汎用都市貯留関数モデルの数値解法に関する一考察

首都大学東京　都市環境学部　学生員　○三井　峻平
首都大学東京　都市環境科学研究科　正会員　河村　明
首都大学東京　都市環境科学研究科　正会員　天口　英雄

１．はじめに

我が国では，洪水流出解析の手段として集中型概念モデルの一つである貯留関数モデルが多用され，これまでにいくつものモデルが提案されてきた．その一つとして，都市流域特有の流出機構を考慮した都市貯留関数(Urban Storage Function，以下 USF と記す)モデル[1]がある．一般的に集中型概念モデルとしての貯留関数モデルは，流出過程における非線形性を比較的単純な構造式で表現でき，計算を簡便かつ迅速に行うことができる一方，入力に流域平均雨量を用いるので降雨の空間分布が考慮されない．これに対して，既に著者らは降雨係数 γ を新しいパラメータとして付加し，降雨の空間的なばらつきを考慮した貯留関数モデルを汎用都市貯留関数(Generalized Urban Storage Function，以下 GUSF と記す)モデル[2]として提案している．このモデルは，最終的に一階の連立常微分方程式により表され，様々な数値解法によって解くことができるが，数値解法が与える計算精度の比較ついては具体的に検討されていない．そこで本報では，GUSF モデルに対して，比較的計算が速く精度が高い Runge-Kutta-Gill（以下 RKG と記す）法を用いて，計算時間刻み Δt を十分に小さくした数値結果を基準として，4 次 Runge-Kutta（以下 RK4 と記す）法，2 次 Runge-Kutta（以下 RK2 と記す）法，そして簡単な Euler 法（前進差分法，以下 DM と記す）の 3 つの数値解法を適用し、また Δt を大きくした場合の算出流量の計算精度に与える影響を検討する．

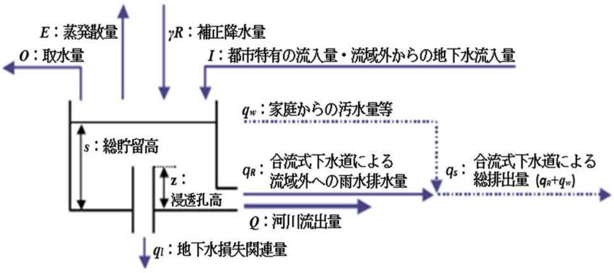
２．汎用都市貯留関数モデル(GUSF モデル)および検証方法

GUSF モデルの総貯留高 s は式(1)で表され，**図−1** にはその流入出概念図を示す．すなわち，流域からの流出量（Q+q_R）と総貯留高 s の関係を式(1)で，その連続の式を式(2)で表す．なお，式(2)では，流域平均降雨 R の空間的なばらつきによる誤差を考慮するため，降雨係数 γ を乗じてこれをモデルパラメータとして追加している．

$$s = k_1(Q+q_R)^{p_1} + k_2\frac{d}{dt}\{(Q+q_R)^{p_2}\} \quad (1) \qquad \frac{ds}{dt} = \gamma R + I - E - O - (Q+q_R) - q_l \quad (2)$$

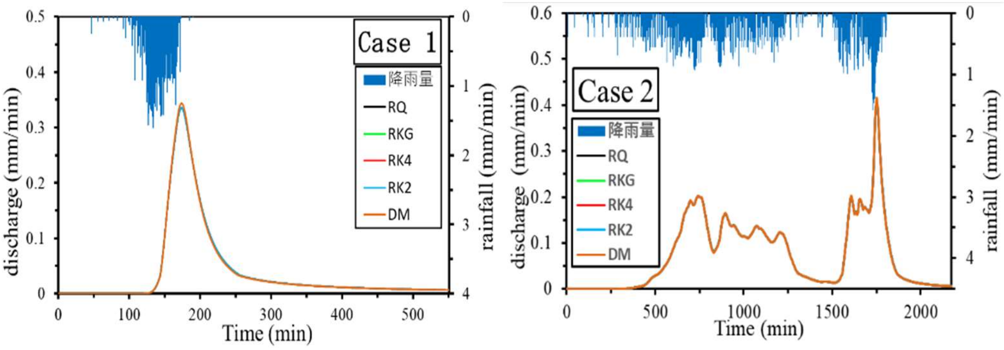
$$q_l = \begin{cases} k_3(s-z) & (s \geq z) \\ 0 & (s < z) \end{cases} \quad (3) \qquad q_R = \begin{cases} \alpha(Q+q_R-Q_0), & \alpha(Q+q_R-Q_0) < q_{R_{max}} \\ q_{R_{max}}, & \alpha(Q+q_R-Q_0) \geq q_{R_{max}} \end{cases} \quad (4)$$

