

セルフチューニングコントロール理論による 河口堰ゲートの実時間最適制御

河村 明*・神野健二**・押川光宏***・
上田年比古****・中山比佐雄*****

本論文では、セルフチューニングコントロール理論を用いて、河口堰ゲートの実時間最適自動制御を確率過程論的に行う手法について検討した。まず、河口堰システムに対して本手法を定式化した後、本手法を模擬発生データに対して適用し、その有効性や特性について検討を行った。次いで、ゲートを設置した開水路上で実際にパソコンを用いて実験を行い、本手法の運用上の制御特性や問題点について検討を行った。

Keywords : self-tuning control, estuary barrage gate, real-time optimal control, Kalman filter, experimental open channel

1. はじめに

近年、都市用水の需要量の増大にともない、新たな都市用水の取得は必然的に貯水池に頼らざるを得ない状態で、都市用水の貯水池への依存度は高くなっている。このため、河川水の利用率は増加の一途をたどり、これにともなって、従来よりさらに詳細な水資源計画が必要となり、その一環として河口堰ゲートの実時間最適制御による水資源の有効利用が重要な課題となってきている。

これまで水資源確保のための河口堰ゲートは、規定の操作ルールに基づいて確定的に運用されており、河口堰制御システムの確率的な特性、例えば、河口堰の流入量が不確定であること、実際的には水位-流量特性が一定でないこと、河口堰上下流の水位差の観測の不確定性などによりゲート開度と放流量の特性が一定でないことなどは余り考慮されていない。しかし、より効率的に河口堰の運用を図り水資源の有効利用を行うためには、上記の確率的な特性をも考慮する必要がある。このため、実時間で得られる情報を基に、確率過程下での放流量を時々刻々最適に決定して行く、より現実的で有効な操作方法が望まれている。

さて、上記のような未知パラメーターを含みかつランダム入力のある不確定システムの実時間最適制御を行う方法として、Clarke & Gawthropによって提案され、セルフチューニングレギュレーション理論¹⁾を発展させたセルフチューニングコントロール理論²⁾(以下STCと記す)がある。本研究では、STCを河口堰のゲート開度の実時間最適自動制御問題に適用し、その有効性お

よび特性について検討することを目的としている。すなわち、まず、STCを河口堰制御に適用するための一般的な誘導を行った後、STCの具体的な河口堰システムに対する定式化を行う。次いで、本STCをシステムパラメーターの真値が既知の模擬発生データに適用して数値シミュレーションを行い、本手法の有効性および特性について検討を行う。さらに、ゲートを設置した循環式開水路上で、実際にパソコンを用いてSTCによりゲートを自動制御する室内実験を行い、本STCの実際運用上の制御特性や問題点について検討を行っている。

2. 河口堰ゲート制御に対するSTCの定式化

(1) 河口堰システムへの入出力関係

ここではFig.1に示すような河口堰のシステムを考える。Fig.1のゲート総放流量 $Q(\text{m}^3/\text{s})$ を入力変数すなわち制御変数とし、また貯水池水位 $y(\text{m})$ を出力変数すなわち被制御変数として、この河口堰システムの入力と出力の関係が、 Δt 時間を1ステップとして次式で表されたとする。

$$\sum_{i=0}^n a_i y(k-i) = \sum_{i=0}^n b_i Q(k-i-s) + \sum_{i=0}^n c_i I(k-i-s) + \sum_{i=0}^n d_i L(k-i-s) + \sum_{i=0}^n f_i v(k-i) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 k : 時点

y : 貯水池水位(m), 被制御変数

Q : ゲート総放流量(m^3/s), 制御変数

s : 入力と出力との間の遅れ時間(ステップ)

I : 流入量(m^3/s)

L : 河口堰上流からの取水量(m^3/s)

v : 平均値0, 分散 σ_v^2 の正規性白色雑音(m)

a, b, c, d, f : システムパラメーターで、それぞれ y, Q, I, L, v に対する係数であり、 a, f は無次元、 b, c, d, f の単位は s/m^2 である。

