

## エリート戦略を用いた粒子フィルタによる USF モデルの実時間流出予測特性

首都大学東京	都市環境科学研究科	学生員	○高野 晃平
首都大学東京	都市環境科学研究科	正会員	河村 明
東京都土木技術支援・人材育成センター		正会員	高崎 忠勝
首都大学東京	都市環境科学研究科	正会員	天口 英雄
首都大学東京	都市環境科学研究科	正会員	中川 直子

### 1. はじめに

近年、都市域において局地的な集中豪雨に伴う内水氾濫や中小河川からの氾濫による浸水被害が多発しており、その被害を抑えるために洪水予測等のソフト面での対策が期待されている。特に、市街化の進んだ都市域の中小河川では大河川と比較して急激に増水が起こるため、1分間隔等の短時間間隔で得られる観測データから、60分程度先までの高精度の洪水予測を行うことが求められる。

都市貯留関数モデル(Urban Storage Function model: 以下、USF モデル)は、都市特有の流出機構を考慮した、都市中小河川での洪水予測に適した新たな貯留関数モデルであり、都市中小河川での洪水時のハイドログラフを精度よく再現することができるモデルである<sup>1)</sup>。また、従来制御工学や金融工学の分野で使われてきた粒子フィルタが近年、洪水予測の精度向上を目的に水文学の分野で導入されており、タンクモデルやダイナミックウェーブモデルへの実流域での適用事例が報告されている<sup>2),3)</sup>。

そこで本研究では、都市中小河川における高精度の実時間洪水予測の実現を目的として、粒子フィルタを適用した USF モデルで実時間流出予測計算を行うと共に、予測精度の向上を目指し、遺伝的アルゴリズムにおける最良個体選択手法の一つであるエリート戦略を導入することでその有用性の検討を行った。なお、本研究ではエリート戦略導入による予測精度への影響の特性を明らかにするために仮想流域を設定し、模擬発生させた1分毎の観測データから、60分先までの流出予測シミュレーションを行った。

### 2. USF モデルへの粒子フィルタの実装

#### (1) USF モデル

USF モデルは合流式下水道による流域外への雨水排水等の都市特有の流出機構を考慮し、観測雨量と観測流量を直接用いる事で有効雨量の算定や流出成分の分離作業が不要なモデルとなっている<sup>1)</sup>。USF モデルは式(1)~(4)で表され、式(1)は流域からの流出量と総貯留高の関係式、式(2)は連続の式、式(3)は地下水関連損失量、式(4)は流域からの流出量と合流式下水道による流域外への雨水排水量の関係を示している。ここに、 $s$ : 総貯留高[mm],  $R$ : 降水量[mm/min],  $I$ : 降水量以外の流入成分[mm/min] (都市特有の流入量・流域外からの地下水流量),  $Q$ : 河川流出量[mm/min],  $q_R$ : 合流式下水道による流域外への排水量[mm/min],  $E$ : 蒸発散量[mm/min],  $O$ : 取水量[mm/min],  $q_l$ : 地下水関連損失量[mm/min] (伏流水, 流域外への地下水流出, 深層への浸透等),  $z$ : 地下水関連損失量の浸透孔高[mm],  $t$ : 時間[min],  $k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha$ : モデルパラメータ。

$$s = k_1(Q + q_R)^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} \{ (Q + q_R)^{p_2} \} \quad (1)$$

$$ds/dt = R + I - E - O - Q - q_R - q_l \quad (2)$$

$$q_l = \begin{cases} k_3(s - z) & (s \geq z) \\ 0 & (s < z) \end{cases} \quad (3)$$

$$q_R = \begin{cases} \alpha(Q + q_R - Q_0) & (\alpha(Q + q_R - Q_0) < q_{R \max}) \\ q_{R \max} & (\alpha(Q + q_R - Q_0) \geq q_{R \max}) \end{cases} \quad (4)$$

