

適応的フィルタリング法によるスペクトル変化の発生時点およびその大きさの推定について

九州大学 学生員 〇河村 明 学生員 小平田 浩司

九州大学 学生員 R.R.Medina 正会員 神野 健二

九州大学 正会員 上田 年比古

1. はじめに 水文現象の多くは例えば、年降水量の時系列にみられる少雨化傾向¹⁾などの気候変動のように、その現象を支配する母集団のパラメータが時間的に変化する非定常な現象であると考えられるが、これを非定常現象として解析しているものは少ないようである。日野氏ら²⁾は現象の母集団の性質の変化を察知し、将来予測に役立てることを目的として、非定常スペクトル解析の手法を研究し、これが水文現象の非定常性をいかに把握することが出来るかを検討しているが、従来の非定常スペクトル解析手法を直接実際の水文現象に適用してもその非定常性を的確にとらえ、将来予測に適用するのは現時点では難しいようである。また、スペクトル解析手法の一手法であるMEMは①短いデータからもスペクトル計算が可能、②スペクトルの分解能がきわめて高いなどの優れた利点を有しており、①の利点を生かして、非定常不規則過程の周波数特性の時間的な変化も求められている³⁾。しかし、MEMでもスペクトルのピーク値が正確には求まらず、またスペクトル計算には少なくとも最大周期以上のデータが必要であり、スペクトルの変化を速やかにかつ正確に求めることは困難である。本報では、線形推定理論の1つであるカルマンフィルタ理論に一般化尤度比検定法を融合した形で用いる適応的フィルタリング法を非定常スペクトル解析の手法として定式化し、次に時系列のスペクトル特性が途中でジャンプ的に変化する場合を模擬発生させ、このデータに対し適応的フィルタリング法を適用し、これがスペクトルのパワー(振幅の2乗)の変化を速やかにかつ正確に同定でき、非定常現象の予測に効果的であることを示した。こうして、本手法の非定常スペクトル解析としての有効性、特性および問題点を検討した。

2. 適応的フィルタリング法による定式化 (適応的フィルタリング法については参考文献4)を参照) システムの変化をスペクトルの変化として検出するために、時系列 y を(1)式のようにフーリエ級数の形で表す。ここではある数個の周波数成分を考え、それ以外の周波数成分は白色雑音と考えている。時系列の平均パワー \bar{y}^2 は(2)式で定義され、これはパーセバルの等式より(3)式のように表される。またパワースペクトル密度 $P(f)$ は定義より(4)式となるので、ここに、 k : 時点, y : 時系列の値, M_y : 平均時系列の平均値および各周波数に対する振幅が求められるとそのパワースペクトルは計算できる。いま、適応的フィルタリング法の観測方程式における観測行列 $H(k) = [1 \sin 2\pi f_1 k \cos 2\pi f_1 k \dots \sin 2\pi f_m k \cos 2\pi f_m k]$, システム状態量 $x(k) = [M \ A_1 \ B_1 \dots \ A_m \ B_m]$ とし、システム方程式の状態遷移行列 $\Phi(k)$ を単位行列とすれば、これは周波数成分を既知の観測行列とし、平均値および各周波数成分に対する振幅をシステム状態量として同定する問題となるので、スペクトル変化も同定でき、しかも将来予測も可能となる。

$$y(k) = M_y + \sum_{i=1}^m (A_i \sin 2\pi f_i k + B_i \cos 2\pi f_i k) + w(k) \quad (1)$$

$$\bar{y}^2 \triangleq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \sum_{k=-T}^T y^2(k) \Delta k \quad \text{--- (2)}$$

$$\bar{y}^2 = M_y^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (A_i^2 + B_i^2) + W \quad \text{--- (3)}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df = 2 \sum_{j=1}^N P(f_j) \Delta f \quad \text{--- (4)}$$

