

# レーダ定数の特性および地上雨量の 実時間予測に関する研究

河村 明<sup>1</sup>・神野健二<sup>2</sup>・古川 節<sup>3</sup>・脇水健次<sup>4</sup>・西山浩司<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科 (〒812福岡市東区箱崎6-10-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科

<sup>3</sup>正会員 工修 (株) 西松建設 東北支店

<sup>4</sup>農修 九州大学助手 農学部農業土木学科

<sup>5</sup>理修 九州大学助手 工学部建設都市工学科

本来、レーダ定数( $B, \beta$ )は時空間的に変化するが、現在は最適と考えられる一組の( $B, \beta$ )に固定し、レーダ方程式を用いて降雨強度に変換している。この場合、精度上問題があると言われている。

そこで本研究では、地上雨量観測点毎に最適レーダ定数を算定し、レーダ定数が観測点毎にかなり異なることを明らかにし、レーダ定数間に高い相関があることなど、レーダ定数の特性について詳細に検討を行う。次に、得られたレーダ定数間の関係を用いて、拡張カルマンフィルター理論により、レーダ定数を観測点毎に逐次補正しながら地上雨量の実時間予測、推定を行うモデルを構築する。そして、本手法を降雨原因の異なる実測データに適用し、その精度と特性について検討する。

**Key Words :** radar parameters, radar reflectivity factor, ground rainfall, extended Kalman filter, real-time prediction

## 1. はじめに

水文解析の基礎情報としての地上雨量は、渇水や洪水、その他の災害を防止する上で重要な要素となる。レーダ雨量計による雨量観測は、短時間に広範囲にわたる雨量情報を得ることができるので、地上雨量の短時間予測を行う上で有力な手段であるが、実際の地上雨量への実時間変換は容易でないのが現状である。一般にレーダ雨量計により雨量を求めるためには、レーダ方程式 $Z=BR^{\beta}$ 中のレーダ定数 $B, \beta$ の値が既知でなければならず、同定のための手法として種々検討がなされている<sup>1)~6)</sup>。

レーダ雨量はレーダビーム内の大気中に含まれている総量として観測される。このレーダ雨量に含まれる誤差要因としては、①レーダを構成するハード機器の特性、②レーダビームの伝搬特性、③レーダ方程式の成立条件と実際の気象条件との差異などが考えられる<sup>3), 6)~9)</sup>。また、レーダ雨量を地上雨量と比較するときの誤差要因としては、レーダ雨量と地上雨量の観測空間スケールおよび時間スケールの差異に起因するもの、降雨の減衰、遮蔽、移流に起因するもの、そして気象特性に基づく $B, \beta$ の変動特性に起

因するものなど多くの要因が考えられる<sup>6), 10), 11)</sup>。この場合、地点雨量として表される地上雨量を、レーダ雨量計で計測している面積雨量に合理的に変換して対比させる手法、特性については種々検討がなされている<sup>12)~16)</sup>。しかしながら、何を地上降雨の真の値とするかという議論はあるものの、レーダ雨量と地上雨量との一致性は $B, \beta$ に依存するところが大であり、 $B, \beta$ を適切に定めることができればレーダ雨量の精度を向上させるために重要である<sup>4)</sup>。

レーダ定数を同定する手法として気象学的な方法と統計的方法の2つの手法がある<sup>1)~3)</sup>。前者は、雨滴の粒径分布と雨滴の落下速度を与えてレーダ定数を理論的に同定する手法<sup>17), 18)</sup>であり、後者は、レーダ反射因子 $Z$ と地上観測雨量 $R_g$ の複数組のデータから最適レーダ定数を求める統計学的な手法である。後者の手法としては、例えば対数線形回帰法や層別平均値法、同手法に重み付けを行った場合、非線形回帰などが用いられている<sup>3), 5), 19), 20)</sup>が、いずれの手法においても一応 $B, \beta$ は互いに独立な変数として取り扱われており、また簡単のため1降雨あるいは複数の降雨に対して時空間的に1組、あるいは流域毎に1組のレーダ定数を算定しているものが多い。そして、通

常はこのように、簡便のため、レーダ定数は時空間的に一定として取り扱っている。しかしながら、本来、レーダ定数は降雨のタイプにより異なることが示されており<sup>21)~23)</sup>、また、雨滴粒径分布などの物理的状況が時間的・空間的に変化するため、結果的にレーダ定数も時空間的に変動することが明らかとなっている<sup>2),24),25)</sup>。

さて、実用的に出水予測精度の向上を図り、豪雨・洪水災害を防止・軽減するためには、レーダ雨量計のデータを降雨強度に変換するレーダ定数を時空間的に変化させ、実時間でこれらを逐次補正し、地上雨量の予測、推定精度の向上を目指す必要があると考えられる<sup>2),15),17),26),27)</sup>。

そこで本研究では、まず、種々の降雨例に対して、レーダ雨量と地上雨量の残差平方和が最小となるようなレーダ定数を、地上雨量観測点ごとに求め、レーダ定数が推定誤差に及ぼす感度やその特性について検討を行った。この場合、本来ならば雨滴の粒径分布の観測に基づいて気象学的にレーダ定数のキャリブレーションを行うのがよいと考えられるが、ここでは、より実際的な立場より地上雨量計のデータを用いている<sup>4)</sup>。また、雨滴粒径分布の観測値より、レーダ定数を求める場合にも統計操作は不可欠であり<sup>3),17)</sup>、前述の気象学的方法と統計的方法とでは、用いるデータがレーダ反射因子 $Z$ と地上雨量 $R_g$ であるか雨滴粒径分布であるかの違いに起因して、物理的か統計的かという違いよりも統計処理するパラメータが異なるにすぎないとも指摘されている<sup>17)</sup>。

次に、拡張カルマンフィルター理論を用いて、各地上雨量観測点毎に、上記で得られたレーダ定数間の特性を組み込んだ地上雨量の実時間予測モデルを構築した。これは従来、レーダ定数の逐次補正による地上雨量の実時間予測を行う場合、レーダ定数の値に制約をつけないで、各流域・各観測点毎に地上雨量に換算すると、時々異常な値が出現することなど<sup>4),26),27)</sup>を考慮したためである。そして本モデルを実際の降雨に適用して、本モデルによる地上雨量予測精度と特性について検討を行った。

## 2. 観測地点別レーダ定数の特性

### (1) 最適レーダ定数の同定

レーダ雨量計とは、回転するアンテナからストームに向けて電磁波を送信し、雨滴群から戻ってきた反射電磁波をレーダ反射因子 $Z(\text{mm}^6/\text{m}^3)$ に変換し、降雨強度（レーダ雨量） $R_r(\text{mm}/\text{hour})$ を推定する装置である<sup>7)</sup>。この場合全方向から受信電力が得られ、それ

を方向別距離別に時空間的平均化を行った後、次式(1)で表される $Z$ と $R_r$ との経験的関係（レーダ方程式）を用いて降雨強度に変換している<sup>1)~3)</sup>。

$$Z = BR_r^\beta \quad (1)$$

ここで、 $B$ 、 $\beta$ はレーダ定数と呼ばれ、前述のように降雨の種類や地形的要因により異なり、また時空間的に変動すると考えられるが、従来は簡単のため、時空間的にレーダ定数を固定して降雨強度が求められることが多い。

本研究における最適レーダ定数の推定には、北海道ピンネシリ山に設置された北海道開発局道央レーダにおいて観測された、レーダ反射因子 $Z$ および同観測円内に設置してある地上雨量 $R_g$ の観測データを用いた。表-1に本レーダの諸元を示している。本レーダではレーダ反射因子 $Z$ は、レーダサイトから半径120kmの円を半径方向に40、円周方向に128分割した面積平均値として5分おきに観測される。一方、地上雨量は同観測域内にある地上雨量計で1時間の総降雨量 $R_r(\text{mm}/\text{hour})$ として観測されている。従って、レーダ反射因子 $Z$ と時間平均レーダ雨量 $\bar{R}_r$ との関係を式(2)のように定式化し<sup>3)</sup>、また地上雨量 $R_g$ は $\bar{R}_r$ に誤差項 $w$ を付加した形で式(3)とする<sup>28)</sup>。この場合、本研究では、とりあえず基礎的で簡単な場合として、地上観測点雨量とその観測点直上のレーダメッシュにおけるレーダ雨量を対応づけている。

$$\bar{R}_r(i,k) = \sum_{n=1}^{12} \frac{1}{12} \left( \frac{Z_n(i,k)}{B(i)} \right)^{1/\beta(i)} \quad (2)$$

$$R_g(i,k) = \bar{R}_r(i,k) + w(i,k) \quad (3)$$

ここで、

$R_g(i,k)$ ：観測点*i*において時点(*k-1*)から時点*k*までの1時間で観測された地上雨量(mm/hour)