$$x_1 = (Q + q_R)^{p_2} \quad (5) \quad x_2 = (d/dt)(Q + q_R)^{p_2} \quad (6)$$

$$\begin{cases} dx_2/ds = -(k_1/k_2)(p_1/p_2)x_1^{(p_1/p_2-1)}x_2 - (1/k_2)x_1^{(1/p_2)} \\ \quad - (k_1k_3/k_2)x_1^{(p_1/p_2)} - k_3x_2 \\ \quad + (1/k_2)(R + I - E - O + k_3z) \end{cases} \quad (7a)$$

$$\begin{cases} dx_2/ds = -(k_1/k_2)(p_1/p_2)x_1^{(p_1/p_2-1)}x_2 - (1/k_2)x_1^{(1/p_2)} \\ \quad - k_3x_2 + (1/k_2)(R + I - E - O) \end{cases} \quad (7b)$$

$$dx_1/dt = x_2 \quad (8)$$

実際の流出量の計算では、 $k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha$  の7つを USF モデルのパラメータ(以下、USF パラメータ)として、まず式(5)および(6)の変数変換を行うことで式(7a)を得る。ただし、 $s < z$  の場合は式(7b)となる。また、 $x_1$  と  $x_2$  の関係は式(8)となるので、式(7)と式(8)の連立常微分方程式を数値的に解くことによって、河川流出量と合流式下水道による流域外への雨水排水量の合計値( $Q + q_R$ )の値を算定し、次いで式(4)により  $q_R$  を求めることで河川流出量  $Q$  を

キーワード エリート戦略, 粒子フィルタ, USF モデル, 実時間流出予測, 60分先予測

連絡先 〒192-0397 東京都八王子市南大沢 1-1 首都大学東京 E-mail: takano-kouhei@ed.tmu.ac.jp

算定する。なお、数値解法として本研究では Runge-Kutta-Gill 法を用いた。

(2) 粒子フィルタ

粒子フィルタは非線形・非ガウス型の一般状態空間モデルにおけるフィルタリング手法である。状態量の確率分布を多数の粒子によって近似表現し、逐次得られた観測データを基に状態量の修正および推定を行っていく。また計算システムへの実装の容易さも特徴の一つである。

(3) USF モデルへの粒子フィルタの実装方法

図-1 に USF モデルへ粒子フィルタを実装した場合の実時間予測計算のフローチャートを示す。

a) 初期粒子の生成

粒子が保持する情報は、USF モデル状態量  $x_1, x_2$  および 7 つの USF パラメータとし、状態量ベクトルは  $X=[x_1, x_2, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha]$  となる。ここで、初期値として  $x_1$  は式(5)より算出し、 $x_2$  は 0 とした。また、USF パラメータは、パラメータ毎に正規分布に従って独立して  $n$  個ずつ発生させた。

b) 予測計算

時刻  $t$  における、 $t-1$  時点までの観測データによって得られた粒子  $X_{t|t-1}^i (i=1 \sim n)$  を用いて、最大予測時間  $t_c$  ステップ先までの予測計算を行う。ただし、本研究では 1 ステップを 1 分、 $t_c=60$  分としている。なお、各予測時刻の予測流量  $Q_{t+j,cal}^i (i=1 \sim n, j=1 \sim t_c)$  の平均値を、その予測時刻での予測値として分布特性を把握した。

c) 尤度の計算

時刻  $t$  における、 $t$  時点の予測流量  $Q_{t,cal}^i (i=1 \sim n)$  と観測流量  $Q_{t,obs}$  より式(9)を用いて  $i$  番目の粒子の尤度  $L_t^i(Q_{t,obs} | X_{t|t-1}^i)$  を計算し、次いで式(10)を用いて尤度を基準化することで、基準化尤度  $w_t^i$  を算出した。

$$L_t^i(Q_{t,obs} | X_{t|t-1}^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Q} \exp\left(-\frac{(Q_{t,cal}^i - Q_{t,obs})^2}{2\sigma_Q^2}\right) \quad (9) \quad w_t^i = L_t^i(Q_{t,obs} | X_{t|t-1}^i) / \sum_{i=1}^n L_t^i(Q_{t,obs} | X_{t|t-1}^i) \quad (10)$$