3. 計算例 (1)式で表される時系列の周波数の個数 $m=5$ とし、 w には $N(0, 0.25^2)$ の正規乱数を与え、 $k=72$ 時点でスペクトル特性(ここでは A_i, B_i をとる)がジャンプ的に変化する場合を180ステップ程模擬発生させた。なおスペクトル計算では平均値を差し引いたデータを対象とするので平均値 $M_y=0$ とした。この時系列の位相の変化を表-1に示し、スペクトル特性の変化前後のパワースペクトルおよびスペクトル特性(振幅)の変化前後の時系列をそれぞれ1024個模擬発生させ、これについてのMEMによるスペクトルを図-1に示す。ここでは周波数間隔 $\Delta f=1/1023$ としている。次に適応的フィルタリング法によるスペクトルの算定結果を図-1に示す。この計算では、スペクトル変化を検出するのに蓄積するデータ個数 $L=15$ 、閾値 $\eta=5.0$ として1ステップ先の予測

表-1 位相の変化

周波数	1/36	1/18	1/9	1/7	1/6
変化前	-105.6°	---	90°	-118.6°	45°
変化後	63.4°	-103.5°	---	---	-116.6°

結果を図-2(a)に、1ステップ先の予測残差を
図-2(b)に、異常検出指標 $\varphi_*(k, l)$ の値を図-
2(c)に、振幅A, Bの同定結果を図-3に示す。

4. むすび 図-1よりMEMによる卓越周波数
の位値は正確にでていますが、その卓越周波数のパ
ワーは真のパワーより小さい。そして、真のパワ
ーの大小と必ずしも対応していない。これらのこ
とは別の例でも同様である。ただ解析するデータ

の個数によって、MEMの卓越周波
数のパワー相互の大小関係は種々変
化するようである。適応的フィルタ
リング法ではスペクトル変化時点 t_0
=72がえられ、的確にスペクトル変
化時点を検出し、各振幅の修正も図
-3のように振幅変化時点(スペク
トル変化時点)の検出以後速やかに
行なわれており、したがって算定さ
れるスペクトルも図-1のように正
しいパワーが算定される。また図-
2(a),(b)のように予測値もかなり正
確に求まり、予測残差も小さくなっ
ている。問題点としては、本手法で
は卓越する可能性のある周波数を前
もって組み込んでおかなければなら
ないこと、および組み込む周波数を

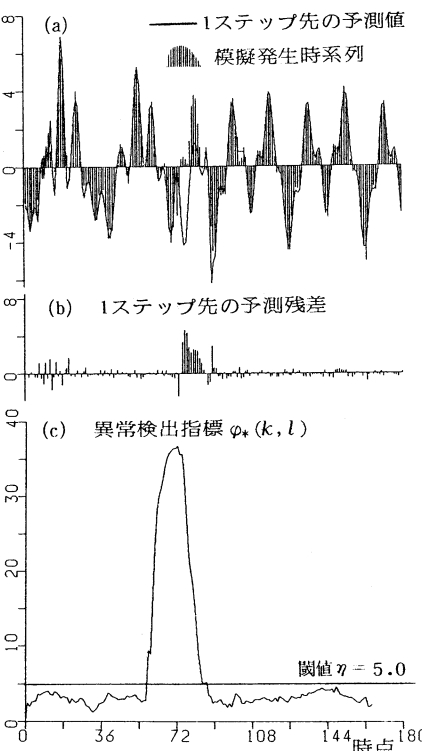


図-2 計算例に対する適用結果

あまり多くすると振幅変化時点の異常検出指標 $\varphi_*(k, l)$ および振幅の変化
量を計算するときに必要な行列 M のランクが不足して、 M の逆行列が存在
しない場合があることである。しかし、この M のランクが不足する場合には
一般化逆行列で代用することも可能である。例えば、旬以上の時間単位
の降雨時系列のように卓越する周波数が少なくしかもこれらの周波数成分
の周波数位置の変動が小さい時系列の場合には、あらかじめMEMなどによりスペクトル解析をし、卓越する可
能性のある周波数を組み込んでおけば、本手法は振幅の変化(スペクトルの変化)後僅かのステップで振幅の修
正を行い、スペクトルのピーク値を正確に算定できる。(図-1参照) また1つの周波数に対してA, B 2つの
振幅を同定するのでスペクトルの変化を位相の変化としても同定できる。したがって本手法はスペクトル変化の
解析、および非定常現象の将来予測に対して有効な手法になりうると思われる。