表-1 レーダ諸元

サイト名	北海道開発局道央レーダ (ピンネシリ)
設置標高	1,107.0 m
送信電力	250 kW
波長	5.70 cm
周波数	5,200 MHz
パルス幅	2 μs
ビーム幅	1.03°

表-2 解析対象降雨一覧

降雨No.	降雨イベント	降雨時間（降雨継続時間）	降雨原因
1	'88.8.5	1988年8月 5日 0時～ 5日13時 (13時間)	高気圧周辺部
2	'88.8.12	1988年8月12日 8時～13日 0時 (16時間)	高気圧周辺部
3	'88.8.25	1988年8月25日10時～26日13時 (27時間)	停滞前線
4	'88.8.28	1988年8月28日12時～29日 2時 (14時間)	停滞前線
5	'89.6.28	1989年6月28日16時～29日16時 (24時間)	温帯低気圧
6	'89.9.3	1989年9月 3日17時～ 4日 9時 (16時間)	温帯低気圧

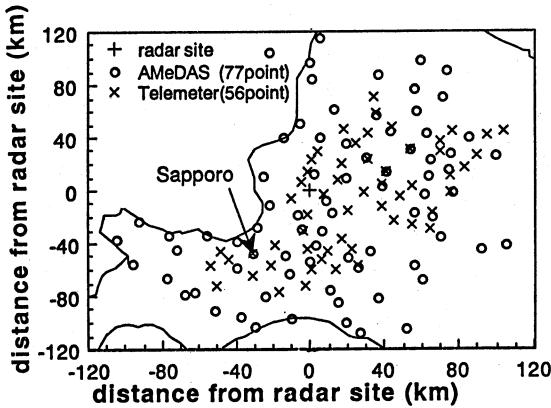


図-1 地上雨量観測点分布

$Z_n(i,k)$ : 地上雨量観測点*i*の直上レーダメッシュにおいて、時点(*k-1*)から時点*k*までの1時間の5分おきに観測されたレーダ反射因子( $\text{mm}^6/\text{m}^3$ )

$R_r(i,k)$ : 地上雨量観測点*i*の直上レーダメッシュにおいて、時点(*k-1*)から時点*k*までの1時間の時間平均レーダ雨量( $\text{mm}/\text{hour}$ )

*n*: 1時間内の各5分ごとの時間ステップ

(*n*=1~12)

$w(i,k)$ : 誤差項( $\text{mm}/\text{hour}$ )

表-2に解析対象降雨イベント6例の降雨期間および降雨原因を示すが、すべて夏場の降雨を対象としている。なお表中の降雨原因については該当する天気図<sup>29)</sup>により推定した。また、図-1に地上雨量観測点の分布を示すが、本解析においては、アメダス77地点、テレメータ56地点の計133地点の地上観測点を用いた。但し、各降雨イベント毎に、地上雨量に欠測のある観測点および時間雨量の最大値が1( $\text{mm}/\text{hour}$ )以下の観測点については解析から除外した。図-2に、表-2の6つの降雨イベントのうち降雨イベントNo.1, No.3, No.5, およびNo.6に対する地

上雨量の総雨量分布を示している。なおこの総雨量分布の作図にあたってはKriging法<sup>16),30),31)</sup>を用いた。

次に、式(3)の時間平均レーダ雨量 $\bar{R}_r$ と地上雨量 $R_g$ との残差二乗和の平方根を最小にするような最適レーダ定数を、各降雨イベントおよび各観測点毎に1組づつ求めた。即ち、

$$J_i(B(i), \beta(i)) = \sqrt{\frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} [\bar{R}_r(i,k) - R_g(i,k)]^2} \quad (4)$$

$$J_{i\min} = \min_{B(i), \beta(i)} J_i(B(i), \beta(i)) \quad (5)$$

ここに、 $N_k$ は観測時間数である。この場合、求めるべきレーダ定数 $B, \beta$ とレーダ雨量 $\bar{R}_r$ とを式(2)で対応づけているので、よく用いられている対数変換を行って線形回帰分析法<sup>5), 6)</sup>を用いる方法は適用できない。そこで最適パラメータの同定法として非線形最小二乗法<sup>32)</sup>を用いることになるが、式(4)の極小値がいくつもある場合、初期値の与え方によって異なる極小値に収束してしまう可能性がある<sup>27)</sup>。著者らも当初、修正マルマート法<sup>32)</sup>により式(4)を最小化する最適レーダ定数の同定を試みた<sup>33)</sup>が、初期値により異なるパラメータ値に収束することが分かった。そこで本研究ではまず、式(4)の $J_i(B(i), \beta(i))$ の分布を探る目的も含め、最適レーダ定数を求める手法として感度分析法<sup>34)</sup>を用いた。この場合、レーダ定数 $B$ については、常用対数 $\log B$ の値で-1.0~4.0の範囲を刻み間隔 $\Delta \log B=0.04$ として、また $\beta$ については0.5~6.0の範囲を刻み間隔 $\Delta \beta=0.1$ として、総計7056通りの組み合わせの中から探索を行い、式(4)の $J_i$ を最小にするような最適レーダ定数 $B, \beta$ を、全ての観測点に対して求めた。図-3に、降雨イベントNo.3のある観測点における $J_i(B(i), \beta(i))$ の分布を示す、また図-4に、降雨イベントNo.1, No.3, No.5, およびNo.6に対する観測点毎の最適レーダ定数の分布を、そして表-

