

九州大学 正会員 上田 年比古, 正会員 神野 健二
九州大学 学生員 河村 明, 学生員 高吉 晋吾

1. まえがき 自然現象や生体も含めてより広範なシステムの最適制御問題を考える場合, システムの特性要素に異常値を含む場合を考慮して最適制御を行う必要がしばしばある。本報では次節で示すシステムにおいて, (1) 通常のカルマンフィルタによる方法及び(2)一般化尤度比検定法をカルマンフィルタと融合した形で用いる適応的フィルタリングによる方法の2通りで, 確率的表現のできない動特性変動をもつ異常値を含んだ入力値の予測を行い, 次いでこの両者の予測値に対してシステム制御を行った場合の制御効果をシミュレーションにより計算し比較検討した。

2. 問題の設定 システムとして図-1の利水用貯水池モデルを想定した。状態方程式は, $S_t = S_{t-1} + I_t - R_t$ (但し, $0 \leq S_t \leq V$) —(1)。ここで各変数は離散化し, I_t : t期の貯水池流入量, R_t : 放流量, T_t : 取水量, D_t : 需要量, S_t : t期末貯水量, V : 貯水池容量。評価関数 J を $J = \sum_{t=1}^n (D_t - T_t)^2$ (但し, $T_t \leq D_t$) —(2)。これは J に漏水被害値をとり, これを不足流量の2乗和としたもので, (2) 式を最小とすることが目的である。(1), (2) 式

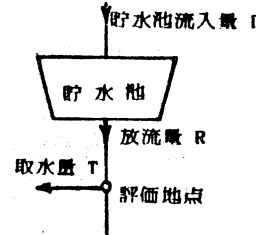


図-1 利水用貯水池モデル

は図-1のモデルを想定した定式化のため, 他のシステムではそのシステムにあう状態方程式, 評価関数の定式化が必要である。図-1のモデルで R_t が操作量, I_t が入力値, D_t は既知とした, I_t が確定値として, 計算期間中全て既知であればDP(ダイナミック・プログラミング)法より(2)式を最小とする R_t が全期間にわたって求まる。しかし I_t は前もって分らない。そこで I_t は周期成分とランダム変動の和で表わされるとし, 次式で将来の I_t を予測する¹⁾。 $I_t = M_i + \sum_{i=1}^m (A_i \sin 2\pi f_i t + B_i \cos 2\pi f_i t) + w_t$ —(3) ここで M_i : この入力時系列の平均, m : 周期成分の個数, f_i : 周波数成分, A_i, B_i : f_i に対する振幅, w_t : 平均0の正規ランダム変数。(3) 式中のパラメーター M_i, A_i, B_i は未知で, これをカルマンフィルタにより逐次同定してゆき, その同定されたパラメーターで, (3) より将来の I_t を予測することになる。ここで, 通常のカルマンフィルタでは, このパラメーターは不変のものとしているが, 本報でいう入力に異常値を含む場合とは, このパラメーターが未知の時刻に未知の量だけ変動するものと考ええる。以下において, この通常のカルマンフィルタでパラメーターを同定し, I_t を予測して貯水池を操作した場合と異常値を含むとして適応的フィルタリング法で操作した場合とでその制御効果を比較検討する。

