

粒子フィルタを用いた都市貯留関数モデルによる実時間洪水流出予測特性

REAL-TIME RUNOFF FORECASTING CHARACTERISTICS OF
URBAN STORAGE FUNCTION MODEL USING PARTICLE FILTER

高崎忠勝¹・河村明²・天口英雄³・石原成幸⁴

Tadakatsu TAKASAKI, Akira KAWAMURA, Hideo AMAGUCHI and Shigeyuki ISHIHARA

¹正会員 博(工) 東京都土木技術支援・人材育成センター (〒136-0075 東京都江東区新砂一丁目9-15)

²正会員 工博 首都大学東京 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1丁目1)

³正会員 博(工) 首都大学東京 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1丁目1)

⁴正会員 修(学) 東京都土木技術支援・人材育成センター (〒136-0075 東京都江東区新砂一丁目9-15)

Recently, a particle filter (PF) that is one of the non-liner and non-gaussian filter has been proved to be a powerful tool for real-time runoff forecasting. In this paper, we implement the PF on Urban Storage Function (USF) model which incorporates urban runoff process such as the outflow from combined sewer system and leaked from water distribution pipes. USF model using the PF is applied to a virtual catchment where rainfall-runoff characteristics are known. The model parameters are updated with 1-minute river discharge data by the PF. The results show that USF model using the PF forecasted the amount of river discharge accurately.

Key Words : urban storage function model, particle filter, urban runoff, virtual catchment

1. はじめに

都市中小河川流域ではしばしば河川溢水が発生しており、地下空間が多く存在する都市域では河川溢水時の浸水被害は甚大なものとなる。しかし、都市域では河川沿いに建物が隣接し、短期間に河川の治水安全度を向上させることは困難であることから、ソフト対策の一つとして洪水予測の活用が期待されている。

著者らは都市中小河川の洪水予測に適した特長を有する集中型概念モデルである都市貯留関数モデル (Urban Storage Function model : 以下、USFモデルと記す) を提案し¹⁾、東京の都市中小河川を対象に洪水時のハイドログラフの再現性やパラメータの適応性について検討を行っている^{2),3)}。

近年、洪水予測の精度向上を目的として粒子フィルタの導入について検討が行われており、工藤ら⁴⁾はタンクモデル、立川ら⁵⁾はダイナミックウェーブモデルにそれぞれ粒子フィルタを適用し、実流域に対して検証を行っている。これらの事例は山地流域を対象に行われており、1時間間隔で得られる観測値を用いて数ステップ先までの予測を行っている。

都市中小河川は山地流域と比べて極めて短時間に増水し、例えば、2008年7月8日には東京都を流れる呑川で河川工事中の作業員が流される事故が発生している⁶⁾。また、神田川では洪水時の自主避難に向けて1時間先までの雨量予測をもとに「はん濫警戒情報」を発表する洪水予報⁷⁾が運用されており、都市中小河川の洪水予測においては短時間間隔（1分間隔等）で得られる観測値を用いた1時間先までの高精度予測が求められている。

本論文は、都市中小河川における高精度の実時間洪水流出予測の実現に向けて、まず、粒子フィルタを用いたUSFモデルの実時間予測計算アルゴリズムを示す。次いで、粒子数、初期粒子パラメータ分布、システムノイズについて異なる設定を行った粒子フィルタを用いて実時間予測計算を行う。ここで、実流域の観測データに含まれる各種誤差の影響を排除し、真値の流出量に対する予測値の挙動を確認することを目的として、流域の流出特性をモデルパラメータで与える仮想流域を対象とする。模擬発生させた雨量と河川流出量の真値に正規雑音を附加したデータを生成し、このデータに対して粒子フィルタを用いたUSFモデルにより実時間予測計算を行い、粒子フィルタの挙動を確認とともに粒子フィルタの各種設定が予測精度に及ぼす影響について検討した。