* 正会員 工博 九州大学助手 工学部水工土木学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

*** 学生会員 九州大学工学研究科修士課程学生

**** 正会員 工博 九州共立大学教授 工学部土木工学科

***** 正会員 株式会社建設技術研究所

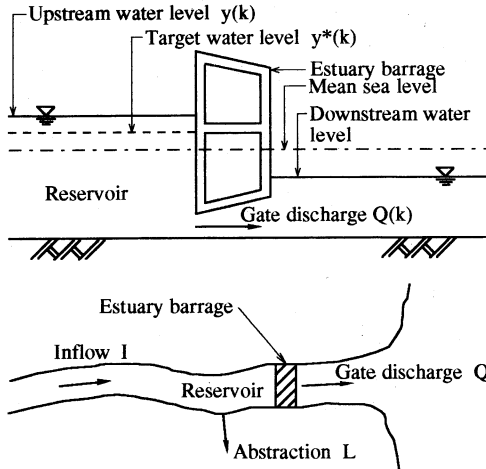


Fig.1 Schematic illustration of the estuary barrage system.

式(1)において係数 a_0, f_0 は一般性を失うことなく $a_0=1, f_0=1$ とおける²⁾。なお、式(1)では各項の係数の項数はどれも n として記述しているが、一般にこの項数は異なってもよい。また、入力 Q と出力 y の関係式(1)において、 I, L 以外にもこの入出力関係に影響を及ぼす量が考えられる場合には、それらの変数も同様に式(1)に組み込まなければならない。さて、以下の演算を簡単にするために、式(1)を後退演算子³⁾ (backward-shift operator) z^{-1} を用いて表せば次式のようなになる。

$$A(z^{-1})y(k) = B'(z^{-1})Q(k-s) + C'(z^{-1})I(k-s) + D'(z^{-1})L(k-s) + F(z^{-1})v(k) \quad (2)$$

ここに、 $A(z^{-1}), B'(z^{-1}), C'(z^{-1}), D'(z^{-1}), F(z^{-1})$ は後退演算子係数多項式であり、例えば $A(z^{-1})$ は

$$A(z^{-1}) \triangleq a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n} \quad (3)$$

で定義され (\triangleq : 定義)。

$$\begin{aligned} A(z^{-1})y(k) &= a_0y(k) + a_1z^{-1}y(k) + \dots + a_nz^{-n}y(k) \\ &= a_0y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) \quad (4) \end{aligned}$$

を意味する。以下簡単のため $A(z^{-1})=A, B'(z^{-1})=B', C'(z^{-1})=C', D'(z^{-1})=D', F(z^{-1})=F$ と記す。

(2) 貯水池水位の最適予測値

まず、式(1)のシステムパラメーター a, b', c', d', f が既知として貯水池水位の最適予測値および最適ゲート総放流量を求める。 k 時点までの情報が得られた場合の $y(k+s)$ の最適予測値 $\hat{y}(k+s|k)$ を求めるため、まず式(2)の k 時点を $(k+s)$ に置き換えて、後退演算子の演算により変換すれば式(2)は次式のように変形される。

$$y(k+s) = \frac{B'}{A}Q(k) + \frac{C'}{A}I(k)$$

$$+ \frac{D'}{A}L(k) + \frac{F}{A}v(k+s) \quad (5)$$

ここで式(5)右辺の最後の雑音項を次のように2つの項の和に分解する²⁾。

$$\frac{F}{A}v(k+s) = Gv(k+s) + \frac{H}{A}v(k) \quad (6)$$

上式は k 時点の制御 $Q(k)$ に関係しない $(k+1)$ 時点から $(k+s)$ 時点までの雑音成分 $Gv(k+s)$ と $Q(k)$ に影響を及ぼす k 時点までの雑音成分 $(H/A)v(k)$ の2つの項の和に分解できることを示している。ここに、 G, H はそれぞれ次数 $(s-1), (n-1)$ の多項式で次式で表せる。