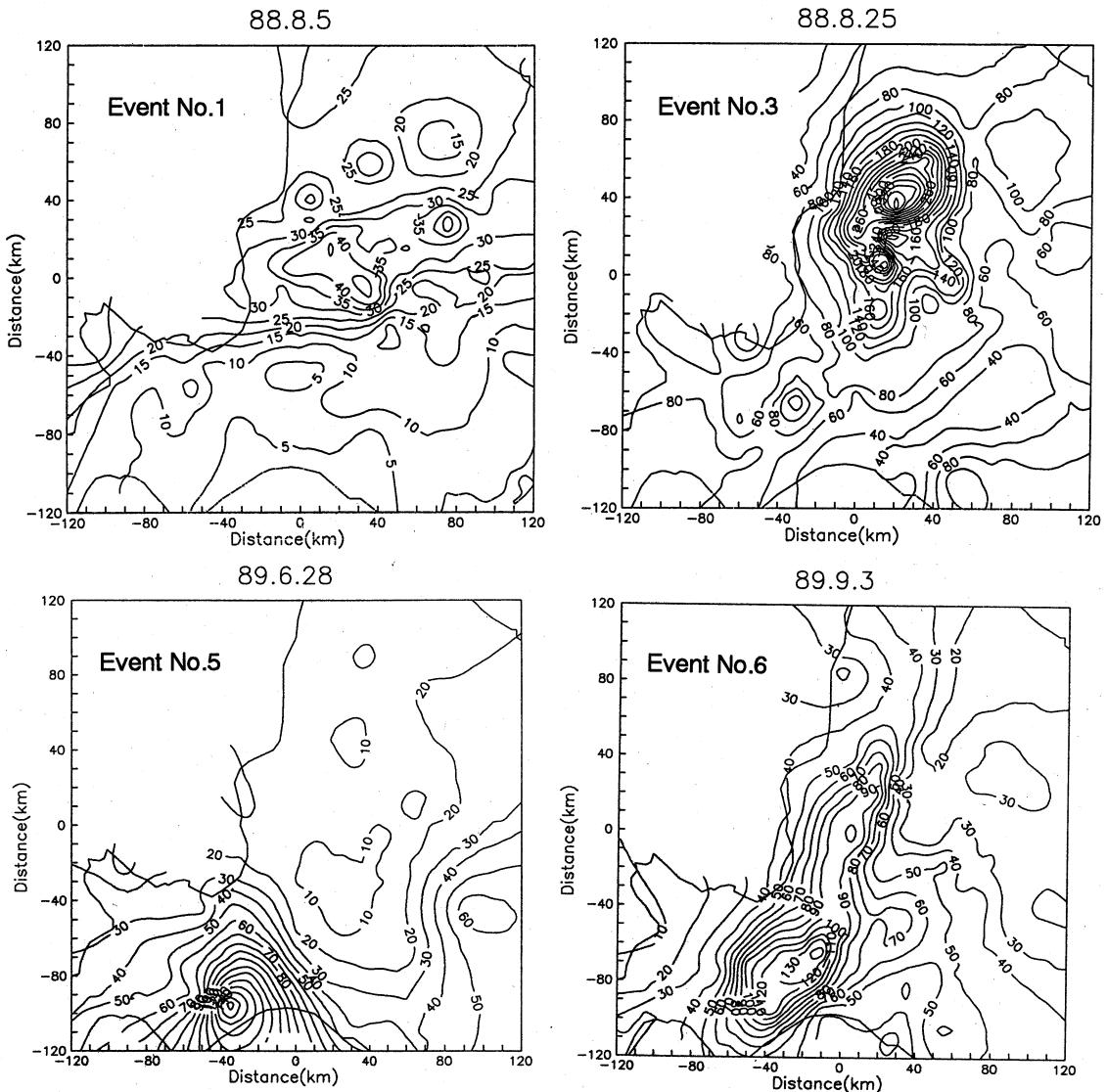


図-2 降雨イベントNo.1, No.3, No.5およびNo.6の総降雨量分布

3の第2列には $\log B$ と $\beta$ の相関係数を示している。

## (2) レーダ定数の特性

図-3より、 $J_i(B(i), \beta(i))$ の極小となる点は1箇所であり、その極小値(最小値と等しい)は細長い帯状の領域に存在することが分かる。逆に、その細長い領域内のレーダ定数を選択すれば、二乗平均誤差にはほとんど差がないと言える。また、レーダ定数は降雨原因や時空間的に変動することが示されているが<sup>2), 6), 21)~25)</sup>、図-4の結果によれば、さらに1つの降雨イベントにおいても観測点毎に最適なレーダ定数

の値はかなりばらつくことが分かる。レーダ定数は雨滴粒径分布により理論的に決定される<sup>3), 17)</sup>が、図-4によれば観測点毎に雨滴粒径分布はかなり異なることが示唆される。これは、図-2に示す総降雨量分布(ひいては時間平均雨量分布や時間最大雨量分布)の違いが大きな原因と考えられる。

また、図-4より、観測地点別最適レーダ定数の分布は降雨原因そのものにはあまり関係しないようである。それよりも、図-2のイベントNo.1のように総降雨量が全体的に小さい場合、およびイベントNo.5のように局地的降雨で周辺の降雨量が小さい場

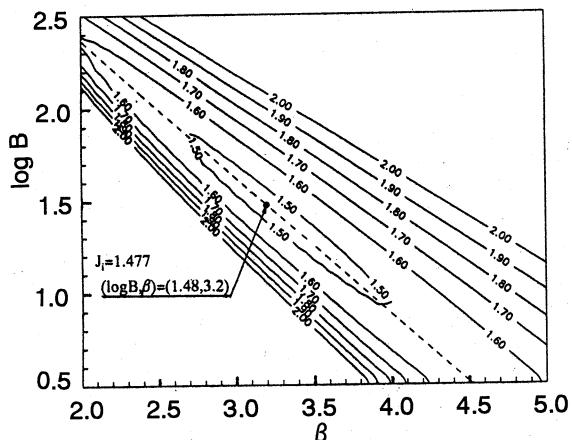


図-3  $J_i(B(i), \beta(i))$  の分布

合には、図-4のように観測地点毎の最適レーダ定数はばらつき、相関係数も小さくなる傾向にある。また図-2のイベントNo.6のように空間全体的に降雨量が大きくなれば、図-4のイベントNo.6のよう

に最適レーダ定数のばらつきは小さく、その傾きが大きくなる傾向にある。すなわち、どんな降雨原因であっても、空間的にみれば様々な雨滴粒径分布が混在しているのではないかと考えられる。

雨滴粒径分布については、多くの研究者により実験されているが、よく用いられるMarshall-Palmerによる雨滴粒径分布の関係式<sup>34)</sup>によれば、

$$N(D) = N_0 e^{-AD} \quad (6)$$

で表される。ここに、 $N(D)(\text{mm}^{-1}\text{m}^{-3})$ は単位体積当たりの体積相当直径 $D(\text{mm})$ の雨滴数、 $N_0$ は定数(Marshall-Palmerでは $8000\text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}$ )、 $A(\text{mm}^{-1})$ は降雨強度の関数である。式(6)の雨滴粒径分布の仮定が厳密に成立すれば、レーダ定数 $B, \beta$ は互いに独立な変数として記述でき、式(1)のレーダ方程式の形で表される(補遺(1)参照)。しかし、前述のように、図-4、表-3の結果によると、各観測点毎の最適レーダ定数間にかなり高い相関が見られる。これより、観測点毎にレーダ定数を推定する場合、レーダ定数間の関係を

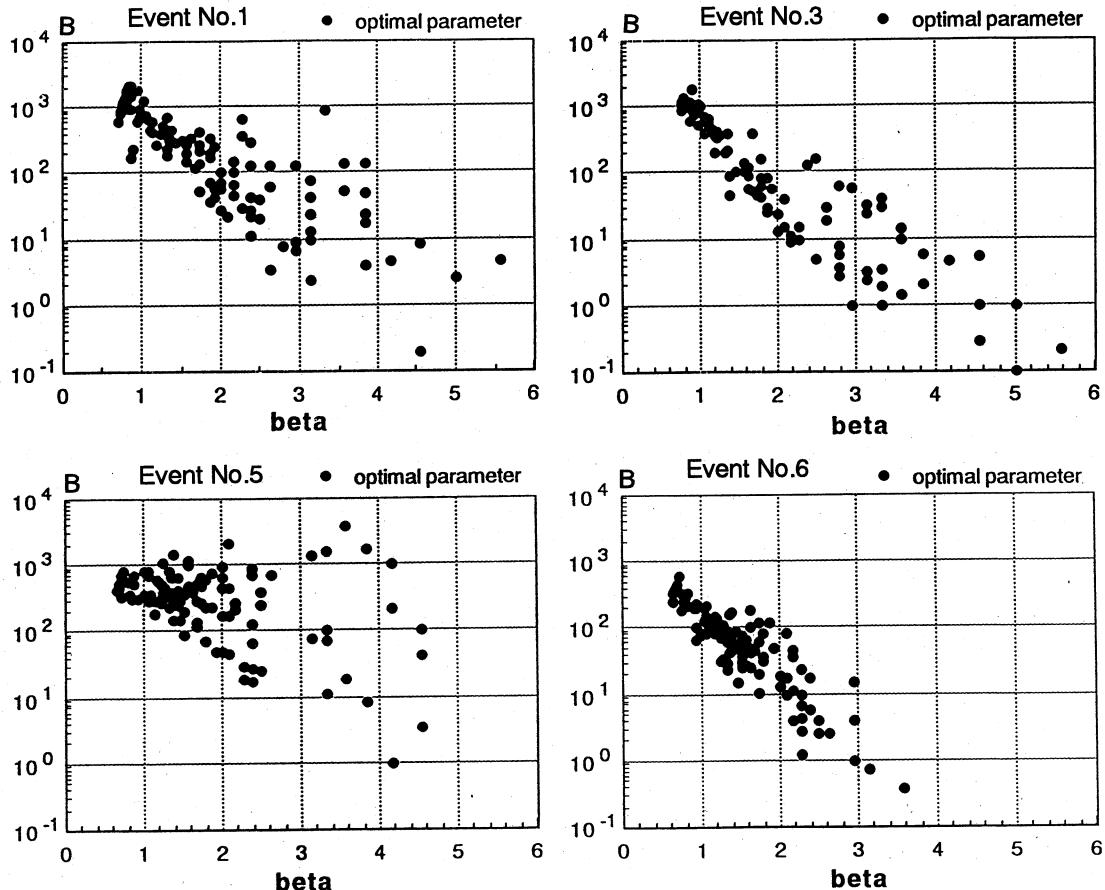


図-4 降雨イベントNo.1, No.3, No.5およびNo.6に対する最適レーダ定数 $B, \beta$ の分布

表-3 レーダ定数、レーダパラメータ間の相関係数

降雨No.	相関係数	
	$\log B, \beta$	$\log A, c$
1	-0.63	-0.98
2	-0.64	-0.98
3	-0.91	-0.99
4	-0.51	-0.93
5	-0.45	-0.97
6	-0.90	-0.98

