

定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法の特性について

九州大学工学部 ○学生員 吉永 宙司 九州大学工学部 正員 河村 明

九州大学工学部 正員 神野 健二 九州大学工学部 正員 上田 年比古

1. はじめに 一般に自然現象は確率過程と考えられ、その挙動は確率微分方程式で表現される。著者らは確率微分方程式として定係数一次元確率移流分散方程式を取り上げ、定時観測データを用いて拡張カルマンフィルターにより、物理パラメータ（流速 u 、分散係数 D 、一次反応係数 γ ）を逐次同定しながら濃度予測を行う方法を提案している¹⁾。本報では、本手法を模擬発生データに対して適用し、その種々の特性について検討を行っている。すなわち物理パラメータ u 、 D 、 γ の観測、組み込むべきフーリエ級数の項数、観測点の配置と濃度予測精度、パラメータ同定精度との関係などについて検討を行っている。

2. 計算手法 ここでは次式に示すような定係数一次元確率移流分散方程式を考えることにする。

$$\partial C(x,t)/\partial t + u\partial C(x,t)/\partial x = D\partial^2 C(x,t)/\partial x^2 - \gamma C(x,t) + \alpha \epsilon(x,t) \quad (1)$$

ここに、 C ：濃度、 u ：流速、 D ：分散係数、 γ ：一次反応係数、 α ：システム雑音強度、 ϵ ：平均値0の正規性白色雑音、 x ：距離、 t ：時刻。ここでは、 u 、 D 、 γ は時空間的に一定の場合を想定している。まず濃度 C を $C(x,t) = M(t) + \sum_{m=1}^{\infty} [A_m(t)\sin(2\pi mx/\ell) + B_m(t)\cos(2\pi mx/\ell)] \cdots (2)$ のようにフーリエ級数に展開し、式(2)を式(1)に代入して、 $M(t)$ および波数 m に対するフーリエ級数に関する連立常微分方程式に変形する。次に x 方向に任意に配置された観測点から観測雑音を含んだ濃度 C が定時的に観測される場合を想定し、この観測情報をもとに拡張カルマンフィルターにより、物理パラメータ u 、 D 、 γ およびフーリエ係数 M 、 A_m 、 B_m をカルマンフィルターのシステム状態量として逐次同定してゆき、濃度 C の予測を行う¹⁾。

3. 適用例 以上の手法を以下の模擬発生データに適用しその特性の検討を行う。ここではフーリエ級数展開の波数 m を20とし、 $u=1.0(m/s)$ 、 $D=0.5(m^2/s)$ 、 $\gamma=0.01(1/s)$ 、離散時間 $\Delta t=0.1(s)$ を想定して、式(1)の $\alpha=0.0005$ 、観測雑音は平均値0標準偏差0.01の正規乱数を与え、500時点ほど濃度 C を模擬発生させた。これを図-1の実線に示す。次に拡張カルマンフィルターにおいて u 、 D 、 γ 、 M 、 A_m 、 B_m の初期値には真値の50%の値を与え、濃度観測点が図-1のようにランダムに20点、そして物理パラメータのうち u が任意の1地点で標準偏差が10%の誤差で観測されるとして本手法による1時点先の予測結果を図-1に示している。次に図-2は物理パラメータをあらゆる組合せで観測した場合の濃度観測点数ごとの次式による予測残差平方和平均のルート J の値を示している。 $J_k = \sqrt{\sum_x [C(x,k) - \hat{C}(x,k)]^2 / N}$ 、 $J = \sum_k J_k / N_k \cdots (3)$ ここに、 \hat{C} ：1時点先の濃度 C の予測値、 N ：評価地点数でこの場合 $N=101$ 、 N_k ：評価時点数この場合100時点から500時点までの100時点おきの5時点とした。図-3は物理パラメータ u 、 D 、 γ の最終同定結果を示している。