2. 粒子フィルタを用いたUSFモデルによる実時間予測アルゴリズム

(1) USFモデル

式(1)～(4)で表されるUSFモデルは、合流式下水道による流域外への排水や水道の漏水など都市特有の流出機構を考慮し、全流出成分を概念的に組み込むことによって有効雨量の算定や流出成分の分離作業が不要といった特徴を有している。式(1)は流域からの流出量と流域の総貯留高の関係式、式(2)はその連続の式、式(3)は地下水関連損失量、式(4)は流域からの流出量と合流式下水道による流域外への雨水排水量の関係を示している。

$$s = k_1(Q + q_R)^{p_1} + k_2(d/dt)(Q + q_R)^{p_2} \quad (1)$$

$$ds/dt = R + I - E - O - Q - q_R - q_l \quad (2)$$

$$q_l = \begin{cases} k_3(s-z) & (s \geq z) \\ 0 & (s < z) \end{cases} \quad (3)$$

$$q_R = \begin{cases} \alpha(Q + q_R - Q_o) & (\alpha(Q + q_R - Q_o) < q_{R\max}) \\ q_{R\max} & (\alpha(Q + q_R - Q_o) \geq q_{R\max}) \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 s ：総貯留高(mm)、 t ：時間(min)、 Q ：河川流出量(mm/min)、 q_R ：合流式下水道による流域外への雨水排水量(mm/min)、 $q_{R\max}$ ：最大雨水排水量(mm/min)、 q_l ：地下水関連損失量(mm/min)、 I ：都市特有の流入量・流域外からの地下水流入(mm/min)、 E ：蒸発散量 (mm/min)、 O ：取水量(mm/min)、 Q_o ：初期河川流出量(mm/min)、 α ：下水道排出係数、 z ：浸透孔高(mm)、 k_1 、 k_2 、 k_3 、 p_1 、 p_2 ：モデルパラメータ。

河川流出量の計算に際しては、式(5)、(6)の変数変換を行うことで、 x_2 に関する一階の常微分方程式が式(7a)のように得られる。なお、 $s < z$ のときは式(7b)となる。

$$x_1 = (Q + q_R)^{p_2} \quad (5)$$

$$x_2 = (d/dt)(Q + q_R)^{p_2} \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dx_2/dt = -(k_1/k_2)(p_1/p_2)x_1^{(p_1/p_2-1)}x_2 - (1/k_2)x_1^{(1/p_2)} \\ \quad - (k_1k_3/k_2)x_1^{(p_1/p_2)} - k_3x_2 \\ \quad + (1/k_2)(R + I - E - O + k_3z) \end{array} \right. \quad (7a)$$

$$dx_2/dt = -(k_1/k_2)(p_1/p_2)x_1^{(p_1/p_2-1)}x_2 - (1/k_2)x_1^{(1/p_2)} \\ \quad + (1/k_2)(R + I - E - O) \quad (7b)$$

また、 x_1 に関する一階の常微分方程式は式(5)、(6)より次式の関係となるので、

$$dx_1/dt = x_2 \quad (8)$$

式(7)と式(8)の連立常微分方程式を数値的に解くことで、河川流出量 Q と合流式下水道による流域外への雨水排水量 q_R の合計値 $(Q + q_R)$ の値が算定され、また式(4)より q_R を求めることで河川流出量 Q を得る。

USFモデルにおける未知パラメータは k_1 , k_2 , k_3 , p_1 , p_2 , z , α の7個であり、以降、これらをまとめてUSFモデルパラメータと記す。

(2) USFモデルへの粒子フィルタの実装方法

粒子フィルタは非線形、非ガウス型分布の時系列フィルタの一種であり、状態量の確率分布を多くの粒子によ

って近似する点が大きな特長である⁸⁾。実装に際して扱う状態空間や観測モデルに対する制約がほとんどないため、近年では様々な分野へ応用されている⁹⁾。USFモデルへの粒子フィルタの実装方法を以下に示す。

a) 粒子の設定および初期値

粒子が保持する情報は、USFモデルパラメータに、状態量 x_1, x_2 を加えた状態量ベクトル $X = [k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, z, \alpha, x_1, x_2]$ である。粒子数 n について X の各要素の初期値を設定する。USFモデルパラメータについては正規分布に従って独立に発生させ、 x_1 は式(5)により、また、 x_2 は0を初期値とする。

b) 尤度の計算

現時点 t で観測流出量 $Q_{t,obs}$ と i 番目の粒子による計算流出量 $Q_{t,cal}^{(i)}$ を用いて i 番目の粒子の尤度 $R(y_t | X_{t-1}^{(i)})$ を式(9)により計算し、また、式(10)により尤度を正規化する。

$$R(y_t | X_{t-1}^{(i)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \exp\left(-\frac{(Q_{t,cal}^{(i)} - Q_{t,obs})^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (9)$$

$$w_t^{(i)} = R(y_t | X_{t-1}^{(i)}) / \sum_{i=1}^N R(y_t | X_{t-1}^{(i)}) \quad (10)$$