考慮する必要があるといえよう。なお、同定した最適レーダ定数値 $B(i), \beta(i)$ および式(5)の $J_{\min}$ の空間分布については参考文献35)、最適レーダ定数と観測地点別時間平均雨量の関係については参考文献36)を参考されたい。

### (3) 実時間予測用レーダ定数の導入

地上雨量をオンラインで予測する場合には、予測手法のある程度の簡略化が必要である。レーダ定数 $B, \beta$ を用いると予測手法の定式化がやや複雑になる<sup>37)</sup>ため、本研究では、新たに式(7)で表されるパラメータ $A, c$ を導入して、レーダ定数 $B, \beta$ の変換を行った。その結果、式(2)は式(8)のように表される。

$$A(i) = (1/B(i))^{c(i)}, \quad c(i) = 1/\beta(i) \quad (7)$$

$$\bar{R}_r(i, k) = \sum_{n=1}^{12} \frac{1}{12} A(i) Z_n(i, k)^{c(i)} \quad (8)$$

ここでも、各観測点毎に最適の $B, \beta$ を求めた場合と同様の評価方法により、最適レーダパラメータ $A, c$ を求めた。この場合、パラメータ $A$ については、その常用対数 $\log A$ の値で-4.0~1.0の範囲を刻み間隔 $\Delta \log A=0.04$ として、また $c$ については0.02~1.6の範囲を刻み間隔 $\Delta c=0.02$ として、総計10080通りの組み合わせの中から探索を行い、時間平均レーダ雨量 $\bar{R}_r$ と

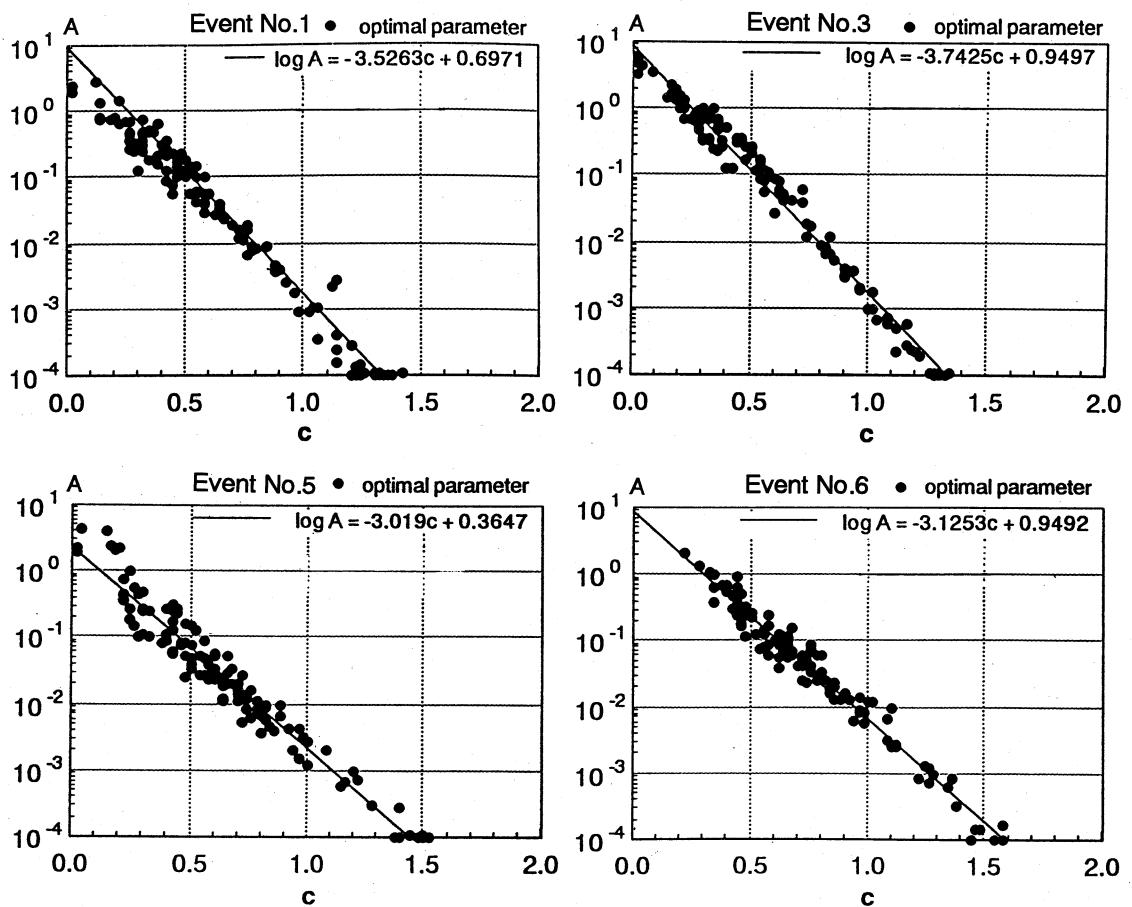


図-5 降雨イベントNo.1, No.3, No.5およびNo.6に対する最適レーダパラメータ $A, c$ の分布

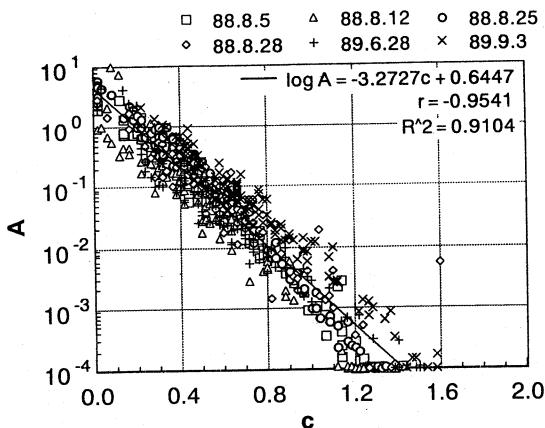


図-6 全降雨イベントに対する最適パラメータ $A, c$ の分布

地上雨量 $R_g$ との残差二乗和の平方根を最小にするような最適レーダパラメータ $A, c$ を、全ての観測点に対して求めた。なお、こうして求めた観測点毎の最適レーダパラメータ $A(i), c(i)$ の値は最適レーダ定数 $B(i)$ ,  $\beta(i)$ を式(7)で変換した値と大差はなかった。図-5に、降雨イベントNo.1, No.3, No.5, およびNo.6に対する観測点毎の最適レーダパラメータ $A, c$ の分布を、そして表-3の第3列に $\log A$ と $c$ の相関係数を示す。また、図-6には全降雨イベントに対する最適レーダパラメータ $A, c$ の分布をまとめて示している。

