非線形カルマンフィルターを用いた配水管網の自己回帰モデルによる需要量予測

九州大学大学院　○学生員　小谷　辰士　九州大学大学院　学生員　土井　敏介
九州大学工学部　正　員　河村　明　九州大学工学部　正　員　神野　健二

１．はじめに　大規模・複雑化する都市の上水道の配水システムにおいて配水の最適運用を行うには、水圧分布の適正化を図って漏水量の抑制と需要者への供給水圧の確保をしなければならない。このためには配水管網内の各節点での需要量を知る必要がある。しかし、配水管網内の各節点需要量を実時間で計測するのは経済的にも困難であるので、各時点での節点需要量は一般に不明であり、このため何らかの方法により各節点の需要量を精度よく推定しなければならない。著者らはこれまでに、配水管網内の各節点での需要量を周期関数式でモデル化し、配水管網内に設置された流量計・水圧計から時々刻々得られるセンサ情報を利用して需要量をカルマンフィルター理論を用いて予測する手法を提案している[1]。本報では需要量が２次の自己回帰モデル(AR(2)モデル)で表される場合の需要量予測手法を取り扱っている。この場合、需要量は未知パラメータと１時点前および２時点前の需要量との積で表されるため基礎式を非線形の式として取り扱う必要があり、非線形カルマンフィルターを適用して予測手法の定式化を行っている。次いで、本手法を簡単な配水管網モデルを用いた模擬発生データに適用して需要量、管路流量および水圧の予測を行い、本手法の有用性の検討を行っている。

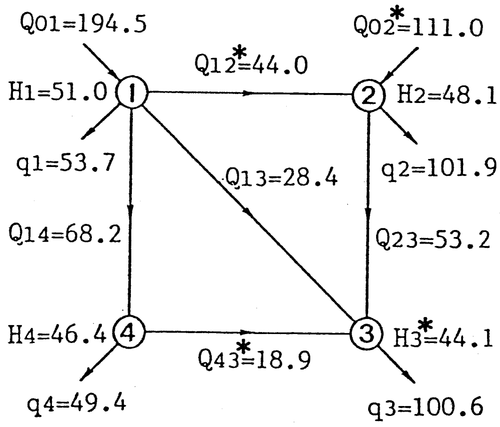
２．計算手法　配水管網の基礎方程式は、各節点における連続式と、各管路における水頭損失式で、任意の節点iにおける連続式：$\Sigma Q_{ij}(k)=-q_i(k)$ ･･･(1)、と任意の２節点 i,j間の管路についての水頭損失式として Hazen-Williamsの式：$H_i(k)-H_j(k)=r_{ij}^{-1/\alpha}|Q_{ij}(k)|^{1/\alpha-1}Q_{ij}(k)$ ･･･(2) を満足しなければならない。ここに、k：時点、Q_{ij}：節点iからjに流れる流量(m³/hour)、q_i：節点iにおける需要量(m³/hour)、H_i,H_j：節点i,jにおける水頭(m)、α：定数で0.54、r_{ij}は管路固有の定数で、$r_{ij}=0.27853C_{ij}D_{ij}^{2.63}\ell_{ij}^{-0.54}$(m$^{2.46}$/hour) ･･･(3) C_{ij},D_{ij},ℓ_{ij}はそれぞれ節点i,j間の管路の流速係数(m$^{0.37}$/hour),管径(m),管路長(m) である。次に、式(2)において時点がｋから(ｋ+1)に変化したときの流量、水頭の遷移式を誘導するために、式(2)をTaylor展開し、２次の項以降を小さいとして切り捨てて線形化を行う。この流量、水頭の遷移式と流量連続式を連立してたて、これをカルマンフィルターの観測方程式：$y(k)=H(k)x(k)+T(k)+w(k)$ ･･･(4)(ここに、y:観測ベクトル、H:観測行列、T:定数ベクトル、w:観測雑音) に変形する[1]。

さて需要量を次式のようなAR(2)モデルで表す。$q(k)=M+aq(k-1)+bq(k-2)+u(k)$ ･･･(5) ここに、u：$N(0,\sigma^2)$の正規性白色雑音、M:定数項、a，b:自己回帰係数である。時点ｋの需要量をq_kと書き改め、時間間隔Δtの差分式$\dot{q}_k \fallingdotseq (q_{k+1}-q_k)/\Delta t$、$\ddot{q}_k \fallingdotseq (q_{k+2}-2q_{k+1}+q_k)/\Delta t^2$ ･･･(6) を用いて式(5)を２階の常微分方程式に変形して次式を得る。$\ddot{q}_k+c_1\dot{q}_k+c_2q_k+c_3=n(k)$ ･･･(7) ここに、$c_1=(2-a)/\Delta t$、$c_2=(1-a-b)/\Delta t^2$、$c_3=-M/\Delta t^2$、$n(k)=u(k)/\Delta t^2$ である。式(7)において状態量として次の５個の量 $x_1=q_k,x_2=\dot{q}_k,x_3=c_1,x_4=c_2,x_5=c_3$ ･･･(8)を考えると、その遷移方程式は次式となる[2]。$\dot{x}_1=x_2,\dot{x}_2=-x_2x_3-x_1x_4-x_5+n(k),\dot{x}_3=\dot{x}_4=\dot{x}_5=0$･･･(9)。式(9)の第２式は x_1,x_2,x_3,x_4について非線形であるから、Taylor展開し１次の項までとる。これより式(9)を時刻Δtで離散化し、マトリックス表示すると次式の拡張カルマンフィルターの状態方程式が得られる。