また図-4にはフーリエ級数の項数に対する J の値を示している。

4. 考察 図-1よりカルマンフィルターによる予測値をみると、雑音に埋もれている高周波成分の小さな変動分布の予測は、困難なもの、時点の進行とともに濃度分布が乱れても精度良く濃度分布形状を予測している。次に図-2より物理観測量の組合せが (u, D, γ) 、 (u, D) 、 (u, γ) の場合は観測点が15以上、 (D, γ) 、 (u) 、 (D) の場合は観測点が20以上、 (γ) だけの場合および観測点がない場合は観測点が40以上で J が観測雑音 w の標準偏差である0.01に大体近づいており、これら

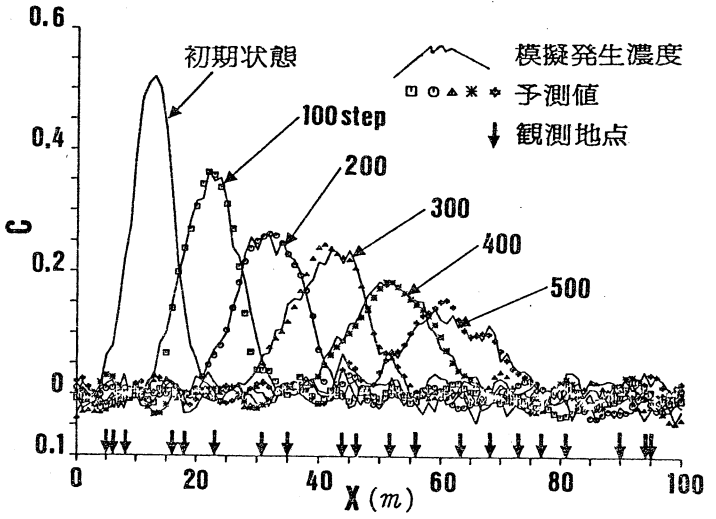


図-1 模擬発生濃度とその1時点先の予測値

の場合濃度予測は図-1のように精度良く行われる。また評価地点を全地点(101点)ではなく濃度観測点のみにした場合は濃度観測点の数および物理観測量に関係なくJはすべて0.016以下となった。これより観測点における予測は非常に精度良く行われるが、濃度観測点以外の地点における予測精度については濃度観測点数および物理観測量の有無とその組合せに強く影響されるといえる。特に γ を物理観測量に取り入れても予測精度の向上はほとんど見られない。これは図-3より u , D の同定結果が悪く、濃度観測点が40以上でやっと真値に近づいており物理観測量がない場合の同定結果とほとんど同じであることが一因であると考えられる。 u や D を観測した場合は γ に対する最終同定値は良く、観測点数が15から20で真値に近づいている。次に図-4より組み込むべきフーリエ級数の項数と予測精度との関係についてみると、濃度観測点数が30以上になると項数が多いものほど予測精度は高いが、観測点が少なくなると必ずしも項数の多いものが予測精度が高いとは限らない。

これは項数の多いものほど同定すべきパラメータが多くなるので、観測点が少ない場合、これらのパラメータを精度良く同定できずかえって予測結果が悪くなるものと考えられる。次に図には載せていないが観測点を等間隔に規則的に配置した場合、濃度観測点が10以下の少ない場合を除き、規則配置の方がかなり精度が向上した。これより規則正しく観測点を配置する方が予測精度が向上するといえる。

5. むすび 本報では定係数一次元確率移流分散方程式を拡張カルマンフィルターを用いて濃度予測を行う手法を模擬発生データに対して適用し、その特性について検討を行った。この結果、物理パラメータの観測、フーリエ級数の項数、観測点の不規則配置などの濃度予測精度に対する影響が評価された。

参考文献 1)河村明、神野健二、上田年比古：定係数一次元確率移流分散方程式の濃度予測手法について、土木学会第42学会第42回年次学術講演会概要集、pp.6~7,昭和62年9月。