ここに、 $\sigma_Q$ : 観測流量の標準偏差。

d) リサンプリング

$w_t^i$  に比例する割合で粒子  $X_{t|t-1}^i (i=1 \sim n)$  から重複を許してランダムサンプリングにより  $n$  個再抽出する。

e) システムノイズの付加

各 USF パラメータに対して独立して正規分布に従って発生させたシステムノイズを付加し、粒子を  $X_{t|t}^i (i=1 \sim n)$  とする。

f) 時間更新

時刻を  $t=t+1$  として、b) に戻る。

3. 仮想流域における予測計算手順

(1) 仮想流域の設定

本研究では、粒子フィルタを適用した USF モデルの実時間流出予測の基礎的な特性を把握するため、仮想流域を対象とした。仮想流域には、神田川における適用事例<sup>1)</sup>を参考に表-1 に示す USF パラメータ(以下、パラメータ真値)を設定し、合流式下水道による最大雨水排水量  $q_{Rmax}$  は 0.05[mm/min] とした。なお、表-1 には後述するパラメータ設定範囲も併記している。

a) 模擬雨量データの生成

模擬雨量データは、式(11)の降雨強度式を用いて降雨継続時間  $T$ (分)について 1 分毎に 180 分までの雨量を算出し、その中央集中型降雨波形を 2 つ接続することで 360 分の降雨波形(以下、真値雨量:  $R_T$ )を作成した。ただし、予測計算には  $R_T$  に観測雑音  $N(0, \sigma_R)$  を加えたもの(以下、雑音付加雨量:  $R_W$ )を用いた。ここで  $\sigma_R$  は  $R_T$  の各時刻の 10% とした。

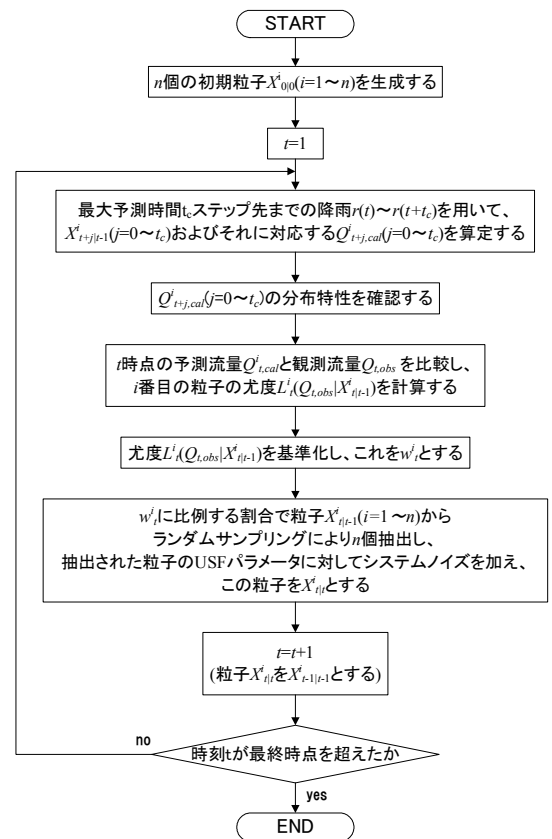


図-1 実時間予測計算フローチャート

表-1 パラメータ真値および設定範囲

	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$p_1$	$p_2$	$z$	$\alpha$
真値	50	500	0.005	0.5	0.5	5	0.5
範囲	0~100	0~1000	0~0.01	0~1	0~1	0~10	0~1

b) 模擬流量データの生成

模擬流量データは、パラメータ真値の USF モデルに  $R_T$  を入力し 360 分間の流量 (以下、真値流量:  $Q_T$ ) を算出した。ただし、予測計算には、 $Q_T$  に観測雑音  $N(0, \sigma_w)$  を加えたもの (以下、雑音付加流量:  $Q_w$ ) を用いた。ここで  $\sigma_w$  は、高水時の流量観測では正確な流量の把握が難しいことを考慮し、 $Q_T$  の各時刻の 30% とした。図-2 に得られた模擬発生データを示す。

