

この宇宙の真理 —カオス

河村 明

東京都立大学 名誉教授



ここでは、相対論、量子論に続く 20 世紀の 3 大発見と言われる「カオス」の面白そうな一面を紹介し、私自身も納得させられた現実の普遍的法則について述べたいと思います。

カオスは 1961 年気象学者のローレンツによって発見された現象で、1990 年代初頭には一般にも脚光を浴び一大ブームとなり、私自身もカオス時系列の研究を行っていました。その面白い成果として、実時間予測とカオス理論を組み合わせる太陽黒点数（典型的なカオス時系列として知られています）の予測を行うことで、既存の統計的手法よりも高精度な予測を行えることを示した論文を執筆し、これが権威ある国際雑誌の土木とはかけ離れた宇宙物理学分野に掲載されました。

そもそもカオスとは

カオスはもともとギリシャ語で、漢字では混沌（あるいは渾沌）が当てられ、基本的な二つの意味がありました。一つは神が天地を創造する以前の状態。その二は、完全に秩序のない大混乱です。ここで紹介しようとしているカオスは第三番目の新しい意味で、決定論的カオスとも呼ばれ、決定論的システム（通常微分方程式として表現されます）から生み出されるにも拘わらず、不規則で乱雑（ランダム）な挙動を示す現象のことです。逆に言うと、ランダムのように見える現象が、実はある決定論的システムにより規定されている場合のことです。但し、カオスは、エネルギーなどと同様に、一つの大まかな概念で、カオスの種類によってその性質や定義が変化し各分野によりそのニュアンスは異なります。身近な（？）カオスの例としては、旦那は外で好き勝手放題に振る舞い、その行動はランダムのように見えるが、あくまでもそれは妻の手綱の範囲内という

のもカオス現象と言えます。

科学の発見は「相対性理論」（驚くべきことに天才アインシュタインの頭の中だけで作られた理論）のような理論タイプと「オームの法則」のような実験タイプがありますが、カオスは実験タイプの発見であり、何故カオスが生じるかという理論についてはほとんど解明されていません。これは万有引力もそれが生じることは理解されていますが何故生じるかはよく分かっていないことに似ています。

ラプラスの悪魔

ハレー彗星の地球接近や日食・月食、そして宇宙船や宇宙探査機の軌道を正確に予測できる決定論の模範である恐るべきニュートン力学。さらに、それを引継いでフランスの数学者ラプラスは「ラプラスの悪魔」（ある瞬間における宇宙全ての物体の運動状態を正確に知り得て、ニュートンの運動微分方程式をたちどころに計算することができる存在）を提唱しました。この悪魔にとって、宇宙の巨大な運動も微細な原子の運動も全てを知ることができ、彼の眼中には不確実なものは一切存在せず、未来は過去と同様に明白で、我々の自由意志などというものはありえません。

相対論により、ニュートンの絶対空間、絶対時間というものは存在せず、超高速での運動ではニュートン力学が成り立たないことや重力により時空間がゆがむことが示されました。さらに、量子論により、ニュートン力学や相対性理論が、電子のような微視的運動には通用しないことが示されました。すなわち、微視的粒子の位置と速度を同時に正確に知ることはできないというハイゼンベルグの不確定性原理が示されました。

しかしながら、相対論では初期条件を与えれば将

来が決まるという決定論はむしろ強化され、量子論も波動関数が従う運動方程式と初期条件で規定されています。一方、カオスの発見がもたらした革命は、ラプラスの悪魔のような決定論的な予測は不可能であることを示したところにあります。

バタフライ効果

考えてみると、相対論は超高速で物体が動いている時や重力が異常に大きい時だけに顕著なことですし、量子論のような目に見えない世界のことなんかはその道の学者以外には影響がなく、普通の身の回りの科学ならニュートン力学で必要かつ十分と考えるのが普通ではないでしょうか。そして、天気についてもニュートン力学で予測できない筈はないと考えられていました。なぜなら、空気と水を表す方程式も、惑星の運動を表す方程式と同じくらいよく知られた式でした。また、何年何ヶ月か先の潮の干満を割合正確に予測できるからには、大気に関する予測もできる筈という訳です。この科学思想の中心となる「ある現象を支配する自然の法則が分かり、初期条件がほぼ正確に分かれればその現象の振る舞いを計算できる」すなわち「ものの働きには収束現象があって微小な影響は無視しても構わない」という大前提を覆したのが、ローレンツが偶然発見したカオス現象を象徴する「バタフライ効果」と名付けられた現象でした。