$$G \equiv G(z^{-1}) \triangleq g_0 + g_1z^{-1} + \dots + g_{s-1}z^{-(s-1)} \quad (g_0=1) \quad (7)$$

$$H \equiv H(z^{-1}) \triangleq h_0 + h_1z^{-1} + \dots + h_{n-1}z^{-(n-1)} \quad (8)$$

ここで、式(6)より係数多項式 H は次式となる。

$$H = (F-AG)z^s \quad (9)$$

また、式(2)より $v(k)$ は

$$\begin{aligned} v(k) &= \frac{A}{F}y(k) - \left[\frac{B'}{F}z^{-s}Q(k) + \frac{C'}{F}z^{-s}I(k) \right. \\ &\quad \left. + \frac{D'}{F}z^{-s}L(k) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

で表されるので、式(10)を式(6)右辺の $v(k)$ に代入し、次いで式(6)を式(5)に代入して式(9)を考慮し整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} y(k+s) &= \frac{H}{F}y(k) + \frac{GB'}{F}Q(k) + \frac{GC'}{F}I(k) \\ &\quad + \frac{GD'}{F}L(k) + Gv(k+s) \quad (11) \end{aligned}$$

上式は、 $(k+s)$ 時点の貯水池水位 y が、 k 時点までの y, Q, I, L の線形結合と $(k+1)$ 時点以後 $(k+s)$ 時点までの雑音成分との和で表されることを示している。

さて、 k 時点までの情報が得られた場合の $(k+s)$ 時点の貯水池水位の最適予測値 $\hat{y}(k+s|k)$ を求めるため、次式で表せる予測誤差の2乗の期待値を最小にする。すなわち、

$$\text{Var} = E[\{y(k+s) - \hat{y}(k+s|k)\}^2] \rightarrow \text{Minimize} \quad (12)$$

ここに、 $E[\cdot]$: 期待値演算子

式(12)に式(11)を代入し、 $Gv(k+s)$ が、 k 時点までの y, Q, I, L の値に独立であることを考慮すると、式(12)の期待値演算は次式となる。

$$\begin{aligned} \text{Var} &= E[\{Gv(k+s)\}^2] + E\left[\left\{\frac{H}{F}y(k) + \frac{GB'}{F}Q(k) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{GC'}{F}I(k) + \frac{GD'}{F}L(k) - \hat{y}(k+s|k)\right\}^2\right] \quad (13) \end{aligned}$$

上式の第1項は、 v が平均値0、分散 σ_v^2 の正規性白色雑音であることおよび式(7)より $g_0=1$ であることを考慮すると、

$$Gv(k+s) = v(k+s) + g_1v(k+s-1) + \dots + g_{s-1}v(k+1) \dots \dots \dots (14)$$

であるので、

$$E\{Gv(k+s)\}^2 = \sigma_v^2(1 + g_1^2 + \dots + g_{s-1}^2) \dots \dots \dots (15)$$

となること、また式(15)は常に正であることから、式(12)は次の不等式を満足する。

$$E[y(k+s) - \hat{y}(k+s|k)]^2 \geq \sigma_v^2(1 + g_1^2 + \dots + g_{s-1}^2) \dots \dots \dots (16)$$

よって、式(12)を最小にする最適推定値 $\hat{y}(k+s|k)$ は、式(13)の第2項を最小の0とする値として次式で求められる。

$$\hat{y}(k+s|k) = \frac{H}{F}y(k) + \frac{GB'}{F}Q(k) + \frac{GC'}{F}I(k) + \frac{GD'}{F}L(k) \dots \dots \dots (17)$$

