

SCE-UA法による貯留関数モデルの大域的パラメータ同定について

九州大学大学院工学府 学生員 森 永 陽 子
九州大学大学院工学研究院 正会員 河 村 明
九州大学大学院工学研究院 正会員 神 野 健 二

1. はじめに

これまでのほとんどのパラメータ同定手法には局所的な準最適解に陥りやすいという難点があり、このため、局所的な解が複数存在する多峰性の問題では大域的な最適解が精度良く求められなかった¹⁾。近年、このような問題にも対処できる手法として遺伝的アルゴリズム等の大域的探索法が注目されている。本研究では損失機構を組み合わせた二価の貯留関数モデル²⁾を用いて流出高を模擬発生し、この素性のはっきりした模擬流出高データを対象にモデルパラメータ同定手法としてアリゾナ大学のDuan⁴⁾らによって提案された新しい大域的探索法であるSCE-UA法を適用し、本手法の貯留関数モデルへのパラメータ同定精度および流出予測特性について検討を行う。

2. 損失機構を組み合わせた二価の貯留関数法の定式化

損失項を導入した貯留関数法では、観測雨量 $r(\text{mm/h})$ に対する貯留高 $s(\text{mm})$ と総流出高 $q(\text{mm/h})$ の関係を式(1) (t :時間(h), k_1, k_2, p_1, p_2, a :モデルパラメータ)で、また貯留高 s の連続の式を式(2)で表す。そして式(2)の損失項 $p(\text{mm/h})$ としては、馬場ら³⁾の研究により良好な結果が得られている式(3)を用いる。

$$s(t) = k_1 q^{p_1}(t) + k_2 \frac{d}{dt} q^{p_2}(t) \dots\dots\dots(1) \quad \frac{ds(t)}{dt} = r(t) - q(t) - p(t) \dots\dots\dots(2) \quad p(t) = a q(t) \dots\dots\dots(3)$$

式(2), (3)を式(1)に代入すると式(4)の非線形2階常微分方程式となる。

$$k_2 \frac{d^2 q^{p_2}(t)}{dt^2} = -k_1 p_1 q^{p_1-1}(t) \frac{dq(t)}{dt} + r(t) - (1+a)q(t) \dots\dots\dots(4)$$

ここで、式(4)の2階の常微分方程式を $x_1(t) = q^{p_2}(t)$, $x_2(t) = \frac{dq^{p_2}(t)}{dt} \dots\dots(5)$ を用いて変数変換を行うと式(6)の1階の2元連立常微分方程式に変換される。

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t), \quad \frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{k_1 p_1}{k_2 p_2} x_1(t)^{\frac{p_1-1}{p_2}} x_2(t) - \frac{(1+a)}{k_2} x_1(t)^{\frac{1}{p_2}} + \frac{1}{k_2} r(t) \dots\dots\dots(6)$$

この場合、モデルパラメータ k_1, k_2, p_1, p_2, a および降雨 $r(t)$ が既知ならば数値計算により式(6)を解き、各時点での流出が計算される。式(6)で $X(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ (転置行列)とおき、関数 $F(X) = [f_1(X), f_2(X)]^T$ を用いて式(6)をベクトル表示すると式(7)のように簡単に表される。 $dX(t)/dt = F(X) \dots\dots(7)$

ここで、計算が容易なようにベクトル関数 $F(X)$ を予め既知な $X = X^*$ を中心とするTaylor展開を行い、二次項以下を無視して線形化方程式に変換すると式(8)となる。 $dX(t)/dt = J(X^*)X + B(X^*) \dots\dots(8)$ ただし $B(X^*) = F(X^*) - J(X^*)X^* \dots\dots(9)$ ここに、行列 $J(X^*)$ は $F(X)$ のヤコビアンであり式(10)、式(11)で表される。

$$[J(X^*)]_{ij} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{X=X^*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ j_1 & j_2 \end{bmatrix} \dots\dots(10) \quad \text{ここで } j_1 = -\frac{k_1 p_1}{k_2 p_2} \left(\frac{p_1-1}{p_2} \right) x_1(t)^{\frac{p_1-2}{p_2}} x_2(t) - \frac{1+a}{k_2} \frac{1}{p_2} x_1(t)^{\frac{1}{p_2}-1}, \quad j_2 = -\frac{k_1 p_1}{k_2 p_2} x_1(t)^{\frac{p_1-1}{p_2}} \quad (11)$$