図-5より、各点が図-4のそれに比べ直線上によく並んでいるのが分かる。また表-3より $\log A$ と $c$ の相関は、 $\log B$ と $\beta$ のそれと比べ格段に相関が高くなっている。これは元々 $A, c$ 間に式(7)の関数関係が内在するためである。次に図-6より、観測点毎の最適レーダパラメータ $A, c$ の最適値は、降雨イベントに関係なく、即ち降雨原因に関係なくほぼ1つの直線上に並んでいることが分かる。この場合の $\log A$ と $c$ の相関係数は0.95で、この直線式は次式で表される。

$$\log A = -3.2727c + 0.6447 \quad (9)$$

そしてこの直線関係を後述の実時間地上降雨予測の中に組み込むこととする。

### 3. 実時間地上降雨予測

#### (1) 拡張カルマンフィルターによる定式化

地上雨量の実時間予測には拡張カルマンフィルター理論(EKF)を用いる。この理論は、式(10)で表されるようなシステムの状態量 $x$ を推定するのに適用さ

れ、そのシステムの状態量 $x$ は式(11)の観測方程式を通して観測される<sup>38)</sup>。

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + \alpha(k) + u(k) \quad (10)$$

$$y(k+1) = I(k+1)x(k+1) + s(k+1) + w(k+1) \quad (11)$$

ここに、 $k$ : 時点

$x$ : システム状態量ベクトル

$\Phi$ : 既知の状態遷移マトリクス

$\alpha$ : 既知の定数ベクトル

$I$ : 既知の変換マトリクス

$u$ : システム雑音ベクトル

$y$ : 観測量ベクトル

$s$ : 既知の観測マトリクス

$w$ : 観測雑音ベクトル

そして式(10), 式(11)を定式化することにより、時点 $(k+1)$ までの観測量による $x(k+1)$ の最適推定値 $\hat{x}(k+1|k+1)$ は、カルマンフィルターのアルゴリズムに従い逐次推定される<sup>38)</sup>。

ここで、式(8)を用いた降雨予測モデル式(3)を上記EKFのシステム方程式(10)および観測方程式(11)に適用するためには、まず式(8)中の未知パラメータ $A, c$ をEKFで同定すべき変数として、EKFにおけるシステム状態量 $x$ にとる。すなわち、 $x = [x_1, x_2]^T = [A, c]^T$ ( $T$ : 転置)とする。この場合、状態量ベクトル $x$ の遷移方程式は $dx/dt = 0$ と考えるので、式(10)の $\Phi = I$ (単位行列),  $\alpha(k) = 0$ となる。

次に、式(11)の観測方程式を定式化するためには、まず、式(8), 式(3)の地上降雨予測モデル式を観測方程式に取り込み、さらに、図-6の $A, c$ の関係をEKFに組み込むため、式(9)の回帰式も観測方程式(11)に取り込む。すなわち、観測点 $i$ の実測地上降雨 $R_g(i, k)$ の値および回帰式(9)における切片を観測可能な値として観測方程式(11)の観測量 $y = [y_1, y_2]^T$ にとると、 $y_1, y_2$ は次式となる。

$$\begin{cases} y_1 = R_g(i, k) = \sum_{n=1}^{12} \frac{1}{12} A(i) Z_n(i, k)^{\alpha(i)} + w_1(i, k) \\ y_2 = b = a \times c(i) + \log A(i) + w_2(i, k) \end{cases} \quad (12)$$

ここで、式(12)の第2式には雑音項 $w_2$ が付加され、定数 $a, b$ は、それぞれ回帰式(9)における傾きにマイナスを付加した値および切片を表しており、 $a = 3.2727$ ,  $b = 0.6447$ である。さらに、式(12)の右辺の雑音項 $w$ を除いた部分を、同定すべきパラメータ $x = [A, c]^T$ のペ

クトル関数  $g(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x})]^T$  とおき、式(12)をベクトル表示すると次式となる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{w} \quad (13)$$

ここに、 $\mathbf{y} = [y_1(\mathbf{x}), y_2(\mathbf{x})]^T$ ,  $\mathbf{w} = [w_1(\mathbf{x}), w_2(\mathbf{x})]^T$ である。

さてここで、 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ は非線形関数であるので $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ を $\mathbf{x}$ の近傍 $\mathbf{x}'$ でTaylor級数展開し、1次の項までとると次式(14)を得る。

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = J(\mathbf{x}')\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x}') - J(\mathbf{x}')\mathbf{x}' \quad (14)$$

ここに、 $J(\mathbf{x}')$ はヤコビアン行列である。さらに式(14)を式(13)に代入すると、結局、観測方程式 $\mathbf{y}$ は次式で表される。

$$\mathbf{y} = J(\mathbf{x}')\mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x}') - J(\mathbf{x}')\mathbf{x}' + \mathbf{w} \quad (15)$$

ここで式(15)は、式(11)の $\Gamma = J(\mathbf{x}')$ ,  $s = \mathbf{g}(\mathbf{x}') - J(\mathbf{x}')\mathbf{x}'$ の場合に相当し、この場合 $\Gamma$ は $(2 \times 2)$ のマトリックス、 $s$ は2次元ベクトルでありそれぞれ次式(16), (17)で表される。

$$\begin{aligned} \Gamma &= \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} Z_n(i, k)^c(i) & \frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} A^*(i) Z_n(i, k)^c(i) \ln Z_n(i, k) \\ \frac{1}{A^*(i)} \log e & a \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

$$s = \begin{pmatrix} -\frac{1}{12} \sum_{n=1}^{12} A^*(i) c^*(i) Z_n(i, k)^c(i) \ln Z_n(i, k) \\ \log A^*(i) - \log e \end{pmatrix} \quad (17)$$

## (2) 適用例

ここでは、表-2の6つの降雨イベントの中からイベントNo.3の降雨に対して、観測点毎(116地点)に前項で定式化したEKFを適用し、レーダデータを用いた実時間での地上降雨予測を行った。この場合の実時間降雨予測というのは、例えばある時点 $k$ での(時点 $(k-1)$ から時点 $k$ までの1時間)地上降雨予測を行うのに、時点 $(k-1)$ から時点 $k$ までの5分間隔12個のレーダデータ(レーダ反射因子 $Z$ )を取り込み、時点 $(k-1)$ までのレーダデータおよび実測地上降雨を用いて同定されているレーダパラメータ $A, c$ を適用して、式(8)の地上降雨モデル式により逐次地上降雨を予測することを意味している。すなわち、観測点 $i$ における時点 $k$ での1時間降雨量の予測値 $\hat{R}_g(i, k)$ は、 $(k-1)$ 時点までのデータを用いて、EKFにより同定されたパラメータ $\hat{A}(i, k|k-1)$ ,  $\hat{c}(i, k|k-1)$ 及び時点 $(k-1)$ から時点 $k$ までの5分間隔12個のレーダ反射因子 $Z$ を用いて次式により求められる。

$$\hat{R}_g(i, k) = \sum_{n=1}^{12} \frac{1}{12} \hat{A}(i, k|k-1) Z_n(i, k)^{\hat{c}(i, k|k-1)} \quad (18)$$