ここに，t：時間(min)，Q_o：初期河川流出量(mm/min)，k_1，k_2，k_3，p_1，p_2，α，z，γ：モデルパラメータ．GUSF モデルにおける未知パラメータ 8 個を設定し，式(3)と式(4)を式(1)と式(2)に代入する．そして最終的に得られる一階の連立常微分方程式を数値的に解くことで，(Q+q_R)の値を逐次求めることができる．



図−1 汎用都市貯留関数モデルの流入出概念図

本報では，入力値の雨として神田川流域で特性の異なる 2 つの実測降雨を使用することとし，Case1 として 2003 年 10 月 13 日の降雨，Case2 として 2004 年 10 月 8~10 日の降雨を使用した．数値解法による精度の比較を行う場合，観測流量の代わりに，時間刻み Δt=0.1 での RKG 法による計算流量を基準流量(以下 RQ と記す)とした．そして，RK4 法, RK2 法, DM 法を用いて，Δt=0.1, 0.2, 0.5, 1.0 と変化させた場合の流量を計算し，これらの RQ からの差を RMSE（平方根平均二乗誤差）で評価した．



図−2 各数値解法による Δt=1.0 のハイエト・ハイドログラフ

キーワード　汎用都市貯留関数モデル，降雨係数，RMSE，時間刻み，ハイエト・ハイドログラフ

連絡先　〒192-0397　東京都八王子市南大沢１−１　首都大学東京 E-mail：mitsui-ryohei@ed.tmu.ac.jp

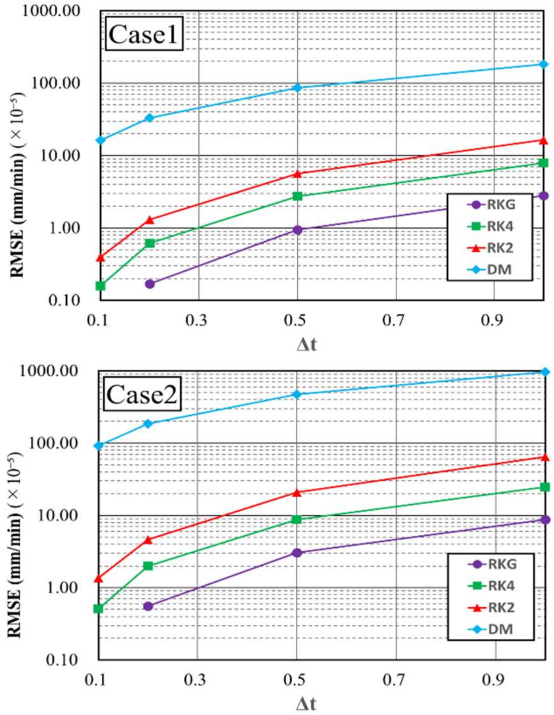
なお，本計算においては，モデルパラメータはそれぞれ，k_1=50，k_2=600，k_3=0.05，p_1=0.3，p_2=0.4，z=30，α=0.5，γ=1.0 に固定し[2)]，また，I= 0.0012，Q_0= 0，q_{Rmax}= 0.033，E= 0，O= 0，と設定した[1)]．