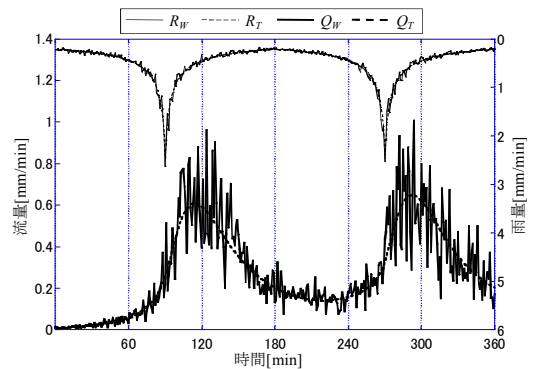


図-2 模擬発生データ

(2) 粒子フィルタの設定

a) 粒子数  $n$

粒子数  $n$  は 1000, 5000, 10000 の 3 通りとした。

b) 初期粒子の標準偏差  $\sigma_0$

初期粒子は USF パラメータごとに独立して、正規分布  $N(\mu, \sigma_0)$  に従って発生させた。ここで平均値  $\mu$  は各パラメータの真値とし、その標準偏差  $\sigma_0$  は  $\mu$  の 30% とした。ただし、表-1 に示す範囲を設定し、この範囲に収まらなかった場合は再度発生させ、 $n$  個に達するまで繰り返した。

c) システムノイズの標準偏差  $\sigma_u$

システムノイズは USF パラメータごとに独立して、正規分布  $N(0, \sigma_u)$  に従って発生させ加えた。ここで標準偏差  $\sigma_u$  は  $\sigma_0$  の 0%, 2.5%, 5%, 7.5%, 10% の 5 通りとした。なお、システムノイズを加えた時に表-1 に示す範囲に収まらなかった場合は、その上限および下限値とした。

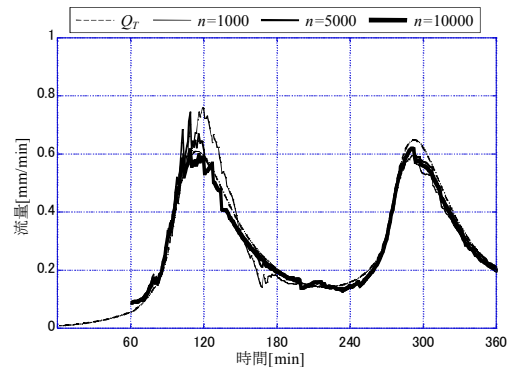


図-3 粒子数による 60 分先予測ハイドログラフの変化

4. 粒子フィルタを用いた実時間予測へのエリート戦略の導入

エリート戦略は遺伝的アルゴリズムにおける最良個体選択手法の一つで、適応度の高い個体を複数選択し手を加えずに次世代へ引き継ぐ方法である<sup>4)</sup>。

(1) エリート戦略の粒子フィルタへの導入

まず  $t$  時点で全粒子の尤度の計算を行った後、尤度の高い順に  $n_e$  個のエリート粒子を選抜し、そのまま  $t+1$  時点に引き継ぐ。次いで、 $t+1$  時点の残りの  $(n-n_e)$  個分の粒子を  $t$  時点の全粒子の中から重複を許してランダムサンプリングを行い抽出する。その後、 $n_e$  個のエリート粒子にはシステムノイズを加えずに次の予測計算を行うものとする。本研究では、エリート粒子数  $n_e$  が予測精度に及ぼす影響を把握するため、3-(2) で述べた粒子フィルタの設定に対し、 $n_e$  は  $n$  の 0%, 1%, 5%, 10% の 4 通りとした。