また、 $y(k+s)$ を、

$$y(k+s) \cong \hat{y}(k+s|k) + \varepsilon(k+s) \dots \dots \dots (18)$$

で定義すると、予測誤差 $\varepsilon(k+s)$ は式(11)、式(17)より次式となる。

$$\varepsilon(k+s) = Gv(k+s) \dots \dots \dots (19)$$

(3) 最適ゲート総放流量の決定

STC は渇水時、洪水時を問わず、制御の目標となるコスト関数 $J(m^2)$ を、被制御変数(貯水池水位 y) の目標値 y からのズレの2乗と制御変数(ゲート総放流量 Q) の操作変化量の2乗の和の期待値として次式で与える。

$$J(k) = E\{[y(k+s) - y^*(k+s)]^2 + \lambda'\{Q(k) - Q(k-1)\}^2\} \dots \dots \dots (20)$$

ここに、 y^* : 目標貯水池水位(m)

$\lambda'(s^2/m^4)$ は操作変化量に対する非負定値の重み定数で、この重み定数を設定することにより総放流量の時間的変化を抑えることが可能となる。 $\lambda'=0$ の場合は、水位を目標水位に近づけることのみを制御目的とすることを意味する。さて、STC においては各時点毎に、その時点での式(20)のコスト関数 $J(k)$ を最小にするように制御変数 $Q(k)$ の値を決定する。このことは、STC が将来の流入量などを考慮して、将来にわたっての貯水池水位の最適制御を行う訳ではないことを示している。

まず、式(20)の $y(k+s)$ に式(18)の関係を代入し、 $\varepsilon(k+s)$ が $\hat{y}(k+s|k)$ 、 $y^*(k+s)$ と独立であることを考慮するとコスト関数 $J(k)$ は

$$J(k) = E\{[\hat{y}(k+s|k) - y^*(k+s)]^2 + \lambda'\{Q(k) - Q(k-1)\}^2 + E[\varepsilon^2(k+s)]\} \dots \dots (21)$$

となる。 \hat{y} 、 y^* 、 Q は確定値であることおよび式(19)、式(15)を考慮すると式(21)の期待値演算は次式となる。

$$J(k) = [\hat{y}(k+s|k) - y^*(k+s)]^2 + \lambda'\{Q(k)$$

$$- Q(k-1)\}^2 + \sigma_v^2(1 + g_1^2 + \dots + g_{s-1}^2) \dots \dots \dots (22)$$

J を最小にする $Q(k)$ を決定するため式(22)を $Q(k)$ で偏微分し0とおくと、

$$2[\hat{y}(k+s|k) - y^*(k+s)]\partial\hat{y}(k+s|k)/\partial Q(k) + 2\lambda'\{Q(k) - Q(k-1)\} = 0 \dots \dots (23)$$

ここで、式(17)および $f_0 = g_0 = 1$ を考慮すると、

$$\partial\hat{y}(k+s|k)/\partial Q(k) = b'_0 \dots \dots \dots (24)$$

となり²⁾、式(23)の両辺を $2b'_0$ で割ると次式が得られる。

$$\hat{y}(k+s|k) - y^*(k+s) + \lambda'\{Q(k) - Q(k-1)\} = 0 \dots \dots \dots (25)$$