さらに、 $k$ 時点までのデータを用いて同定されたレー

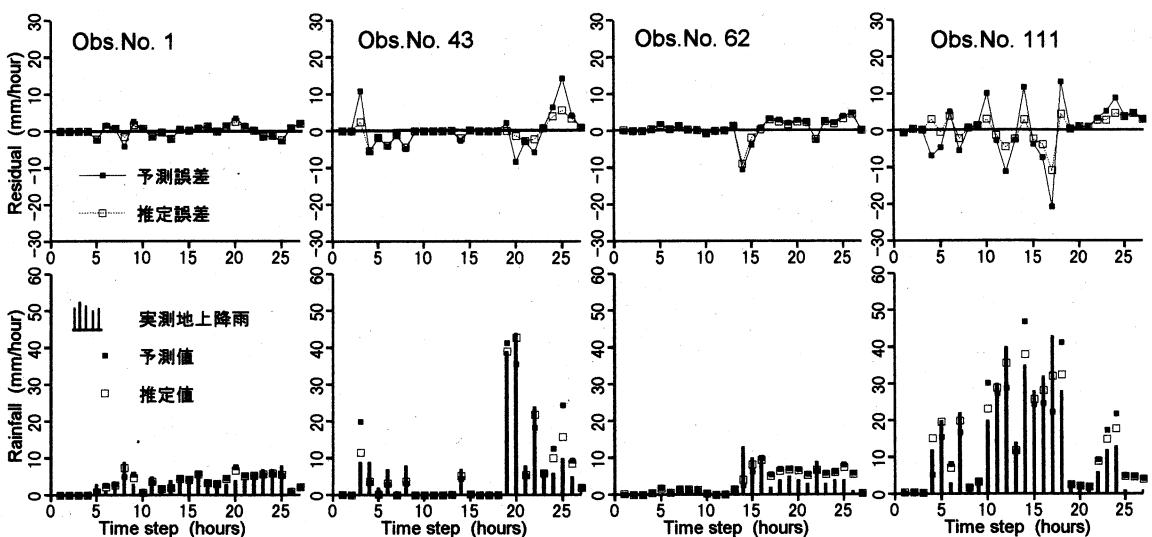


図-7 レーダデータを用いたEKFによる地上雨量の実時間予測・実時間推定結果

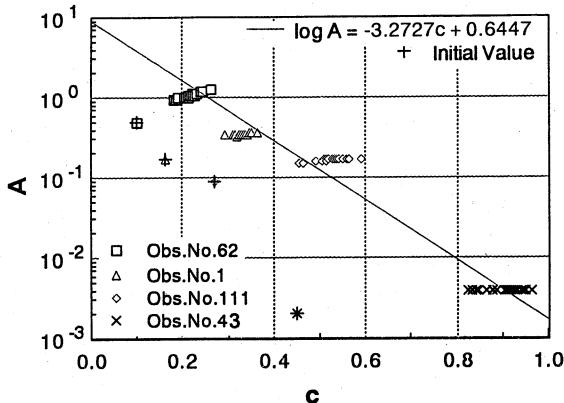


図-8 EKFによるレーダパラメータ $A, c$ の同定結果

ダパラメータで、その時点( $k$ 時点)の地上雨量を計算した場合は「推定」と呼ぶことにする。

なお、この場合のEKFの各変数の設定としては、状態量 $x$ の初期推定値 $\hat{x}(0|0)$ には、前節2.(3)で求めた最適レーダパラメータ $A(i), c(i)$ の50%の値を与えた。また、システム雑音 $u$ の共分散行列には $\hat{x}(0|0)$ の共分散の0.01%（ただし非対角要素は0とした）、観測雑音 $w_1$ の分散は $1.0(\text{mm}/\text{hour})^2$ 、 $w_2$ の分散は $0.3^2$ を与え、各観測点毎にレーダデータを用いた地上雨量の予測および各パラメータの逐次推定を行った。

図-7に、116の観測点のうち適当に選んだ4観測点におけるEKFによる実時間地上降雨予測および実

時間推定結果を示している。なお、予測・推定誤差は残差二乗和の平方根として表している。図-8には、これら4観測点において、EKFにより同定されるレーダパラメータ $A(i), c(i)$ の時間的変化を示している。また、図-9には参考のため、同じ4観測点に対する本レーダの運用レーダ定数である $(B, \beta) = (180, 1.6)$  (if  $Z < 5000$ )、 $(B, \beta) = (410, 1.2)$  (if  $Z \geq 5000$ ) に固定した場合、およびその観測点での最適パラメータ $A(i), c(i)$ に固定した場合の2種類の手法による地上雨量の予測結果を示している。この場合、時点 $k$ の予測というのは、時点 $(k-1)$ から時点 $k$ までの5分間隔12個のレーダ反射因子 $Z$ を取り込んだ後、上記の運用 $B, \beta$ および最適固定パラメータ $A, c$ を用いて、式(2)および式(8)を用い地上降雨に変換した値である。

次に、表-4には、上記3手法による116観測地点全体に対する予測誤差、推定誤差、総雨量比を示している。なお、運用レーダ定数である $B, \beta$ に固定する場合および最適パラメータ $A(i), c(i)$ に固定する場合には、予測と推定は同じであるので、表-4の予測誤差と推定誤差の値は同じ値となる。また、表-4の総雨量比は予測に対する総雨量比を示していて、次式により計算しているが、総雨量比は1.0に近いほうが望ましい。

$$\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{k=1}^{N_k} \bar{R}_r(i, k) / \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{k=1}^{N_k} R_g(i, k) \quad (19)$$

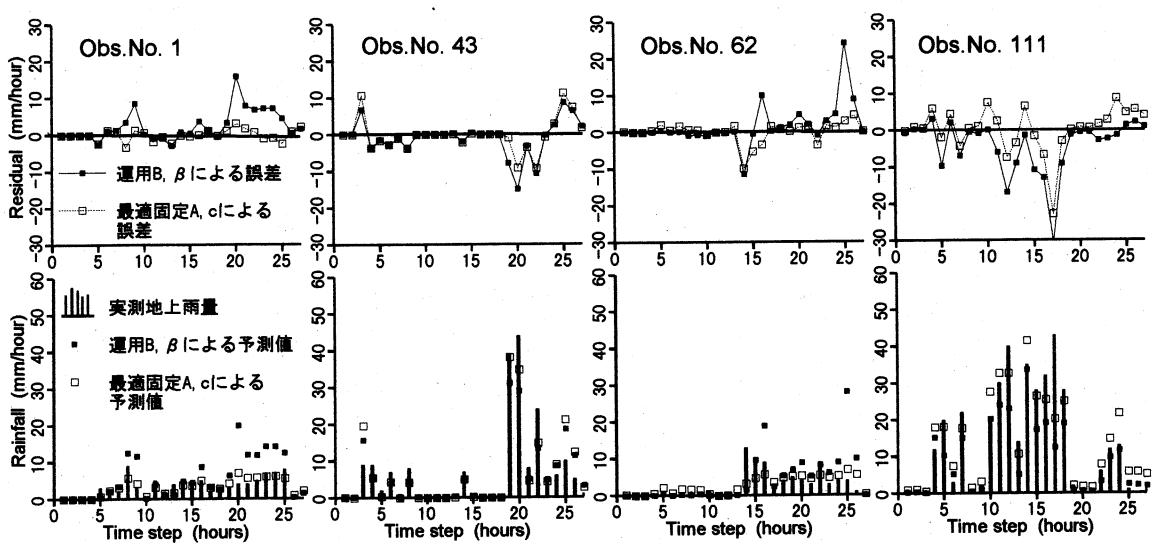


図-9 運用レーダ定数 $B, \beta$ および最適固定レーダパラメータ $A, c$ を用いた地上雨量予測結果

表-4 全観測点に対する予測・推定誤差および総雨量比

手法	予測誤差 (mm/hour)	推定誤差 (mm/hour)	総雨量比
EKF	4.48	2.57	1.04
運用 $B, \beta$	4.69	4.69	0.85
最適固定 $A, c$	3.77	3.77	0.97

ここに,  $N_i$ : 地上雨量観測点数(この場合116地点)

$N_k$ : 観測時間数(この場合27時間)

### (3) 考察

EKFによるレーダパラメータ  $A(i), c(i)$  の初期値には最適なパラメータの50%を与えているが, 図-8をみるとその同定値はすぐに回帰直線付近に移動し, 後はその直線の回りで変動していることが分かる。またパラメータ  $A(i), c(i)$  の同定値は観測点毎にかなり異なっている。この場合, パラメータ  $A$  の対数軸上で変化はパラメータ  $c$  の変化に比べかなり小さくなっているが, これは, 本EKFで  $A(i)$  を同定する場合, 対数値ではなく真数値そのものとして同定しているため, 初期誤差分散も真数値を基準に与えているためであると考えられる。

図-7, 表-4より, EKFの予測結果は, 図-8に示したようにレーダパラメータ  $A(i), c(i)$  を時間的に変化させることにより, 図-9, 表-4の  $A, c$  を最適レーダパラメータに固定した結果(前もって同定することは困難)に比べると, まだ予測精度はかなり低いものとなっているものの, 本レーダの運用レーダ定数である  $(B, \beta) = (180, 1.6)$  (if  $Z < 5000$ ),  $(B, \beta) = (410, 1.2)$  (if  $Z \geq 5000$ ) に固定した場合に比べ, 予測精度が向上していることが分かる。また, EKFの推定結果については, 最適固定レーダパラメータ  $A(i), c(i)$  の推定結果に比べてもかなり精度は高くなっている。このEKFによる精度が高くなるのは, ある時点での地上雨量データが得られた後に, そのデータを考慮してパラメータを更新し, その時点での推定を行い誤差を計算するためである。

