また $L_t(S_{t,i} \cdot iS_{t-1,j})$ は $S_{t,i}$ と $iS_{t-1,j}$ からえられる t 期内の渇水被害であり、このときの放流量 R_t は

$$R_t = iS_{t-1,j} + I_t - S_{t,i} \quad (2)$$

であるから、

$$L_t = (D_t - R_t)^2 = \{D_t - (iS_{t-1,j} + I_t - S_{t,i})\}^2 \quad (3)$$

ただし $R_t \leq D_t$ とする。 $(R_t > D_t)$ の場合は $L_t = 0$ 。

また $f_{t-1}(iS_{t-1,j})$ は $t-1$ 期末の貯水量レベル $iS_{t-1,j}$ に対する $t-1$ 期末までの渇水被害の総和の最小値であり、これは初期から順次行なわれた計算で算定されているものとする。

図—2について、計算にあたっての $t, t-1$ 期末の各貯水量レベルのとり方をのべる。いま計算ずみの $t-1$ 期末の貯水量レベルの範囲が図のように最大値 $S_{t-1,u}$ と最小値 $S_{t-1,l}$ の間になったとする。これに対して t 期末の貯水量レベルのとりうる範囲は放流量 (貯水池からの補給水量) R_t について $0 \leq R_t \leq D_t$ とすれば、 I_t, D_t の量的かねあいから次の制限が生じる。

$$\begin{aligned} \text{最大限 } (S_t)_{\max} &= (S_{t-1,u} + I_t - R_t)_{\max} \\ &= S_{t-1,u} + I_t - (R_t)_{\min} \\ &= S_{t-1,u} + I_t \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{最小限 } (S_t)_{\min} &= (S_{t-1,l} + I_t - R_t)_{\min} \\ &= S_{t-1,l} + I_t - (R_t)_{\max} \\ &= S_{t-1,l} + I_t - D_t \quad (5) \end{aligned}$$

$$\text{さらにまた } 0 \leq S_t \leq V \quad (6)$$

したがって $S_{t,i}$ のとりうる範囲として、 S_t の最大値 $S_{t,u}$ は (4) 式と V のうち小さい方を取り、 S_t の最小値 $S_{t,l}$ は (5) 式と 0 のうち大きい方にとることになる。すなわち (1) 式の計算は

$$S_{t,u} \geq S_{t,i} \geq S_{t,l} \quad (7)$$

の範囲について行なう。

次に (1) 式右辺の最小値を求める計算で用いる $S_{t,i}$ に対してとる $iS_{t-1,j}$ の範囲は、同様の考えから次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} (iS_{t-1,j})_{\max} &= (S_{t,i} + R_t - I_t)_{\max} \\ &= S_{t,i} + D_t - I_t \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iS_{t-1,j})_{\min} &= (S_{t,i} + R_t - I_t)_{\min} \\ &= S_{t,i} - I_t \quad (9) \end{aligned}$$

さらに、 $S_{t-1,j}$ には次の制限がある。

$$S_{t-1,u} \geq S_{t-1,j} \geq S_{t-1,l} \quad (10)$$

すなわち $S_{t,i}$ に対し, ${}_iS_{t-1,j}$ のとりうる範囲は (8), (9), (10) 式から与えられる。

したがって, (7) 式で与えられた各 $S_{t,i}$ について, 上記の ${}_iS_{t-1,j}$ の範囲で, (1)式右辺括弧内の算定をし, その最小値を与える ${}_iS_{t-1,j} = ({}_iS_{t-1,j})_P$ を求めれば, $S_{t,i}$ に対する初期から t 期末までの渇水被害の総和の最小値が求められ, このときの t 期内の放流量 $R_{t,i}$ は

$$R_{t,i} = ({}_iS_{t-1,j})_P + I_t - S_{t,i} \quad (11)$$

として求められる。

以上の計算法によれば初期の貯水量レベル S_0 から出発して前進的に各期末のおおの貯水量レベルについてのその期末までの渇水被害の総和の最小値が1個ずつ求まり, 同時にその貯水量レベルに到達する最適放流ルートが定まる。したがって渇水期末端 (n 期末) についてもとりうる貯水量レベル $S_{n,u}, S_{n,i}$ 間の

各 $S_{n,i}$ についてそれぞれ最適放流ルートがえられる。以上の算定法のフローチャートを図-3に示す。

さて以上のことからわかるように終局的にどの放流ルートが最適かの決定は期末の貯水量が1つの値になったときあるいは1つの値を指定したときになされる。このような場合としては, ①貯水池への流入量が洪水などで非常に大きくなって図-2の k 期のように, $S_{k-1,t}$ に対して D_t を放流してもなお k 期末の貯水量が満水する場合 (このときは図-2の k 期のように放流ルートの線が満水位置にすべて集る), および ②たとえば渇水期末で保持する必要がある貯水量が定まるなど, 何らかの考察のもとに, 終端の貯水量を指定できる場合といえる。

3. 適用例

ここでは前節2において定式化したモデルとその算定法を用いて図-1に示す利水用単一貯水池についての運用ルールを決定した。与えた条件を表-1に示す。表中の各値は期間日数 δ 日, 基準流量 $\alpha m^3/s$ として, 期間基準水量 $\alpha \cdot \delta (m^3/s)$ 日で無次元化した値である。この期間基準水量すなわち変数の離散化単位水量は計算に要求される精度を考慮して決められるものとする。ここでは表-1に示すように1つのモデルとして, 初期貯水量, 貯水池容量を期間基準水量の12倍として与えた。