ここに、 $\lambda = \lambda'/b'_0$ (s/m^2) $\dots \dots \dots (26)$

さらに、式(25)において式(17)を代入し、 $Q(k) - Q(k-1) = (1-z^{-1})Q(k)$ を考慮し、両辺に F を掛けると、

$$Hy(k) + BQ(k) + CI(k) + DL(k) - Fy^*(k+s) = 0 \dots \dots \dots (27)$$

ここに、 $B = GB' + \lambda F(1-z^{-1}) \dots \dots \dots (28)$

$$C = GC', D = GD' \dots \dots \dots (29)$$

よって、式(27)より $Q(k)$ を求めると

$$Q(k) = -\{Hy(k) + CI(k) + DL(k) - Fy^*(k+s)\}/B \dots \dots \dots (30)$$

となり、これが式(20)の J を最小とする最適 $Q(k)$ である。

(4) カルマンフィルターによる未知パラメーターの同定

a) カルマンフィルターの基礎式

式(1)のパラメーター a, b', c', d', f が既知の場合、最適放流量 $Q(k)$ は式(30)によって与えられるが、実際にはこれらのパラメーター(後退演算子係数多項式 B, C, D, F, H の係数)は未知である。よって、STC ではこれらのパラメーターをカルマンフィルターで同定し、これを式(30)に用いることになる。よってこの場合、式(30)は厳密な意味での最適ではなくなる。

カルマンフィルターの基礎式は式(31)のシステム方程式と式(32)の観測方程式である^{4),5)}。

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + \alpha(k) + u(k) \dots \dots \dots (31)$$

$$z(k) = M(k)x(k) + \beta(k) + w(k) \dots \dots \dots (32)$$

ここに、 k : 時点

x : システムの状態量ベクトル

Φ : 既知の状態遷移行列

α : 既知の確定ベクトル

u : システム雑音ベクトル

z : 観測量ベクトル

M : 既知の観測行列

β : 既知の確定ベクトル

w : 観測雑音ベクトル

次に、 k 時点までの観測量を用いて得られる $(k+1)$ 時点の最適推定値を $\hat{x}(k+s|k)$ と表示する。いま x の初期

推定値 $\hat{x}(0|0)$ および x の推定誤差共分散行列の初期値 $P(0|0)$ を与えれば、各時点毎に x の最適推定値 $\hat{x}(k+1|k)$, $\hat{x}(k+1|k+1)$ は次式で求められる^{4),5)}。

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) + \alpha(k) \dots (33)$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)[z(k+1) - M(k+1)\hat{x}(k+1|k) - \beta(k+1)] \dots (34)$$

ここに、 K : カルマンゲインマトリックスで、以下の式を逐次計算してゆくことにより求められる。

$$P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k) + U(k) \dots (35)$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)M^T(k+1)[M(k+1)P(k+1|k)M^T(k+1) + W(k+1)]^{-1} \dots (36)$$

$$P(k+1|k+1) = [E - K(k+1)M(k+1)]P(k+1|k) \dots (37)$$

ここに、 T : 転置記号

E : 単位行列

U : システム雑音 u の共分散行列

W : 観測雑音 w の共分散行列

b) 総合出力関数の導入

カルマンフィルタによるパラメーター同定の定式化を行うため、STC では次式で定義される総合出力関数 $\Psi(k+s)(m)$ を導入する。

$$\Psi(k+s) \triangleq y(k+s) - y^*(k+s) + \lambda[Q(k) - Q(k-1)] \dots (38)$$

また式(25)の左辺を $\hat{\Psi}(k+s|k)(m)$ で定義する。

$$\hat{\Psi}(k+s|k) \triangleq \hat{y}(k+s|k) - y^*(k+s) + \lambda[Q(k) - Q(k-1)] \dots (39)$$

式(39)において式(18)、式(38)を考慮すると、

$$\Psi(k+s) = \hat{\Psi}(k+s|k) + \varepsilon(k+s) \dots (40)$$

となり、関数 $\hat{\Psi}(k+s|k)$ は $\Psi(k+s)$ の最小2乗推定値であることがわかる。次に、 $\Psi(k+s)$ の2乗の期待値をコスト関数 $J'(m^2)$ と定義し、 $\hat{\Psi}(k+s|k)$ と $\varepsilon(k+s)$ が独立であることを考慮すると J' は次式となる。

$$J' \triangleq E[\Psi^2(k+s)] = \hat{\Psi}^2(k+s|k) + E[\varepsilon^2(k+s)] \dots (41)$$