ここに、 y_t : t 時点の観測ベクトル、 $X_{t-1}^{(i)}$: $t-1$ 時点の観測流出量による i 番目の粒子の t 時点における状態量ベクトル、 σ_y : 観測流出量の標準偏差、 $w_t^{(i)}$: t 時点における正規化した i 番目の粒子の尤度。ただし、最大予測計算ステップ数 te までの予測流出量の計算において解が発散した場合、その粒子の尤度は式(9)による計算値に拘わらず0とする。

c) リサンプリング

正規化した尤度 $w_t^{(i)}$ に比例する割合で粒子 $X_{t-1}^{(i)}$ から、ランダムサンプリングにより n 個抽出する。

d) 予測計算

抽出した粒子が保持する情報を用いて現時点 t の流出量を推定し、さらに1ステップ～ te ステップ先までの流出量の予測計算を行う。各ステップの予測流出量は全ての粒子による計算流出量の平均値とする。なお、後述の模擬発生シミュレーションでは1ステップを1分とし、 te を60分としている。

e) システムノイズの追加

粒子が保持するUSFモデルパラメータに対して、正規乱数によって独立に生成したシステムノイズを付加し、これを次の時点の粒子 $X_{t+1}^{(i)}$ とする。ただし、システムノイズの付加によりパラメータ値が負となった場合は、値を下限値である0に設定する。また、状態量 x_1, x_2 にはシステムノイズを付加しない。

f) 時間更新

状態量 x_1, x_2 の情報を更新し、 $t=t+1$ とし、b)に戻る。

3. 仮想流域における検証手順

(1) 流域

実時間予測特性を明らかにするため降雨流出特性が

USFモデルによるパラメータによって与えられる仮想流域を対象とする。モデルパラメータの真値は東京都を流れる神田川における計算¹⁾を参考に、 $k_1=50$, $k_2=500$, $k_3=0.005$, $p_1=0.5$, $p_2=0.5$, $z=5$, $\alpha=0.5$ に設定した。また、合流式下水道による最大雨水排水量 q_{Rmax} は、実流域では流域外に接続する下水道の流下能力から家庭からの汚水量を差し引いたものとなるが、本計算では神田川上流域における q_{Rmax} の値¹⁾を参考に0.05mm/minとした。

(2) 模擬発生雨量および模擬発生流出量データの生成

模擬発生させた雨量データの生成方法を以下に記す。式(11)の降雨強度式¹⁰⁾を用いて降雨継続時間 T (分)について1分毎に180分までの雨量を算出し、360分間の中央集中波形の降雨波形を作成する。

$$r = 700/(T^{2/3} + 8.0) \quad (11)$$

式(11)は中小河川の治水整備水準を想定したものであり、1時間の降雨継続時間に対応する降雨強度は約50mm/minである。実時間予測計算においては強雨ピークが複数存在する洪水イベントに対する予測特性を把握するため、180分間の中央集中波形の降雨波形を2つ接続し360分間の降雨イベントとしたものを模擬雨量データの真値とし、これを真値雨量とする。実時間予測計算に用いる雨量データは真値雨量に観測雑音 $N(0, \sigma_1^2)$ を加えたものとし、これを雑音付加雨量とする。なお、 σ_1 は真値雨量の10%とする。

模擬発生流出量データの生成方法を以下に記す。USFモデルに真値雨量を入力して360分間の流出量を算出したものを模擬発生流出量の真値とし、これを真値流出量とする。USFモデルによる流出量の計算においては初期河川流出量 Q_0 を0.01mm/minとし、雨量以外の流入成分および蒸発散量はないものとした。実時間予測計算に用いる流出量データは真値流出量に観測雑音 $N(0, \sigma_2^2)$ を加えたものとし、これを雑音付加流出量とする。本論文では都市中小河川の高水流量観測¹¹⁾においては大きな流出量を正確に把握することが難しいことを考慮し、 σ_2 を真値流出量の30%とする。

生成した雨量データおよび流出量データを図-1に示す。真値流出量のピークは2つあるが、イベント後半のピークの方が大きい流出量となっている。

(3) 実時間予測計算

図-1に示した雑音付加雨量と雑音付加流出量に対して実時間予測計算を行う。計算に際しては1分毎に雑音付加雨量を参照し、60分先までの予測計算を行った。

粒子フィルタの設定においては、粒子数を2通り、初期粒子パラメータを4通り、システムノイズを4通りの計32通りの組み合わせに対する計算により、これらの設定が予測精度に及ぼす影響を検証する。具体的な設定については、粒子数 n は1000個と10000個とし、 $N(\mu, \sigma_3^2)$ に従って発生させる初期粒子パラメータは、 σ_3 をパラメータ真値 μ の10%, 20%, 30%, 50%とし、 $N(0, \sigma_4^2)$