参考文献 1)山本義一編: 気候変動, 東京大学出版会, pp.32~42, 1979年. 2)日野・竹内・穴戸: 非定常確率過程としての水文現象
の解析, 第19回水理講演会論文集, pp.51~57, 1975年2月. 3)北村・金好: MEMスペクトル計算上の問題点, 土木学会誌, pp.23~29, 1978年11
月号. 4)上田・河村・神野: 時系列のシステムパラメータのジャンプ変動の同定, 第27回水理講演会論文集, 1983年2月.

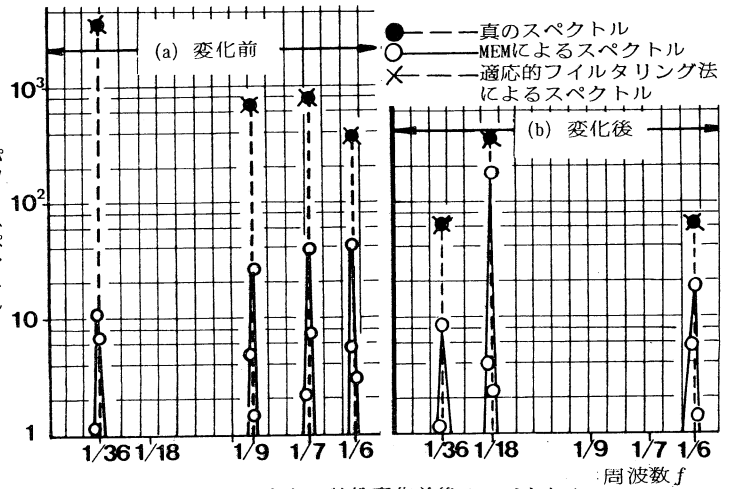


図-1 スペクトル特性変化前後のスペクトル

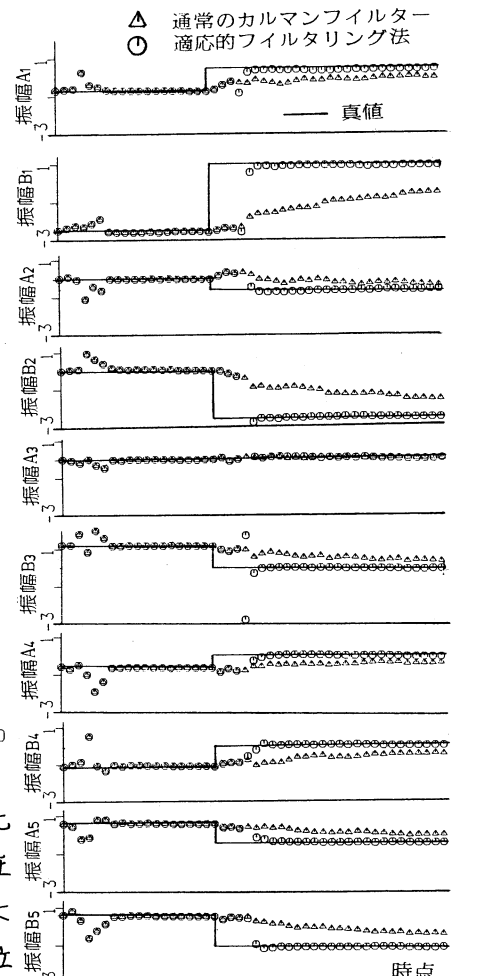


図-3 振幅A, Bの同定結果