次に, 表-4より, 運用レーダ定数  $B, \beta$ , 最適パラメータ  $A, c$  を固定した場合の総雨量比は1より小さくなっているのに比べ, EKFのそれは若干大きくなっている。また, EKFの総雨量比は運用レーダ定数  $B, \beta$  固定の場合に比べ, かなり1に近くなっている。EKFによる予測精度の向上が見られる。

さて, 表-4は全観測点に対する評価であるが,

実時間予測の場合, ある何点かの雨量観測点において著しく精度が落ちる地点が現れる<sup>27), 37)</sup>ので, これらの観測点を除外すれば予測精度はかなり向上するものと考えられる。ただし, 著しく精度が落ちる地点を前もって特定することはかなり困難である。

また, 2.(3)で述べたレーダパラメータ  $A(i), c(i)$  の関係式(9)を考慮せずに, EKFにより実時間予測を行った場合には, 著しく精度の落ちる地点数が増加し, 全観測点に対する予測精度評価でも, 運用レーダ定数  $B, \beta$  に固定した場合よりも低くなつた<sup>37)</sup>。よって, レーダパラメータ  $A(i), c(i)$  の回帰式を考慮することはオンライン予測精度上重要である。

さらに, 本研究の例では, 地上雨量観測が1時間毎であるので, メソγ(ガンマ)スケールの降雨セルの発達・減衰が1時間未満である<sup>39), 40)</sup>ことなどを考慮すると, 1時間後にはレーダ定数がかなり変化していると考えられる。よって地上雨量観測時間間隔が短くなり, 本手法によるレーダパラメータの更新が短時間間隔で行われるようになれば, レーダ雨量の時間平滑化による精度向上の点を考慮しても, EKFによる予測精度は向上するであろうと考えられる。

最後に, 本モデルでは各雨量観測点毎にレーダパラメータを逐次推定し, 地上雨量の実時間予測を行うので, 地上雨量観測点が存在しないメッシュでの地上雨量が必要な場合は, 地上雨量観測点が存在しないレーダメッシュのレーダパラメータを設定しなければならない。これには, 各地上雨量観測点が支配するレーダメッシュを何らかの方法で決定しなければならないが, これはある流域内に何点かの雨量観測所がある場合に, その流域の平均雨量を求めるとき, 各観測点の支配分割領域を決定する方法<sup>41)</sup>がそのまま適用できよう。すなわち, 例えば領域分割に何らの合理的情報がない場合にはティーセン分割法<sup>41)</sup>などが適用できよう。

## 4. むすび

本研究では, まず, 種々の降雨例に対して, レーダ雨量と地上雨量の残差平方和が最小となるようなレーダ定数を, 地上雨量観測点ごとに求め, レーダ定数間の特性について検討を行った。その結果, 各観測点毎の最適レーダ定数  $B, \beta$  間にかなり高い相関が見られ,  $\log B$  と  $\beta$  間に直線関係が認められた。

次いで, 地上降雨の実時間予測の定式化の簡単化のため, レーダ定数  $B, \beta$  をレーダパラメータ  $A, c$  に変換し, パラメータ  $A, c$  間の関係式を求めた。そして,

拡張カルマンフィルターを用いて、この $A, c$ 間の関係式を組み込んだ地上雨量の実時間予測モデルを構築した。最後に、本モデルを実際の降雨に適用して、その予測精度と特性について検討を行った。その結果、本モデルにより、運用レーダ定数 $B, \beta$ を固定した場合に比べ、予測精度が向上し、総雨量比も1に近くなることが示された。特に、 $A, c$ 間の関係式を考慮することが実時間予測精度上重要であることが示された。

本研究では、簡単のため各地上雨量観測点のデータを真値として、その直上の時間平均レーダ雨量を対応づけたが、地上雨量データを種々検討されている手法により合理的に面積平均雨量に変換すれば、表-4の各手法の精度は全体的に向上すると考えられる。また、レーダ定数は特に降雨開始時と終了後において変動が大きくなる傾向にある<sup>33)</sup>ので、レーダ定数を時間的に固定すると、その時点での精度が特に低下することになる。本手法のような実時間予測においては、その時点でいかにレーダパラメータを追跡させていくかが重要なファクターとなると考えられる。

**謝辞：**本研究は（財）河川情報センター「レーダ雨量計を用いた地上雨量のオンライン予測に関する基礎的研究」（研究代表者 神野健二）の御援助を賜りました。ここに記して深謝申し上げます。

## 補 遺

### (1) 式(6)を仮定した場合に式(1)の $B, \beta$ が互いに独立になることの証明

目標体積内に存在する雨滴の直径がレーダ雨量計の送信電力に比べて十分に小さいとするRayleigh近似を雨滴の後方散乱に適用すると、レーダ反射因子 $Z(\text{mm}^6 \text{m}^{-3})$ は雨滴の粒径分布 $N(D)(\text{mm}^{-1} \text{m}^{-3})$ を用いて次式で表される<sup>7)</sup>。

$$Z = \int_0^\infty N(D) D^6 dD \quad (20)$$

また、降雨強度 $R(\text{mmh}^{-1})$ は、雨滴の終端落下速度を $V(D)(\text{ms}^{-1})$ として次式で表される<sup>7), 17)</sup>。

$$R = 3.6 \times 10^{-3} \int_0^\infty \frac{4\pi}{3} \left(\frac{D}{2}\right)^3 N(D) V(D) dD \quad (21)$$

ここで、 $V(D)$ が次式の雨滴径のべき乗の形で近似されるとする<sup>17), 42)</sup>。

$$V(D) = PD^q \quad (22)$$

ここで、 $P(\text{mm}^q \text{ms}^{-1})$ ,  $q$ （無次元）は定数であり、Liu and

Orvilleは  $q = 0.8$ ,  $P = 2115(\text{cm}^{1-q} \text{s}^{-1})$  の値を得ている<sup>43)</sup>。

さて、Marshall-Palmerの式(6)を式(20)に代入しガンマ関数 $\Gamma$ を用いて変形すると次式が得られる。

$$Z = N_0 \Gamma(T)/\Lambda^7 \quad (23)$$

また、同様に式(21)に式(6), 式(22)を代入すると次式が得られる。

$$R = 6 \times 10^{-2} \pi N_0 P \Gamma(q+4) / \Lambda^{q+4} \quad (24)$$

式(23), 式(24)より $\Lambda$ を消去すると最終的に式(23)は次式となる。

$$Z = BR^\beta \quad (1)$$

ここに、

$$B = \frac{N_0 \Gamma(T)}{[6 \times 10^{-2} \pi N_0 P \Gamma(q+4)]^{7/(q+4)}} \quad (25)$$

$$\beta = 7/(q+4) \quad (26)$$

であり、 $P, q$ が定数であることを考慮すると $\beta$ は一定値、 $B$ は $N_0$ に依存することになる（ただし、Marshall-Palmerでは $N_0$ は定数なので $B$ も定数となる）。すなわち、レーダ方程式(1)の $B, \beta$ は互いに独立となる。

なお、粒径分布式 $N(D)$ として、次式のようなガンマ分布を仮定すると（ $m=0$ の場合Marshall-Palmer型）、

$$N(D) = N_0 D^m e^{-\Lambda D} \quad (27)$$

$B, \beta$ は共に $m$ に依存するようになるので互いに独立ではなくなる<sup>17)</sup>。

## 参考文献

- 木下武雄：レーダ雨量計の実用化への開発、土木学会論文集、第351号/II-2, pp.1-15, 1984.
- 吉野文雄：レーダ水文学の発展と課題—レーダによる降水強度の定量観測を中心として—、土木学会論文集、第491号/II-27, pp.15-30, 1994.
- 上林好之、山口高志、山本晃一：レーダ定数( $B, \beta$ )の同定手法の提案、土木学会論文集、第399号/II-10, pp.121-130, 1988.
- 高棹琢磨、宝馨、三谷裕次郎、笛田俊治：レーダー雨量の逐次補正と洪水予測への適用、京都大学防災研究所年報、第31号B-2, pp.241-254, 1988.
- 虫明功臣、沖大幹：降雨パターンの特徴解析、平成3年度河川情報センター助成研究成果報告書、pp.80-93, 1992.
- 山口高志、深見親雄、佐藤健次：レーダ定数 $B \cdot \beta$ の地域特性についての調査、河川情報研究所報告、第4号, pp.13-26, 1990.
- 小平信彦：気象レーダの基礎、気象研究ノート、第139号, pp.1-31, 日本気象協会, 1980.
- 四俵正俊、吉野文雄：サイトが異なるレーダの観測値を用いた電波の降雨減衰の検討、水文・水資源学会誌、第3卷1号, pp.43-50, 1990.
- 四俵正俊：レーダ雨量計観測値の補正について、水文