$x(k+1)=\Phi(k)x(k)+S(k)+\upsilon(k)$ ･･･(10) ここに、x:状態量ベクトル、Φ:遷移行列、S:定数ベクトル、υ:システム雑音。式(10)により遷移するシステム状態量ｘは、１時点先の流量や水頭の予測値と、センサ情報として実際に計測される流量、水頭とのズレ(イノベーション)をフィードバックして求められ、このときの状態量x_1にあたるのが需要量である。

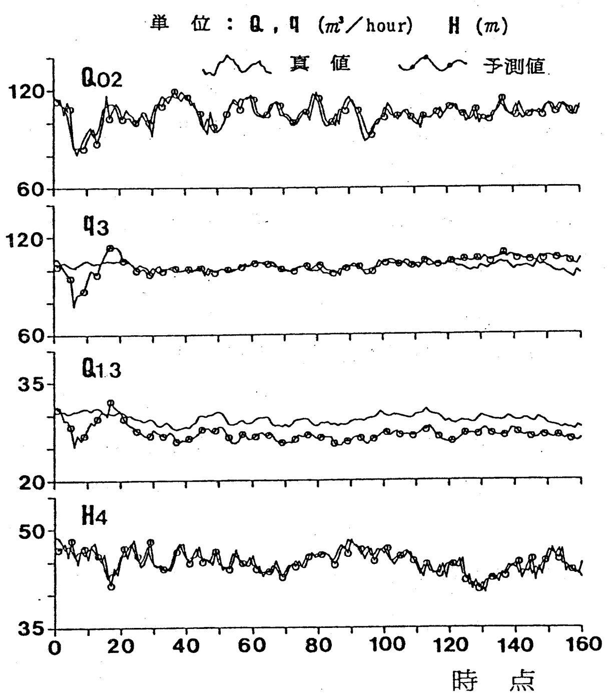
３．適用例とその考察　２.で述べた手法を図-１に示すような簡単な配水管網の模擬発生データに適用する。まず各節点計4個の需要量q_1～q_4および節点1の外部流入量Q_{01}、さらに節点１の水頭H_1を選んでAR(2)モデルで表す。この場合式(10)の状態量ｘは、6×5=30次元ベクトルとなる。次にこのAR(2)モデルのパラメータおよび初期値を適当に与えて各時点毎に需要量、外部流入量、および節点１の水頭を模擬発生させ、これを用い

て流量連続条件と水頭閉合条件を満足するように各管路流量と各節点水頭を計算した。図－1の数値は、151時点における模擬発生値による流況を示す。この模擬発生値による各値を真値とし、このうち外部流入量Q_{02}、流量Q_{12},Q_{34}および水頭H_3がセンサ情報として時々刻々計測されるものとする。すなわち式(4)の$y=[Q_{02},Q_{12},Q_{34},H_3]^T$である。以上のようにして需要量、外部流入量、流量、および水頭の予測を行った結果の一部を図-2に示す。この図より観測量である外部流入量Q_{02}については、精度良く予測されている。また非観測量であるが、水頭 H_4の予測精度も良いといえる。流量Q_{13}については若干のバイアスが見受けられるものの、真値の変動の傾向を大むね良く表している。需要量q_3については120時点までは精度良く予測しているが、120時点からは徐々に真値からはずれている。図－3は需要量q_3における5つの状態量のうちの未知パラメータすなわち式(8)の x_3,x_4,x_5の同定過程を示している。この図より各パラメータとも30時点程度で、ほぼ収束している。このうちx_3は真値からバイアスを生じて収束しており、他の需要量についても同様の傾向にあることを確認している。このバイアスの原因として、状態量xの初期値やシステム雑音およびセンサ情報の観測雑音の分散の見積り方、計測器の配置の仕方、あるいは式(2)と式(9)の線形化に伴うtaylor展開の２次の項以降の切り捨てによる線形化誤差などが考えられるが、これについては今後更に詳しく検討していくつもりである。

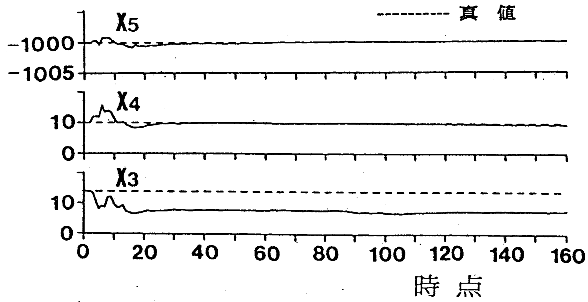


＊ 印：観測量
単　位：Q,q (m^3／hour)，H (m)

図－1　配水管網図



図－2　需要量、流量および水頭の真値と予測値



図－3　需要量q_3のパラメータの同定過程

４．むすび

以上のことより、需要量が２次の自己回帰モデルで表される場合にも非線形カルマンフィルターを用いて配水管網の需要量、流量および水頭の実時間での予測を行うことが可能であると考える。また需要量がさらに高次の自己回帰モデルで表される場合、周期関数式と自己回帰モデルの和の形で表される場合にも上述の２次の自己回帰モデルの場合と同様の操作をすることにより取り扱うことができると考える。

参考文献

1）上田・神野・河村・土井；センサ情報を用いた配水管網の流量・水圧・需要量の予測，九大工学集報、第59巻、第5号、昭和61年10月.

2）神田・藤田；土木学会編　新体系土木工学 26水文学　—確率論的手法とその応用—，技報堂出版，pp.238~246