さらに、式(8)の線形微分方程式を式(12)の差分方程式に変換する。 $X(k+1) = \Psi(k)X(k) + \Lambda(k)B(k) \dots\dots(12)$

ここに、 k は離散化された計算時点で時間間隔を Δt とすると行列 $\Psi(k)$, $\Lambda(k)$ は式(13)と式(14)で計算される。

$$\Psi(k) = \exp(J\Delta t) \approx I + J\Delta t + (J\Delta t)^2/2! + (J\Delta t)^3/3! + (J\Delta t)^4/4! + \dots\dots\dots(13)$$

$$\Lambda(k) = [\exp(J\Delta t) - I]J^{-1} = \Delta t [I + (J\Delta t)/2! + (J\Delta t)^2/3! + (J\Delta t)^3/4! + \dots\dots] \dots\dots\dots(14) \quad \frac{1}{p_2}$$

そして実際の流量計算では流量を式(15)で計算する。 $y(k) = q(k) = x_1^{p_2} \dots\dots\dots(15)$

4. 適用例

近年、アリゾナ大学のDuan⁴⁾らによって提案されたSCE-UA法はシンプレックス法にランダム探索、GAに類似した競争進化、新たに開発された集団混合の概念を組み合わせた大域的探索法である¹⁾。ここでは、貯留関数モデルを用いて模擬発生させた模擬データに対しSCE-UA法によりモデルパラメータ同定を行う。降雨データとしてはある流域における1時間毎の降雨データを70時点分用い、貯留関数モデルのパラメータの真値として $k_1=26, k_2=41, p_1=0.6, p_2=0.465, a=0.6$ を与え、模擬的に流出高を計算したものを図-1に模擬流出高1として示す。さらにこの模擬流出高

データに平均0, 標準偏差0.5の正規性白色雑音を加えたものを模擬流出高2として図-1に合わせて示す。これら2つの模擬流出高に対し, 探索範囲として相当広範囲な $5 < k_1 < 100$, $1.5 < k_2 < 600$, $0.1 < p_1 < 1.5$, $0.1 < p_2 < 1.5$, $0 < a < 5.0$ をSCE-UA法に適用する。その結果同定されたパラメータを与え, 貯留関数モデルを用いて流出高の予測を行った結果も図-1に合わせて示す。また, 図-2, 図-3には, それぞれ各世代で同定されたパラメータを用いて流出高を予測した場合のRMSE, 各世代におけるパラメータの同定過程(例として k_2)を示す。ここで, SCE-UA法における各世代の個体数は110である。これを10のコンプレックスに分け, コンプレックス内から取り出される個体数を6として進化させる。なお, パラメータの真値を用いて予測した流出