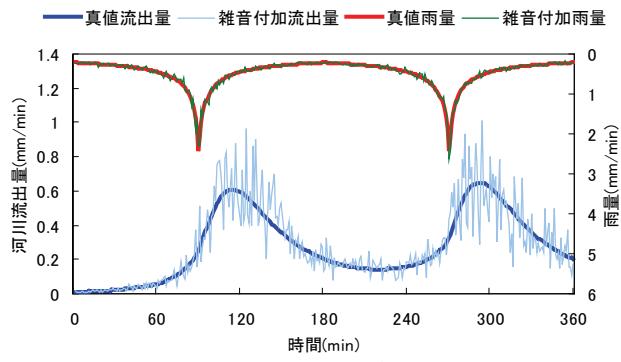


図-1 模擬発生データ

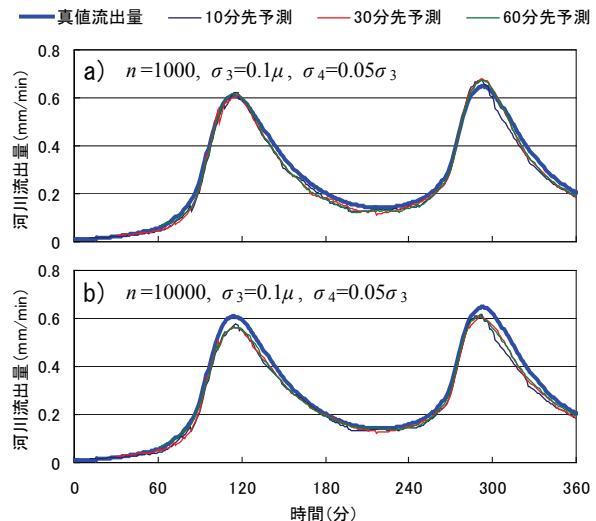


図-2 粒子数別予測流出量 ($\sigma_3 = 0.1 \mu$)

に従って発生させるシステムノイズは、 σ_4 を σ_3 の1%, 5%, 10%, 20%とした。

4. 実時間予測特性

(1) 粒子数による予測精度の変化

$n=1000$, $\sigma_3=0.1 \mu$, $\sigma_4=0.05 \sigma_3$ としたときの予測流出量を図-2aに示す。雑音付加雨量と雑音付加流出量に対して計算を行っているにも拘わらず、10分先、30分先、60分先の予測流出量はイベントを通じて真値流出量と概ね同じものとなっており、粒子フィルタを用いることによって雑音が付加された雨量と流出量から真値を推定できることが分かる。

図-2aに対して n を10000に変更したときの予測流出量を図-2bに示す。予測流出量はイベントを通じて真値流出量と概ね同じものとなっており予測精度は $n=1000$ の場合と大きく変わらない。既往の研究⁵⁾においては粒子数が1000個以上になると予測結果に大きな違いが見られないとしており、本検討においても $\sigma_3=0.1 \mu$, $\sigma_4=0.05 \sigma_3$ の条件では同様の結果となった。

次に、初期粒子のパラメータ分布の範囲を広げて $n=1000$, $\sigma_3=0.3 \mu$, $\sigma_4=0.05 \sigma_3$ としたときの予測流出量を図-3aに示す。初期粒子パラメータの分布が広範囲にな

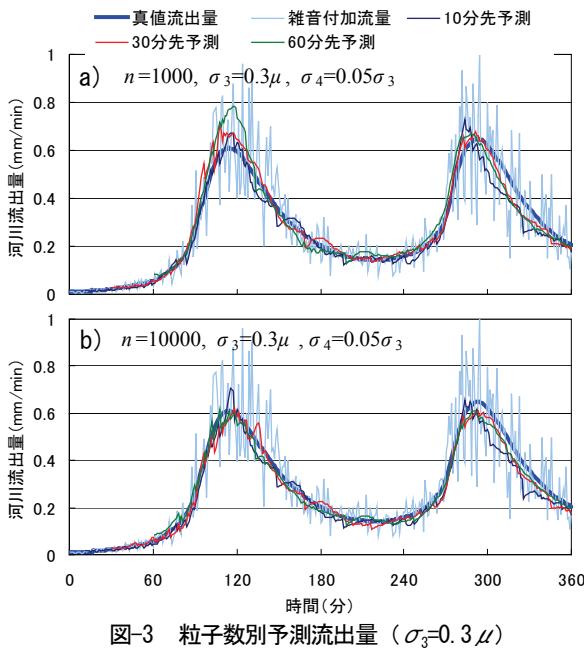


図-3 粒子数別予測流出量 ($\sigma_3=0.3 \mu$)