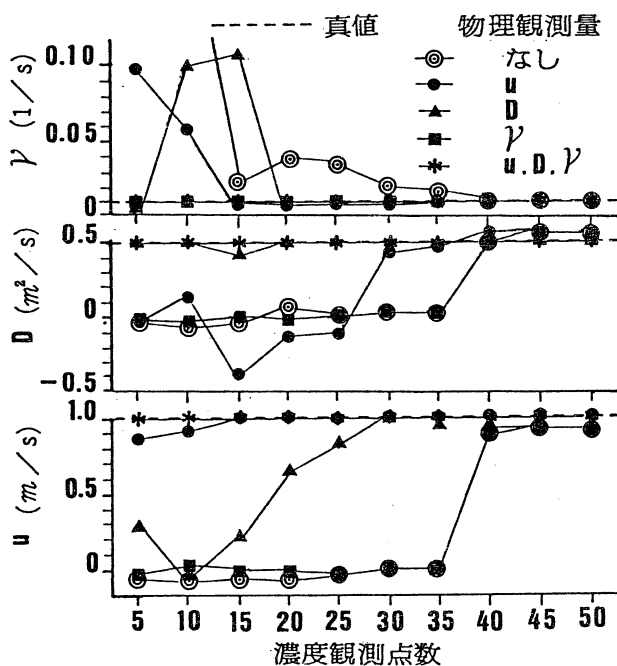


図-3 物理パラメータ u, D, γ の最終同定結果

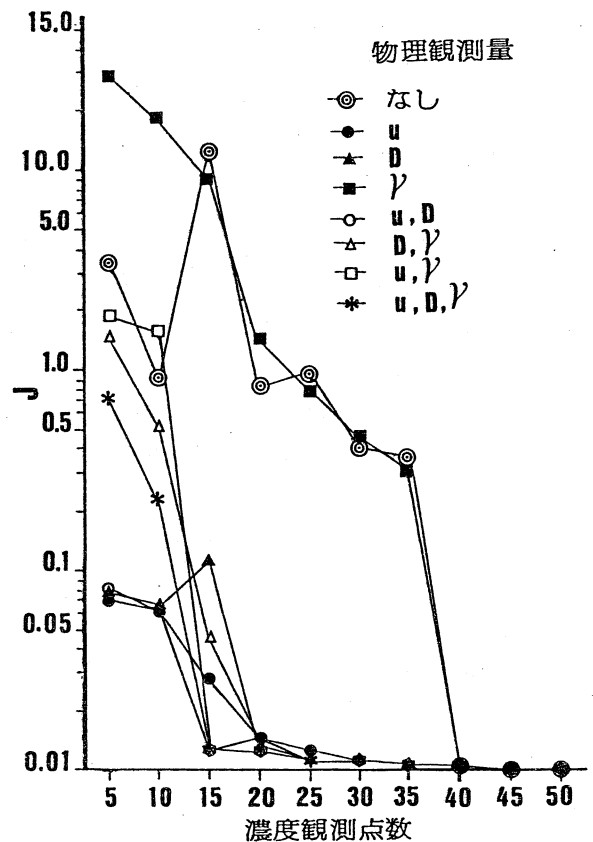


図-2 物理観測量と予測精度

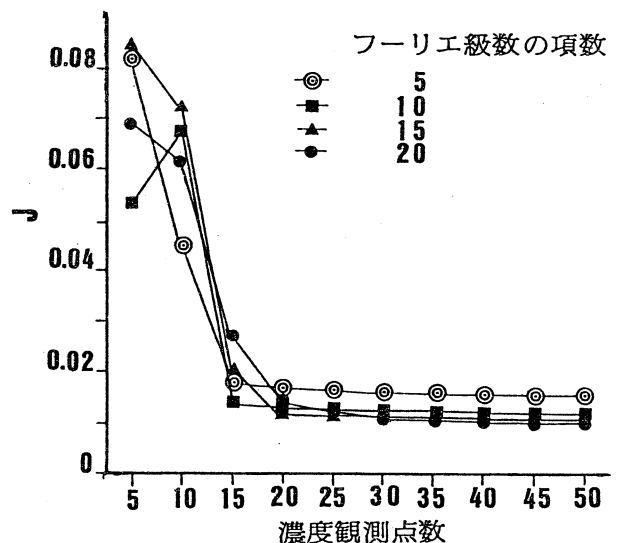


図-4 フーリエ級数の項数と予測精度