(2) エリート戦略を導入しない場合の予測精度

図-3 に  $n_e=0$ ,  $\sigma_u=0.05\sigma_0$  とした場合の各粒子数の 60 分先予測の結果を示す。図-3 より、どの粒子数についても観測データに対して大きな雑音を付加しているにもかかわらず、その影響を除去し  $Q_T$  に近い予測結果を示した。特に  $n=10000$  の場合が最も再現性が高く、粒子数の増加と共に  $Q_T$  に近づいた。これは、粒子数が増えると状態量の確率分布をより正確に近似できるためと考えられる。次いで図-4 に、 $\sigma_u$  を変化させた時の、各粒子数の 60 分先予測および  $Q_T$  より算出した Nash-Satcliffe 指標 (以下、NS) を示す。図-4 より、粒子数が少ない場合では、高い NS を示す  $\sigma_u$  は限られているものの、より多くの粒子を用いた場合では  $\sigma_u$  に関わらず高い NS を示す傾向が見られた。特に  $n=10000$  では全ての  $\sigma_u$  に対して 0.95 以上の NS を得た。

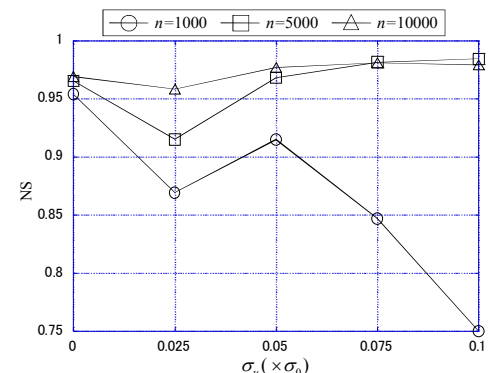


図-4 粒子数による NS の変化

(3) エリート戦略の導入による予測精度の変化

エリート戦略を導入し  $n_e$  を変化させた時の、各  $\sigma_u$  の 60 分先予測の NS を図-5 (a) ~ (c) に示す。これらの図より、 $n=1000$  では  $0.1n$  の  $n_e$  を導入することで殆どの  $\sigma_u$  で NS が上昇し、ばらつきが減少した。また、 $n=5000$  では NS

の上昇は殆ど見られないものの、 $\sigma_u$ によるばらつきが小さくなり 0.95 付近に集まった。一方で  $n=10000$  では、殆どの  $\sigma_u$  で 0.95 以上を保っているものの、NS の若干の低下が見られた。これは、使用した模擬流量データの観測雑音が 30% と大きく、より  $Q_W$  に合わせる方向に粒子が分布した結果、 $Q_T$  から外れてしまったと考察される。次に図-6(a)~(c)に、 $\sigma_u=0.05\sigma_0$  の時の  $n_e=0$  および  $0.1n$  の 60 分先予測を示す。これらの図より、エリート戦略を導入した場合には、より詳細に  $Q_W$  を再現するために雑音が大きくなるものの、 $n=1000$  および  $5000$  においては前半ピークから逡減部での適合度が向上した。一方で  $n=10000$  では大きな変化は見られないものの、著しい悪化も見られなかった。