3. 入力に異常値を含む場合の予測について²⁾ 次の線型離散値系を考える。システム方程式: $x(k+1) = \Phi(k)x(k) + \Gamma(k)u(k) + G(k)\delta_{\theta k}\delta v(k)$ —(4), 観測方程式: $y(k) = H(k)x(k) + w(k)$ —(5)。ここで, k : 時点, $x(k)$: システムの状態ベクトル, $y(k)$: 観測ベクトル, $u(k)$: 平均0で分散 U の正規確率変数ベクトル, $w(k)$: 平均0で分散 W の正規確率変数ベクトル, $\Phi(k), \Gamma(k), G(k)$: 既知のシステム行列, $H(k)$: 観測行列, $G(k)\delta_{\theta k}\delta v(k)$: 未知の独立した異常値項, $\delta_{\theta k}$: クロネッカーのデルタ, θ : 実際に異常値が生じた時点, $\delta v(k)$: k 時点における未知の異常値である。(4) 式を次の2つの仮設に分ける。 H_0 : 異常値 $\delta v(k)$ が生じていない場合, H_1 : $\theta = k$ で異常値 $\delta v(k)$ が生じている場合として, 仮設 H_0 の下では通常のカルマンフィルタにより推定を行う。即ち, $\hat{x}(k|k), \hat{x}(k+1|k)$: $y(k)$ に基づく $x(k), x(k+1)$ の推定値, $P(k|k), P(k+1|k)$: それらの誤差分散行列として, $\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k)$ —(6), $\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)v(k)$ —(7), $P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi'(k) + \Gamma(k)U(k)\Gamma'(k)$ —(8), $P(k|k) = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1)$ —(9), ここで, $v(k)$ は1ステップ先の観測値の予測残差, $K(k)$ はカルマンゲインマトリックスであり次式で求められる。 $v(k) = y(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)$ —(10), $K(k) = P(k|k-1)H'(k)[H(k)P(k|k-1)H'(k) + W(k)]^{-1}$ —(11), ($'$: 転置, I : 単位行列)。一方, 仮設 H_1 では, $v(k)$ 等はシステムの線型性より $\delta v(k)$ の影響を受ける項と受けない項(添字⁰で示す)とに分散できる。例えば, $v(k+i) = v^0(k+i) + A(k, k+i)\delta v(k)$ —(12)となる。ここで $A(k, k+i) \triangleq H(k+i)\Psi(k+1, k+i)G(k)$ —(13), $\Psi(k+1, k+i) \triangleq \Phi(k+i-1)[I - K(k+i-1)H(k+i-1)] \cdot \Psi(k+1, k+i-1)$ (但し, $\Psi(k+1, k+1) = I$) —(14) (\triangleq : 定義)。さらに一般化尤度比検定法より, 異常値発

生時刻 θ と異常値の大きさ $\delta v(k)$ の最尤推定値 $\hat{\theta}$, $\delta \hat{v}(k)$ は $\hat{\theta} = \max_{\theta} \{ \phi^2(k, \ell) / \mu(k, \ell) \} - (15)$, $\phi(k, \ell) \triangleq \sum_{i=1}^{\ell} v(k+i) A(k, k+i) / \sigma^2(k+i) - (16)$, $\mu(k, \ell) \triangleq \sum_{i=1}^{\ell} A^2(k, k+i) / \sigma^2(k+i) - (17)$, ここで $\sigma^2(k+i)$ は $\nu(k+i)$ の分散でありリスカラー。一方, $\theta = k$ において異常値が発生したことが既知とすると, $\delta \hat{v}(k) = \phi(k, \ell) / \mu(k, \ell) - (18)$ 。いま一般化尤度比の大きさにより仮説 H_0 , H_1 のいずれを受容するかを決定することは, 次の検定と等価である。 $|\phi(k, \ell)| / \sqrt{\mu(k, \ell)} \stackrel{H_0}{\geq} \lambda_n - (19)$, ここで λ : 閾値, ℓ : どのくらいデータを蓄わえてから検定するかを示すパラメータであり, 共に任意に選べる定数である。以上の一般化尤度比検定法により異常値が検出されると, それに対してフィルターを適応させる。即ち新しく修正された状態推定値は, $\hat{x}_{new}(k|k) = \hat{x}_{old}(k|k) + \Delta(k, k+i) \delta \hat{v}(k) - (20)$, $\Delta(k, k+i) \triangleq [I - K(k+i) H(k+i)] \Psi(k+1, k+i) G(k) - (21)$, ここで $\hat{x}_{old}(k|k)$ は修正前のカルマンフィルターによる推定値である。さらに $\delta v(k)$ の推定値の不正確さを補うために推定誤差共分散行列を次式のように修正する。

$$P_{new}(k+i|k+i) = P_{old}(k+i|k+i) + \Delta(k, k+i) \text{Var}[\delta \hat{v}(k)] \Delta'(k, k+i) - (22)$$