上式のコスト関数 J' を最小にするには、式(19)、式(15)より $E[\varepsilon^2(k+s)]$ が正定値であることを考慮すると、 $\hat{\Psi}(k+s|k)$ を最小の0とすればよい。この場合、式(39)で定義される $\hat{\Psi}(k+s|k)$ を0にすることは式(25)と等価である。すなわち、コスト関数 J' を最小にすることは式(20)のコスト関数 J を最小にすることに等しく、 J' を最小にする $Q(k)$ も式(30)で与えられる。

c) カルマンフィルタの定式化

式(1)の河口堰システムに対するカルマンフィルタのシステム方程式(31)と観測方程式(32)を導く。まず式(39)に式(17)を代入して両辺に F を掛け、式(28)、式(29)を考慮すると次式が得られる。

$$F\hat{\Psi}(k+s|k) = Hy(k) + BQ(k) + CI(k) + DL(k) - Fy^*(k+s) \dots (42)$$

ここで、状態量ベクトル $x(k+s)$ として式(42)の後退演算子多項式 H, B, C, D, F のパラメーター(ただしパラメーター f_0 は1なので除く)をとる。すなわち、

$$x(k+s) = [h_0, \dots, h_{i-1}, b_0, \dots, b_{i-1}, c_0, \dots, c_{p-1}, d_0, \dots, d_{q-1}, \dots, f_1, \dots, f_{r-1}]^T \dots (43)$$

ここに、 i, j, p, q, r はそれぞれパラメーター h, b, c, d, f の項数である。

さて、 $x(k+s)$ を上式のように設定した場合、式(31)の Φ は単位行列 E , $\alpha=0$ となり、 $(k+s)$ 時点を変えて k 時点として表すとシステム方程式は次式となる。

$$x(k+1) = Ex(k) + u(k) \dots (44)$$

次に、観測方程式(32)については、観測行列 M を以下のようにとる。

$$M(k+s) = [y(k) \dots y(k-i+1); Q(k) \dots Q(k-j+1); I(k) \dots I(k-p+1); L(k) \dots L(k-q+1); -y^*(k+s-1) \dots -y^*(k+s-r+1)] \dots (45)$$

式(43)、式(45)のように $x(k+s)$, $M(k+s)$ をとると、式(42)は次式と等価になる。

$$F\hat{\Psi}(k+s|k) = M(k+s)x(k+s) - y^*(k+s) \dots (46)$$

上式を $0 = M(k+s)x(k+s) - y^*(k+s) - F\hat{\Psi}(k+s|k)$ と変形し、式(40)の両辺に加えると

$$\Psi(k+s) = M(k+s)x(k+s) - y^*(k+s) - (F-1)\hat{\Psi}(k+s|k) + \varepsilon(k+s) \dots (47)$$

さて、式(30)の最適放流量 $Q(k)$ は、式(25)より導かれており、これは式(39)の $\hat{\Psi}(k+s|k)=0$ として導かれたものであるから、 $Q(k)$ を最適に制御すると $\hat{\Psi}(k+s|k)=0$ となる。よって、 $(k+s)$ 時点 k 時点として表すと式(47)は、

$$\Psi(k) = M(k)x(k) - y^*(k) + \varepsilon(k) \dots (48)$$

となり、これが、カルマンフィルタの観測方程式である。ここで、式(48)を式(32)と比較すると、 $z(k) = \Psi(k)$, $\beta(k) = -y^*(k)$, $w(k) = \varepsilon(k)$ に相当し、カルマンフィルタの観測量 $z(k)$ としては式(38)で定義される $\Psi(k)$ を観測することになる。後は前述のカルマンフィルタのアルゴリズムに従い、状態量 x すなわちパラメーターの最適推定値が逐次求められる。