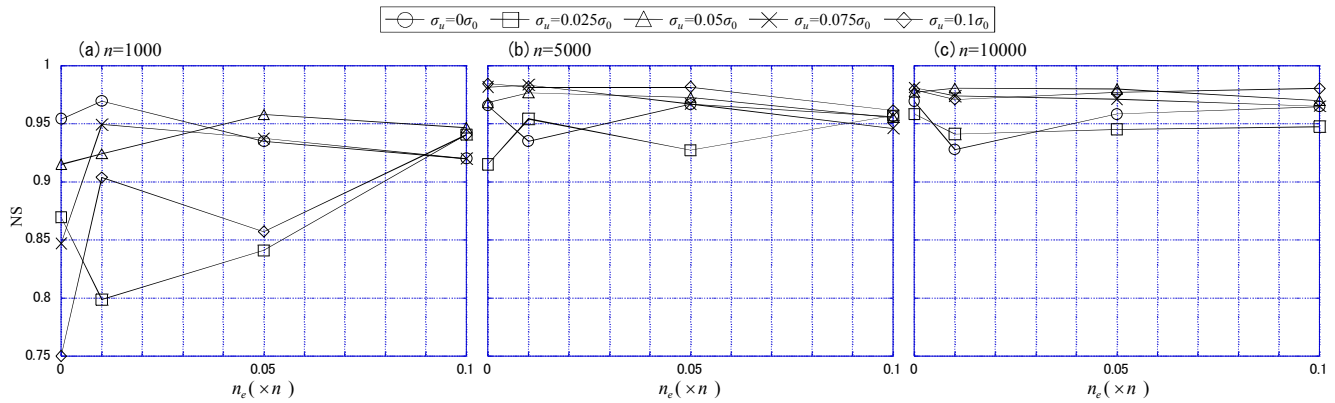


図-5 エリート戦略による NS の変化

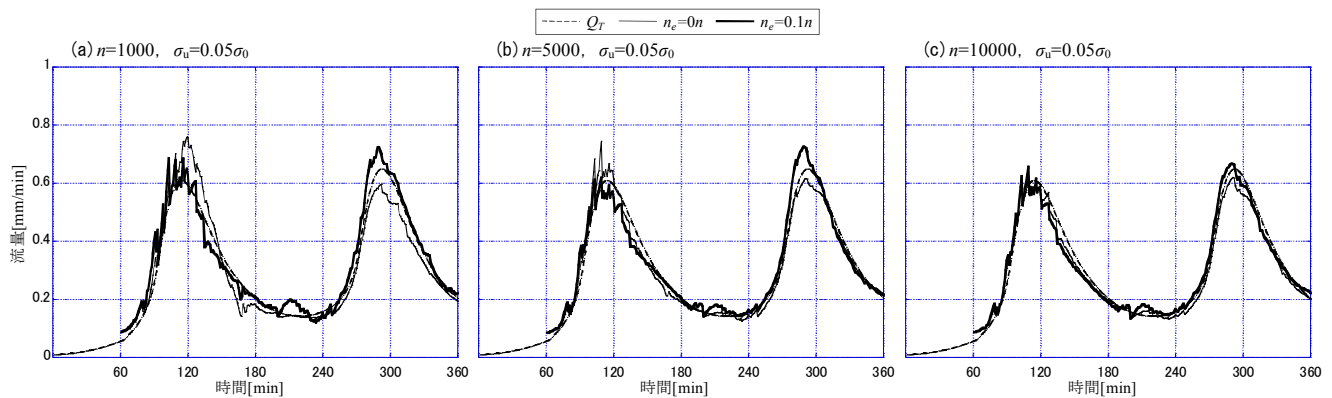


図-6 エリート戦略による 60 分先予測ハイドログラフの変化

6. むすび

本研究では、粒子フィルタを適用した USF モデルで実時間流出予測計算を行い、更にエリート戦略導入による予測精度への影響の評価を行った。その結果、十分に多くの粒子を用いる事が可能な場合は、エリート戦略を導入せずとも、粒子フィルタの設定に左右されずに真値に近い予測結果を得ることができるが、多数の粒子を確保できない場合はエリート戦略の導入により粒子フィルタの設定による影響を軽減させ、予測精度の改善が期待できることが示された。また、本研究では Intel(R) Core(TM) i7 CPU 920 @ 2.67GHz を用いた計算環境で 60 分先予測計算を 1 ステップ毎に 360 回行うにあたり  $n=1000$  で約 1 分、 $n=10000$  で約 90 分を要した。実用的には、洪水予測では一度に数十箇所での同時運用が求められるため、計算資源の観点からエリート戦略の導入は有用であることが示唆される。

参考文献

- 1) 高崎忠勝, 河村明, 天口英雄, 荒木千博: 都市の流出機構を考慮した新たな貯留関数モデルの提案, 土木学会論文集 B, Vol.66, No.3, pp.217-230, 2009.
- 2) 工藤亮治, 近森秀高, 永井明博: 粒子フィルタを用いた河川流域における実時間洪水予測, 農業農村工学会論文集, No.259, pp.17-25, 2009.
- 3) 立川康人, 須藤純一, 椎葉充晴, 萬和明, キムスンミン: 粒子フィルタを用いた河川水位の実時間予測手法の開発, 水工学論文集, 第 55 巻, pp.S511-S516, 2011.
- 4) 田中丸治哉: 遺伝的アルゴリズムによるタンクモデル定数の同定, 京都大学防災研究所年報, 第 36 号 B-2, pp.231-239, 1993.