ることで真値流出量に対する予測精度は低下し、30分先および60分先予測についてみるとイベント前半のピーク付近で真値流出量より大幅に大きくなっている。しかし、雑音付加流出量と比べると極めて真値流出量に近くなっており、初期粒子パラメータの分布範囲が広くなつても真値流出量の推定に粒子フィルタは有用である。

図-3aに対して n を10000に変更した予測流出量を図-3bに示す。真値流出量に対する予測精度について $n=10000$ の予測流出量を $n=1000$ のものと比べると、特にイベント前半のピーク付近において大きな改善が見られ、30分先予測および60分先予測は真値流出量に近いものになっている。

予測精度の点からは状態量の確率分布をより正確に近似するためにより多くの粒子を用いることが望ましいが、計算資源の点からは少ない粒子を用いる方が有利である。真値流出量に対して60分先までの予測を精度良く行うためには、初期粒子のパラメータが真値付近に分布している場合は粒子数が1000個で十分であるが、広範囲に分布している場合にはより多くの粒子を用いることが望ましく、本検討においては粒子数10000個において真値流出量に対して60分先まで良好に予測を行った。

(2) 初期粒子パラメータ分布による予測精度の変化

$n=10000$, $\sigma_4=0.05\sigma_3$ として計算した予測流出量について、60分先予測がある降雨開始後61~360分を対象に真値流出量に対するNash-Sutcliffe指標(NS)を計算した結果を図-4に示す。

図に示した3つの予測流出量は初期粒子パラメータが最も広範囲に分布している $\sigma_3=0.5 \mu$ の NS が小さくなつておらず、初期粒子パラメータが広範囲に分布することで真値流出量に対する予測精度は低下する。また、10分先予測についてはパラメータ分布が真値付近に集中している $\sigma_3=0.1 \mu$ の NS が最も大きくなつたが、30分先と60分先予測においては $\sigma_3=0.1 \mu$ よりパラメータが広く分布し

ている $\sigma_3=0.2 \mu$ の NS が最も大きくなつた。

雑音が付加された雨量と流出量に対して計算を行う場合、パラメータの多様性を確保することが真値流出量を精度良く推定する上で重要である。本検討においては初期粒子パラメータ分布をパラメータ真値の20%に設定したときに良好な結果を得た。なお、10分先予測より30分先、60分先予測のNSが大きくなっているが、これは、NSに大きく影響するピーク付近の流出量を計算する時点の雑音の影響が異なるためである。30分先、60分先予測がピーク付近を計算する時点では10分先予測計算時点より雑音付加流出量に付加された雑音が小さく、雑音の影響が小さい状態量ベクトル X によって予測計算を行つていている。

(3) システムノイズによる予測精度の変化

$n=10000$, $\sigma_3=0.1 \mu$ として計算した予測流出量について、降雨開始後61~360分の真値流出量に対するNSを図-5aに示す。10分先予測はシステムノイズが大きくなると NS が小さくなる傾向がみられるが、30分先予測と60分先予測についてはシステムノイズを大きくしても