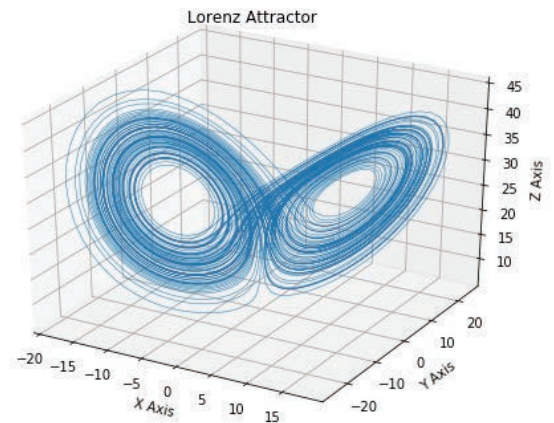
バタフライ効果は、入力にほんの僅かの違いがあっても、出力に莫大な違いが生じる「初期値に対する鋭敏な依存性」のことで、冗談めかして、例えば東京で蝶が一匹羽を動かし空気を乱したとすると、1ヶ月後にはその影響が積もり積もってニューヨークで嵐が生じるといった考えからきています。このバタフライ効果のため、例えば全地球上をくまなく、また高さ方向にも大気圏の上端まで1m(10cmでもよいのですが)間隔でセンサを配置し、その超精緻なデータを用い、超スーパーコンピュータを駆使して、気象学者の考え得る完璧な方程式を解いても、1ヶ月後に東京の天気が晴れるのか雨になるのかを予測することはできないということが分かったのです。私たちの人生でもこの初期値に対する鋭敏な依存性は実感できます。例えば、入試の一点差で合否が決まりその後の人生が大きく変わるとか、タッチの差で乗り遅れ飛行機事故を免れたとか、人生も初期値に鋭敏なカオスです。

ローレンツ方程式

カオスを生じる有名なローレンツ方程式は、たった3変数で、いかにも易しそうで解けそうな微分方

程式の形ですが(土木系の学生は微分方程式と聞くだけで拒絶反応を示すことも多いですが)、非線形項が含まれており解析的には解けず、数値的に解くしかありません。私も大学院講義の演習で、学生に色々な数値解法、時間間隔、初期値でローレンツ方程式を解かせ、その方程式の生み出す挙動が、複雑で一見周期的にも見るが二度と同じ値を繰り返さずに無限に続くことを確認させています。その挙動を図示すると、これは発散することもなく、ある空間の回りに引きつけられたように挙動し、これがまさしくバタフライ(蝶)が羽を広げたような図となり、ローレンツ・アトラクターと呼ばれています。

実は、ローレンツ方程式は、発電機の元祖とも言えるダイナモシステムを表現しています。地球の磁場(ダイナモシステム)は長い歴史の中で何度も逆転していたこと(北極のS極と南極のN極が入れ替わること)が分かっていますが、その地磁気の逆転間隔は一見全く不規則で説明がつかみませんでした。それまではこうした不規則性にぶつかると、とにかく例えば隕石が地球にぶつかった結果などとその系の外に原因を探していましたが、実は地球のダイナモシステム自体の自然なカオス的挙動ではないかということが分かってきました。



ローレンツ・アトラクター

むすびに

カオスも相対論、量子論のようにこの宇宙の真理ですから、この人生においても、「原因は他人のせいではなく、自分自身の中にある」ということや「複雑に見えても、その原因は単純である」というカオス法則(?)が成り立っていますね。

今回は紙面の都合上、カオスのごく一面を簡単に紹介させて頂きました。カオスの別の一面である「フラクタル」(アメリカの数学者マンデルブロにより1975年に新しく作られた造語)も大いに面白い概念ですが、機会があればまた紹介させて頂きます。