- ・水資源学会誌, 第4巻4号, pp.41-47, 1991.
- 10) (財)河川情報センター: レーダ雨量情報を用いた洪流水流出予測に関する研究, 河川情報研究所報告, 第4号別冊-1, pp.21-82, 1990.
- 11) 吉野文雄, 水野雅光, 水野秀幸: 降水観測におけるレーダ信号の変動特性について, 水文水資源学会, 1989年研究発表会要旨集, pp.202-205, 1989.
- 12) Wilson, J.W. and Brandes, E.A.: Radar measurement of rainfall - a summary, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, Vol.60, No.9, pp.1048-1058, September 1979.
- 13) 石崎勝義, 中尾広臣, 大倉 博, 吉野文雄, 河関大祐: レーダ雨量計の降雨観測特性に関する研究, 土木研究所報告, 第167号, 1986.
- 14) 橋本 健, 佐藤一郎: 面積雨量の精度と雨量観測数, 土木技術資料, 第16巻12号, pp.631-637, 1974.
- 15) 北海道開発局石狩川開発建設局, レーダ雨雪量計システム検討業務報告書, 1990.
- 16) 中村興一, 堀田哲夫, 山下芳浩, 星 清: レーダ雨量計精度向上へのKriging法の活用, 水工学論文集, 第36巻, pp.489-494, 1992.
- 17) 沖 大幹, 虫明功臣: 雨滴粒径分布データを用いたレーダ換算定数の同定, 水工学論文集, 第37巻, pp.9-14, 1993.
- 18) 沖 大幹, 虫明功臣: 雨滴粒径分布観測による短時間降雨強度の変動特性, 水工学論文集, 第38巻, pp.33-38, 1994.
- 19) 沖 大幹, 虫明功臣: 重みつき線形回帰法によるレーダ定数の同定, 土木学会第46回年次学術講演会概要集, pp.44-45, 1991.
- 20) 中江川敏之, 沖 大幹, 虫明功臣: レーダ定数の同定手法とその特性, 土木学会第47回年次学術講演会概要集, pp.552-553, 1992.
- 21) Fujiwara, M.: An analytical investigation on the variability of size distribution of raindrops in convective storms, *Proc. Eighth Weather Radar Conf.*, San Francisco, Amer. Meteor. Soc., pp.159-166, 1960.
- 22) Fujiwara, M.: Raindrop-size distribution from individual storms, *J. Atmos. Sci.*, Vol.22, pp.585-591, 1965.
- 23) Imai, I.: Raindrop-size distribution and Z-R relationships, *Proc. Eighth Weather Radar Conf.*, San Francisco, Amer. Meteor. Soc., pp.211-218, 1960.
- 24) Fujiwara, M.: Raindrop-size distribution in warm rain as measured in Hawaii, *Tellus XIX*, No.3, pp.392-402, 1967.
- 25) Waldvogel, A.: The No jump of raindrop spectra, *J. Atmos. Sci.*, Vol.31, pp.1067-1078, 1974.
- 26) 高棹琢磨, 宝 鑑, 三谷裕次郎: 洪水予測精度向上のためのレーダー雨量の逐次補正について, 第33回水理講演会論文集, pp.103-108, 1989.
- 27) 建設省近畿地方建設局淀川ダム統合管理事務所, 日本気象協会関西本部: 最適B・ $\beta$ のオンライン逐次設定方法の検討業務報告書, 1992.
- 28) 山下憲一, 河村 明, 神野健二, 中山比佐雄: レーダ雨量計を用いた地上雨量予測のためのキャリブレーション手法の検討, 平成3年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, pp.320-321, 1992.
- 29) 日本気象協会: 気象, 1988および1989.
- 30) 宝 鑑, 岡 明夫: 回帰分析及びkrigingによる確率雨量の地域総合化, 土木学会論文集, 第456号/II-21, pp.1-10, 1992.
- 31) Vieira, S.R., Hatfield, J.L., Nielsen, D.R. and Biggar, J.W.: Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties, *Hilgardia*, Vol.51, No.3, pp.1-75, June 1983.
- 32) 中川 徹, 小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析-プログラムSALS, 東京大学出版会, 1983.
- 33) 古川 節, 河村 明, 神野健二: レーダ定数の時空間的変動特性について, 土木学会第48回年次学術講演会概要集, pp.168-169, 1993.
- 34) Marshall, J.S. and Palmer, W.M.: The distribution of raindrops with size, *J. Meteor.*, Vol.5, pp.165-166, 1948.
- 35) 古川節, 河村 明, 神野健二, 脇水健次: レーダ定数(B,  $\beta$ )の空間的な同定について, 平成5年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, pp.428-429, 1994.
- 36) 古川節, 河村 明, 神野健二, 西山浩司, 脇水健次: レーダ定数(B,  $\beta$ )の空間分布と地上雨量のオンライン予測について, 水文・水資源学会1994年研究発表会要旨集, pp.238-239, 1994.
- 37) 古川節, 河村 明, 神野健二: レーダ雨量計を用いた地上雨量予測のためのレーダ定数同定手法の検討, 平成4年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, pp.316-317, 1993.
- 38) 河村 明, 神野健二, 押川光宏, 上田年比古, 中山比佐雄: セルフチューニングコントロール理論による河口堰ゲートの実時間最適制御, 土木学会論文集, 第461号/II-22, pp.11-20, 1993.
- 39) Jinno, K., Kawamura, A., Berndtsson, R., Larson, M. and Niemczynowicz, J.: Real-time rainfall prediction at small space-time scales using a two dimensional stochastic advection diffusion model, *Water Resources Research*, Vol.29, No.5, pp.1489-1504, May 1993.
- 40) Kawamura, A., Jinno, K. and Berndtsson, R.: Real-time prediction of urban-scale rainfall by use of a two-dimensional stochastic convection-diffusion model, *Proc. of the Sixth IAHR Int'l Sympo. on Stochastic Hydraulics*, Taipei, pp.751-758, 1992.
- 41) 篠原謹爾: 河川工学, 共立出版株式会社, 1975.
- 42) Gunn, R. and Kinzer, G.D.: The terminal velocity of fall for water drops in stagnant air, *J. Meteor.*, Vol.6, pp.243-248, 1949.
- 43) Liu, J.Y. and Orville, H.D.: Numerical modeling of precipitation and cloud shadow effects on mountain induced cumuli, *J. Atmos. Sci.*, Vol.26, pp.1283-1298, 1969.

(1996.2.7 受付)

## STUDY ON CHARACTERISTICS OF RADAR PARAMETERS AND REAL-TIME PREDICTION OF GROUND RAINFALL

Akira KAWAMURA, Kenji JINNO, Takashi FURUKAWA,  
Kenji WAKIMIZU and Koji NISHIYAMA

At first, the radar parameters ( $B$  and  $\beta$ ) are identified under the criteria of least squares at each observation point for each rainfall event. The characteristics of the optimal parameters are analyzed. Secondly, a real-time prediction method of ground rainfall by the extended Kalman filter (EKF) using intensity of radar reflectivity factor is proposed. In this prediction method, the relation of the radar parameters obtained from above analyses is taken into account. To study the effectiveness and the various characteristics of the prediction method, it is applied to hourly ground rainfall data for 6 rainfall events. As the results, it is shown that the methodology is accurately able to conduct real-time prediction of ground rainfall using radar data.