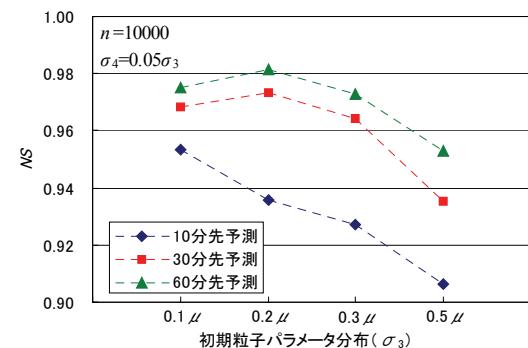


図-4 初期粒子パラメータ分布によるNSの変化

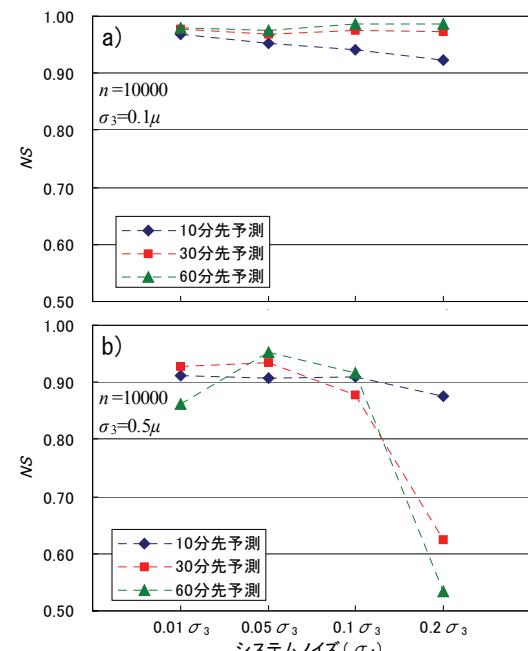


図-5 システムノイズによるNSの変化

NS に大きな違いはみられない。初期粒子パラメータが真値付近に集中している場合、システムノイズの設定は予測精度に大きな影響を及ぼさない。

図-5aに対して σ_3 を 0.5μ に変更した予測流出量に対する NS を図-5bに示す。この図を $\sigma_3=0.1\mu$ のものと比べると、システムノイズが大きい $\sigma_4=0.2\sigma_3$ の場合、30分と60分先予測の NS が大幅に低下しているものの、 $\sigma_4=0.05\sigma_3$ の場合は予測時間に拘らず NS の低下はあまり見られない。

初期粒子パラメータが広範囲に分布している場合、システムノイズの設定は予測精度に大きな影響を及ぼし、特にシステムノイズを過大に設定すると大幅な予測精度の低下を生じる。

システムノイズの付加は、パラメータの多様性を確保し流出計算の状況変化に適応させるのに重要であるが、大きなシステムノイズの付加により予測精度の低下がみられ、システムノイズに適切な規模があることを確認した。本検討においてはシステムノイズの標準偏差を初期粒子パラメータ分布の標準偏差の5%に設定したときの結果が良好であった。

(4) 粒子の時系列変化

$n=10000$, $\sigma_3=0.3\mu$, $\sigma_4=0.05\sigma_3$ としたときの粒子のパラメータ時系列を図-6aに、流出量時系列を図-7aに示す。