なお修正はオフラインで計算できる。

4. シミュレーションによる計算例 以上の方法でシミュレーションを行った。値はすべて無次元化している。まず(13)式より異常値を含んだ流量を模擬発生させて, 通常カルマンフィルターと適応的フィルタリング法で1ステップ先の流量を予測した値を図-2に示す。 I_t , D_t は離散化して図-3のように与えた。貯水池操作はまず現時点までの入力値で同定したパラメータを用いて堰端までの流入量を予測し, この流入量に対してDPにより最適操作を行いその時点での最適放流量を決定し, 次の時点で新たな流入量記録が得られれば, 上記の方法を繰り返して次々と R_t を求めていった。これらの結果を図-4に示す。図中, 最適操作は将来の流入量が完全に既知とした場合の操作であり, これよりも被害を小さくすることはできない。また取水ルールを設定しない場合は先のことを考えずに要求される需要量だけ放流し, 貯水池が空になれば流入量をそのまま放流する方式である。このシミュレーションで与えた主なパラメータ及び行列は表-1である。

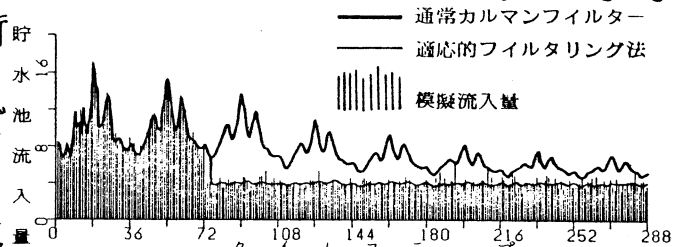


図-2 1ステップ先の予測流入量

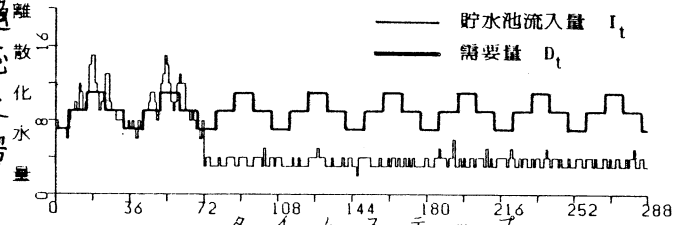


図-3 貯水池流入量及び需要量

5. むすび 図-2より通常のカマンフィルターでは突発的異常値に対して追従することができないが, 適応的フィルタリング法では異常値系列によく追従している。この計算例では図-3のように貯水池流入量の絶対量が需要量に比べてはるかに少ないので, 最適操作によっても漏水被害がかなり生じているが, 適応的フィルタリング法の場合の被害は最適操作の場合にかなり近く, 通常のカマンフィルターの場合の被害は取水ルールを設定しない場合とあまりかわらない。この例のように, インパルスの突発異常値が含まれる系列については適応的フィルタリング法による予測及び制御はかなり有効性をもつようである。なお実際の流入量に対してこのような突発的異常値が含まれているかどうか問題になるが, これらについては今後検討してゆくつもりである。

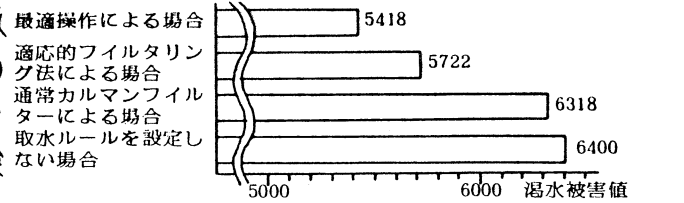


図-4 各操作による漏水被害値

参考文献 1) ZEKAI SEN 「Adaptive Fourier Analysis of Periodic-Stochastic Hydrologic Sequences」, *Journal of Hydrology*, 46(1980) PP239-249 2) 熊丸 鬼木, 坂部 「複合ダイナミクスパターン変化を伴う線形系の識別同定」 *九大工学集報* 第50巻第5号 PP 571-576

表-1 シミュレーションに用いたパラメータ及び行列の値

| |
|--|
| $t_n=288, m=4, \theta=72, \delta v(k)=-1.0, \ell=3, \eta=3.0, v=100, S_0=50$ |
| $f_1=1/36, f_2=1/9, f_3=1/7.2, f_4=1/6, U=0, W=0.25$ |
| $x(k)=[M_1 \ A_1 \ B_1 \ \dots \ A_4 \ B_4]^T, \Phi(k)=I, \Gamma(k)=I$ |
| $H(k)=[1 \ \sin 2\pi f_1 k \ \cos 2\pi f_1 k \ \dots \ \sin 2\pi f_4 k \ \cos 2\pi f_4 k]$ |
| $G(k)=[6.0 \ -0.6 \ -2.4 \ 0 \ 1.1 \ -0.06 \ -1.1 \ 0.5 \ 0.6]^T$ |