表-1 計算条件 (無次元量)

初期貯水量	貯水池容量
12	12

期間	流入量	需要量
1	5	7
2	8	9
3	9	10
4	3	10
5	100	9
6	2	7
7	3	7
8	3	7
9	3	7
10	3	6
11	3	7
12	5	6

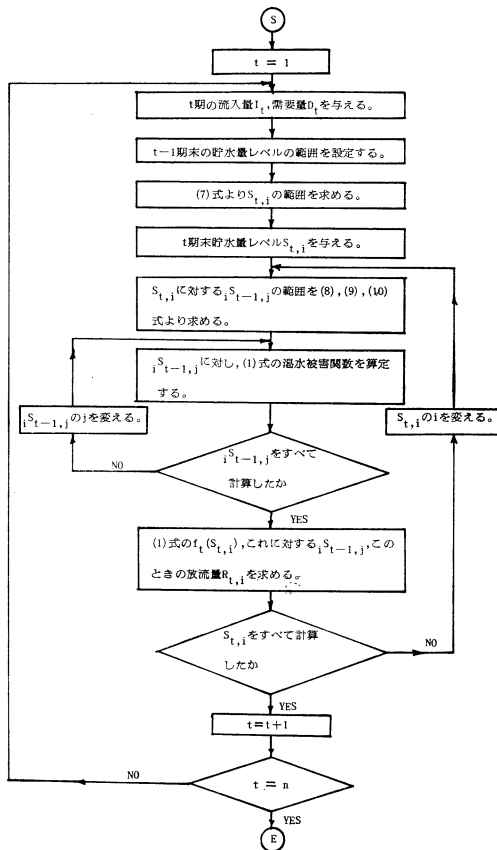
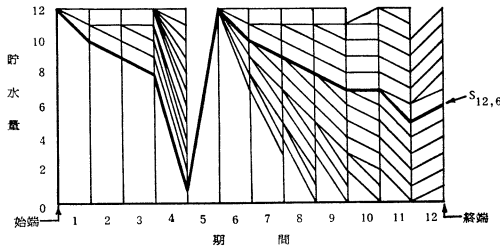


図-3 最適取水操作計算フローチャート

表-1の条件のもとでの運用計算の結果を図-4に示す。すなわち終端(12期末)の各貯水量レベル $S_{12,i}$ に対する最適放流ルートの各期間の貯水量変化のルー



図—4 最適取水操作算定結果

トが実線のようにえられた。この図より終端の貯水量レベルをある値に指定すれば、終局的な最適操作方法が1つ定まる。例えば終端の貯水量を、将来の流入予測などから貯水池容量の1/2を残しておくことが望ましいとして、 $S_{12,6}$ に指定すれば、これに対する渇水被害の総和最小のルートが終局的な最適放流ルートとなり、図の太線に決定される。なおこの場合の各期間の最適放流量および渇水被害の値を表—2に示す。次に図—4の5期のように貯水池流入量が非常に大きくて(表—1参照)、5期末の貯水量が各ルートともすべて満水の1つの値になれば、この期で後続の期との縁が切れたと考えられ、最適操作ルートは図—4の5期以前の太線のように1つに定まる。

以上のように、貯水量が1つになったときあるいは1つに指定したとき終局的な最適取水操作方法が決定

表—2 $S_{12,6}$ に対する最適取水操作算定結果 (無次元量)

期 間	渇水被害	放 流 量
1	0	7
2	0	9
3	0	10
4	0	10
5	0	89
6	9	4
7	18	4
8	27	4
9	36	4
10	45	3
11	49	5
12	53	4

するといえる。

4. む す び

本報は利水用単一貯水池について、その流入量が推定できるものとして、DPを用いて渇水被害関数として与えた不足水量の2乗の総和を最小にするように、初期貯水量より出発して前進的に計算する方法を示した。これを従来行なわれている後進型DPと比較すると、初期および終端の貯水量を与えた場合、出発点が異なるのみで計算操作はほとんど差異はないと考えられる。ただ初期の方に修正がある場合すなわち流入量の予測などが予報の修正により相違してきたときなどでは、後期の計算は変わらないので、従来の後進型計算がよいと考えられる。しかし後期の方に修正がある場合すなわち終端に設定した貯水量が変わる場合や渇水終端がずれて長引く場合などでは、初期の計算は変わらないので本報の算定法がよいと考えられる。なお本報の前進的算定法は現象を考え易く、また従来の後進型算定法が、終端の貯水量を決めなければ算定できないのに比べ、終端条件を決めなくても一応計算できること、および終端の条件を種々検討できることなどすぐれた点として上げることができよう。

終りに本研究に種々御援助頂いた本学水工土木学教室助手神野健二氏に深謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 中村 昭：確率DPを用いた貯水池の放流目標の決定法，土木技術資料，18-8，pp. 411-416，(1976)。
- 2) 辻本，萩原，中川：確率分布をもった型紙による渇水期貯水池群操作，第23回水理講演会論文集，pp. 263-268，1979. 2。
- 3) 室田，神田：利水用単一貯水池の最適操作計画に関する方法論，土木学会論文報告集，第246号，pp. 83-92，1975. 2。
- 4) 萩原，中川，辻本：渇水被害の計量化と貯水池群運用について，第15回衛生工学研究討論会講演論文集，pp. 181-186，1979. 1。