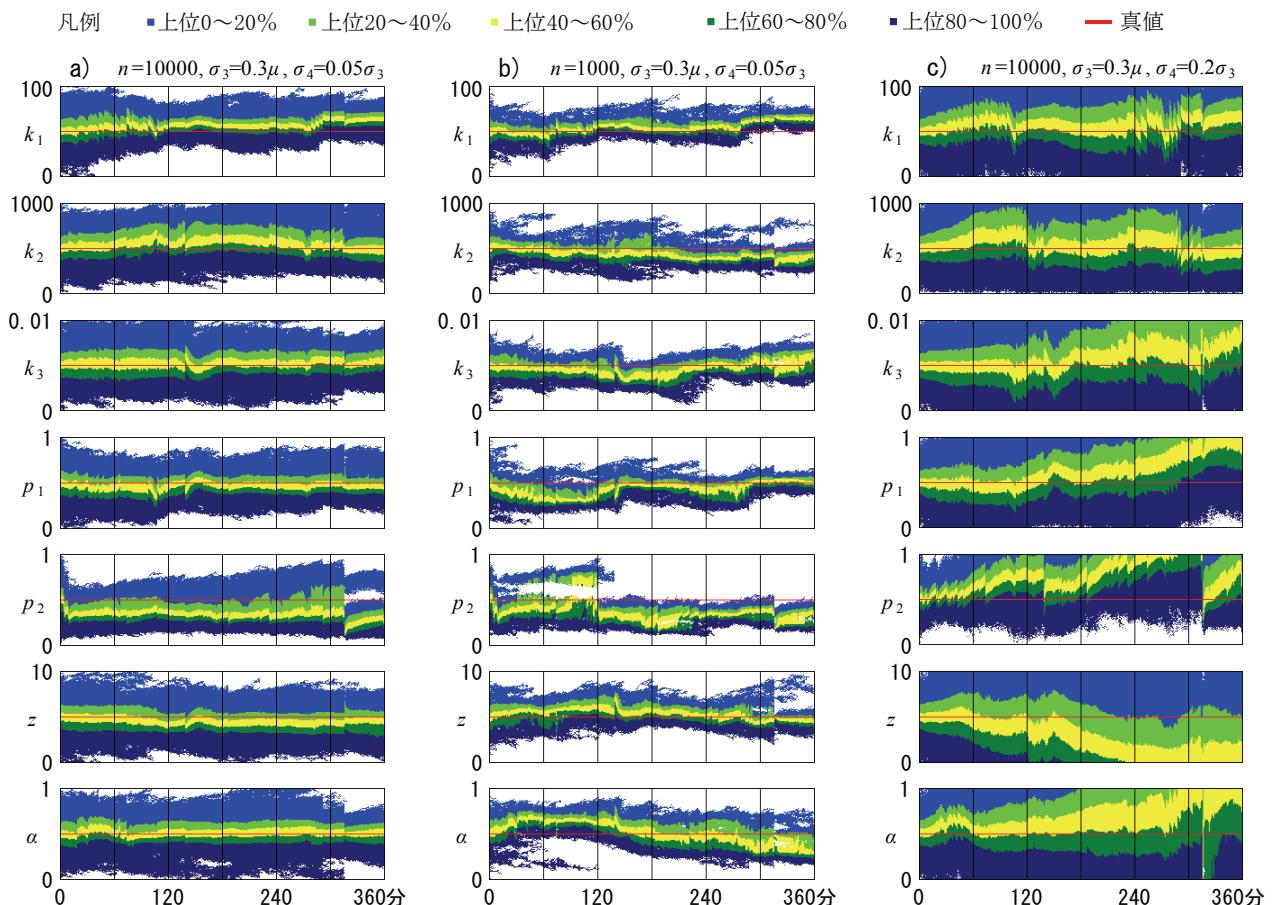


図-6 粒子分布時系列（パラメータ）

図中では各時点において n 個の値をプロットしており、値を降順に並べた順位を示している。図-6aについてみると、 p_2 がイベントを通じて真値より小さい値に多くの粒子が分布しているものの、他のパラメータについてはイベントを通じて概ね真値を中心に分布し、パラメータの分布範囲についてもイベントを通じて大きく変化をしていない。図-7aについてみると、現時点推定と60分先予測の流出量の分布範囲に違いはあるものの分布の中心はほとんど同じ値となっている。

図-6aと図-7aに対して n を1000に変更したときのパラメータ時系列を図-6bに、流出量時系列を図-7bに示す。図-6bは $n=1000$ のものと比べて全てのパラメータについてイベントの進行により分布が大きく変化し、その中心は真値からより離れたものとなっている。また、パラメータの分布範囲はイベントの進行とともに狭くなる傾向がみられる。図-7bについてみると現時点推定と60分先予測の流出量の分布範囲に違いがあり、かつ、分布の中心も大きく異なっている。現時点推定が真値流出量付近に分布していてもパラメータが真値と異なる値に多く分布している場合には、60分先予測の流出量分布の中心は真値流出量と大きく異なるものとなる。

図-6と図-7のaに対して σ_4 を $0.2\sigma_3$ に変更したものを各図のcに示す。図-6cについてみると、全てのパラメータにおいてイベント進行とともに分布範囲が広くなり、