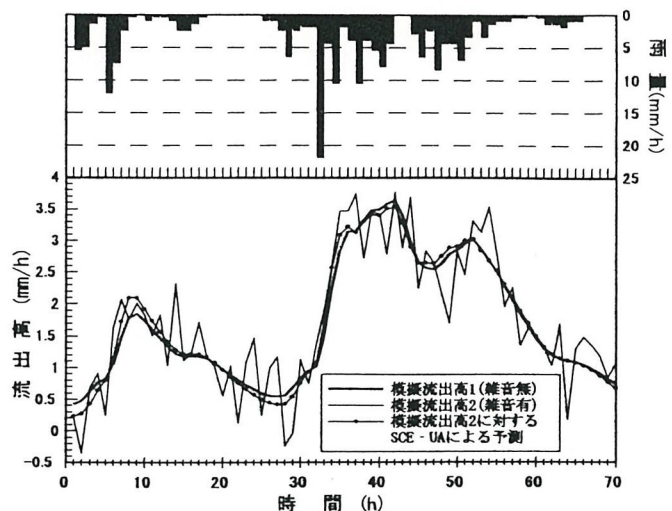


図-1 降雨と模擬流出高データおよびSCE-UA法によって同定されたパラメータを用いて流出高を予測した結果

高のSCE-UA法における目的関数である平均二乗誤差(RMSE)を算出すると模擬流出高1については当然ながら0, 模擬流出高2については0.772となった。まず, 模擬流出高1に対してSCE-UA法によりパラメータ同定を行った。図-2, 図-3より, 模擬流出高1に対するRMSE, k_2 は共に20世代目程度で収束していることがわかる。このときのRMSEは0.0004, k_2 は41.0となっており, 真値を精度良く同定している。その結果, 同定されたパラメータを用いて予測した流出高も模擬流出高1とほぼ完全に一致しているため図-1にはその結果を省略した。次に模擬流出高2に対してパラメータ同定を行う。図-3より, k_2 は20世代目で65.0に収束しており, これは真値の41.0から外れた値となった。しかしながら図-2より, RMSEは1世代目で0.682で, このときすでにパラメータの真値を用いて模擬流出高2について計算した場合のRMSEよりも小さい値となっており, 20世代目でさらに小さい0.453に収束した。以上より, 模擬流出高2に対してSCE-UA法を適用した結果, 真値よりもRMSEを小さくするパラメータの組み合わせが探索された。

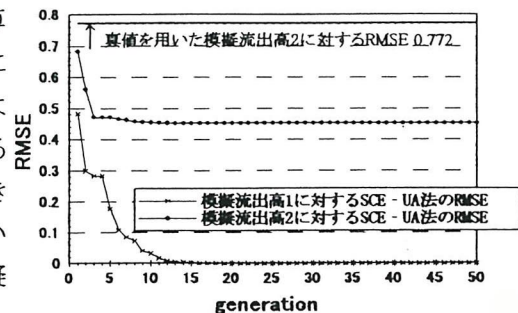


図-2 各世代で同定されたパラメータによるRMSE

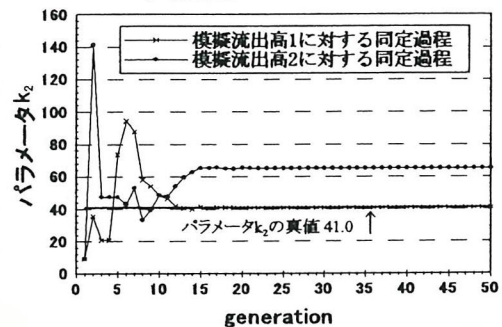


図-3 パラメータ k_2 の同定過程

5. むすび

本報では, 損失機構を組み合わせた二価の貯留関数法を用いて模擬発生させた模擬流出高データを対象にSCE-UA法によりモデルパラメータ同定を行った結果, SCE-UA法によってパラメータ同定が精度よく行われることが示された。また, 模擬流出高データに正規性白色雑音を加えた模擬流出高データに対してSCE-UA法を適用したところ, 雑音を考慮した目的関数RMSEの最小値が忠実に探索され, 貯留関数モデルにおいて真値以外にもRMSEを小さくするようなパラメータの組み合わせが存在することが示唆された。

【参考文献】

- 1) 田中丸治哉:タンクモデル定数の大域的探索, 農業土木学会論文集, No.178, pp.103~112,1995
- 2) 馬場仁志・星清・橋本謙秀:損失機構を組み合わせた貯留関数モデルの総合化, 水工学論文集, 第43巻, pp.1085-1090, 1999.
- 3) 森永陽子・河村明・神野健二:損失機構を組み合わせた貯留関数法を用いたカルマンフィルターによる実時間流出予測, 土木学会西部支部研究発表会講演概要集, 土木学会西部支部, pp.B102-B103, 2001.
- 4) Duan, Q., Sorooshian, S. And Gupta, V.K.: Calibration and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models, Water Resources Reserch, 28(4), pp.1015~1031, 1992