３．結果と考察

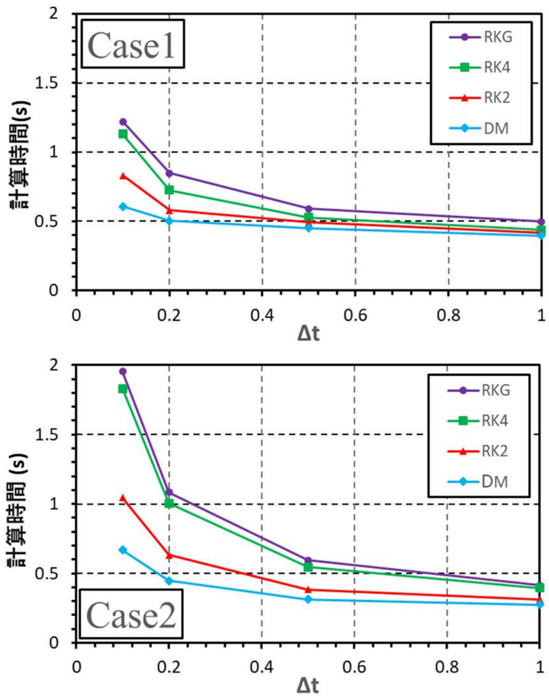
図−2 に Δt=1.0 とした場合の 4 つの数値解法によるハイエト・ハイドログラフを示す．本図では，5 つのハイドログラフが描かれているが，その差は極めて小さく，Case1 において DM のハイドログラフのピークに若干の誤差が見て取れるものの，5 本のハイドログラフはほとんど重なって見える．これより，数値解法と Δt の差異がハイドログラフの形状に与える影響は極めて小さいといえる．

図−3 には，4 つの数値解法により Δt を変化させた場合の RQ からの差を RMSE の値として示す．本図では DM による RMSE の値が他の数値解法に比べて大きいため対数表示で示している．**図−2** のハイドログラフでは差が極めて小さかったため，数値解法や Δt による精度の比較は困難であったが，**図−3** より RKG 法，RK4 法，RK2 法，DM の順で RMSE の値が小さくなっていることがわかる．特に，Case1 の Δt=1.0 の場合，DM による RMSE の値は RKG 法に比べて約 65 倍も大きくなっている．また，全ての数値解法において Δt が大きくなるにつれ RMSE も大きくなることも見て取れる．この場合，RMSE の変化の割合は RKG が一番小さく，続いて RK4 法, RK2 法, DM となっていることから，RMSE が低くなる数値解法ほど Δt の影響を受けにくいという結果を得た．さらに，詳細に見ると，どちらのケースにおいても，RKG 法において Δt を 2 倍にした場合は RK4 法と，4 倍にした場合は RK2 法とほぼ同様の RMSE となっている．

次に，**図−4** に各数値解法による計算時間を Δt ごとに示す．この図より全時間刻みにおいて，RKG 法，RK4 法，RK2 法，DM 法の順に計算時間が長くなっている．これは，計算式の複雑さの違いから当然の結果と言える．また，Case2 は Case1 より降雨時間が長くデータ数が多くなっているが，DM による 2 つのケース間の計算時間の差はほとんどない．さらに，どちらのケースを見ても Δt を大きくした場合，計算時間はあまり短くなっていない．一方，RKG 法に関して Δt=1.0 で Case1 と Case2 では大きな差があり，Δt を大きくすると急激に計算時間は短くなる．以上より，DM はデータ数や時間刻みによる影響は少ないが，RKG 法は影響がそれらによる影響が大きいことがわかった．



図−4 各数値解法の RMSE 比較図



図−5 各数値解法の計算時間比較図

４．むすび

本報では，汎用都市貯留関数（GUSF）モデルを対象に，数値解法と時間刻みが，計算ハイドログラフに与える影響について検討した．その結果，数値解法と時間刻みの差異がハイドログラフの形状に与える目視上の影響は小さいものの，RKG 法, RK4 法, RK2 法, DM の順に精度は高く，また時間刻みによる精度への影響も小さいことが具体的に示された．また，計算時間に関しては，RKG 法はデータ数や時間刻みによる影響が大きく DM はそれらによる影響は小さいことが分かった．今後は，GUSF のモデルパラメータ特性について検討する予定である．

参考文献

1) 高崎忠勝，河村明，天口英雄，荒木千博：都市の流出機構を考慮した新たな貯留関数モデルの提案，土木学会論文集 B，Vol65，No.3，pp.217-230

2) Padiyedath，S.G.，Kawamura，A，Takasaki，T.，Amaguchi，H. and Azhikodan，An effective storage function model for an urban watershed in terms of hydrograph reproducibility and Akaike information criterion.，Journal of Hydrology, Vol.563, pp.657-668.