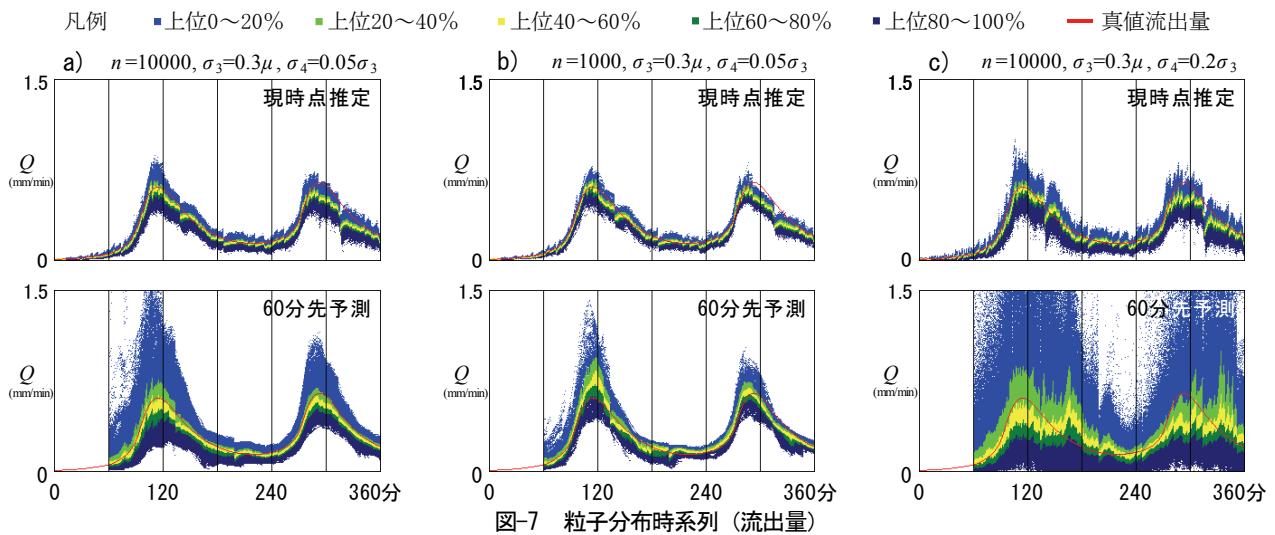


図-7 粒子分布時系列（流出量）

また、パラメータ分布の中心についてもイベントの進行とともに真値から離れる傾向が見られる。図-7cについて $\sigma_4=0.05\sigma_3$ のものと比較すると現時点推定は大きくは変わらないが、60分先予測は各時点において流出量の分布範囲が極めて広く、また、分布の中心は真値流出量とは大分異なった値となっている。

以上のことから、精度良く60分先までの予測計算を行うためには、粒子が保持するパラメータが概ね真値を中心となるように分布するようにし、かつ、分布範囲がイベントの進行によって大きく変化しないように粒子フィルタを設定することが重要だと判断される。

5. まとめ

降雨流出が既知の仮想流域を対象にUSFモデルによる60ステップ先までの実時間予測特性を検証した。まず、粒子フィルタを用いた実時間予測計算アルゴリズムを示した。次に模擬発生させた雨量と流出量に対して粒子フィルタを用いたUSFモデルによって1分毎に流出量を参照しながら60分先までの河川流出量について実時間予測計算を行った。計算においては粒子数、初期粒子パラメータ分布、システムノイズの設定が異なる粒子フィルタを用いて、これらの設定が予測精度に及ぼす影響を検討した。

検討の結果、粒子フィルタの設定について粒子数を10000個以上、システムノイズを初期パラメータ分布の標準偏差の5%として都市中小河川の洪水予測に重要な60分先までの流出量の真値を良好に予測することが可能であることを確認した。また、粒子が保持するパラメータの時系列変化状況から、パラメータ分布範囲がイベントの進行によって大きく変化しないように粒子フィルタを設定することが重要だと示唆された。

今後、本検討結果を踏まえて実流域に本手法を適用し都市中小河川の実時間予測特性に関する検証を行う所存

である。

参考文献

- 1) 高崎忠勝、河村明、天口英雄：都市の流出機構を考慮した新たな貯留関数モデルの提案、土木学会論文集B、Vol.65, No.3, pp.217-230, 2009.
- 2) 盛耕平、高崎忠勝、河村明、天口英雄：都市貯留関数モデルを用いた石神井川の洪水流出予測、土木学会第37回関東支部研究発表会講演集、II-009, 2010.
- 3) 高崎忠勝、河村明、天口英雄：都市貯留関数モデルによる都市中小河川における集中豪雨時の洪水流出計算、水文・水資源学会2011年度研究発表会要旨集, pp.62-63, 2011.
- 4) 工藤亮治、近森秀高、永井明博：粒子フィルタを用いた河川流域における実時間洪水予測、農業農村工学会論文集, No.259, pp.17-25, 2009.
- 5) 立川康人、須藤純一、椎葉充晴、萬和明、キムスンミン：粒子フィルタを用いた河川水位の実時間予測手法の開発、水工学論文集、第55巻, pp.S 511-S 516, 2011.
- 6) 東京都建設局河川部計画課：平成20年における水害記録、pp.23-35, 2010.
- 7) 東京都建設局河川部防災課：平成23年度東京都水防計画、pp.4-25 - 4-26, 2011.
- 8) 樋口知之：粒子フィルタ、電子情報通信学会誌、Vol.88, No.12, pp.989-994, 2005.
- 9) 加藤丈和：パーティクルフィルタとその実装法、情報処理学会研究報告、CVIM、コンピュータビジョンとイメージメディア、2007(1), pp.161-168, 2007.
- 10) 東京都総合治水対策協議会：東京都雨水貯留・浸透施設技術指針（資料編），pp.4-6, 2009.
- 11) 黒羽公明、松岡寿、北野茂夫、高崎忠勝、山本欣司：平成10年度高水および低水流量観測結果、平成11年東京都土木技術研究所年報, pp.249-256, 1999.