(5) 具体的な河口堰システムに対する定式化

本研究では、式(1)の具体的な河口堰システムとして、河口堰上下流の連続の式を基礎式として、河口堰貯水池の k 時点の水位と $(k+1)$ 時点の水位との関係が、次式で表されるものとする。

$$y(k+1) = -a_1y(k) + b_0Q(k) + c_0I(k) + d_0L(k) + v(k+1) \dots (49)$$

上式は、式(1)の遅れ時間 $s=1$ 、システムパラメーター a の次数が1(項数2)で b, c, d, f の次数が0(項数1)の場合に相当している。すなわち、式(49)の場合、式(2)、式(7)の後退演算子多項式 A, B', C', D', F, G は以下のようなになる。

$$A(z^{-1})=a_0+a_1z^{-1}=1+a_1z^{-1} \dots\dots\dots(50)$$

$$B'(z^{-1})=b'_0, C'(z^{-1})=c'_0, D'(z^{-1})=d'_0 \dots\dots\dots(51)$$

$$F(z^{-1})=f_0=1, G(z^{-1})=g_0=1 \dots\dots\dots(52)$$

よって式(9)より

$$H(z^{-1})=-a_1 \dots\dots\dots(53)$$

となるので、 $\hat{y}(k+1|k)$ は、式(50)~式(53)を考慮すると、式(17)より次式で与えられる。

$$\hat{y}(k+1|k)=-a_1y(k)+b'_0Q(k) + c'_0I(k)+d'_0L(k) \dots\dots\dots(54)$$

また、式(52)を考慮すると式(19)は、

$$\varepsilon(k+1)=v(k+1) \dots\dots\dots(55)$$

さらに式(28)、式(29)より

$$B(z^{-1})=b_0+\lambda(1-z^{-1}) \dots\dots\dots(56)$$

$$C(z^{-1})=c_0, D(z^{-1})=d_0 \dots\dots\dots(57)$$

となるので式(30)より最適放流量 $Q(k)$ は次式となる。

$$Q(k)=-\{-a_1y(k)+c'_0I(k)+d'_0L(k) - y^*(k+1)\}/\{b'_0+\lambda(1-z^{-1})\} \\ =-\{h_0y(k)+b_1Q(k-1)+c_0I(k) + d_0L(k)-y^*(k+1)\}/b_0 \dots\dots\dots(58)$$

ここに、

$$h_0=-a_1, b_0=b'_0+\lambda, b_1=-\lambda, c_0=c'_0, d_0=d'_0 \dots\dots(59)$$

次に、式(59)を考慮すると式(42)は、

$$\hat{\Psi}(k+1|k)=h_0y(k)+b_0Q(k)+b_1Q(k-1) + c_0I(k)+d_0L(k)-y^*(k+1) \dots\dots\dots(60)$$

となるので、上式のパラメーターをカルマンフィルターの x にとる。すなわち式(43)を考慮すると

$$x(k+1)=[h_0, b_0, b_1, c_0, d_0]^T \dots\dots\dots(61)$$

また、式(45)の $M(k+1)$ は

$$M(k+1)=[y(k), Q(k), Q(k-1), I(k), L(k)] \dots\dots\dots(62)$$

よって、式(55)を考慮すると式(48)より $\Psi(k)$ は

$$\Psi(k)=M(k)x(k)-y^*(k)+v(k) \dots\dots\dots(63)$$

以上の具体的な河口堰システムの場合の計算手順をまとめると、以下の①~④の手順を各ステップ毎に順次繰り返して制御を行うことになる。

① 式(60)のパラメーター h_0, b_0, b_1, c_0, d_0 をカルマンフィルターで同定すべき状態量 x とし、その初期推定値 $\hat{x}(1|1)$ (ここでは1ステップを初期値としている) およびその推定共分散行列 $P(1|1)$ を適当に与える。初期時点以外の k 時点ではカルマンフィルターにより既

に $\hat{x}(k|k)$ 、 $P(k|k)$ は計算されている。

② 時点が1時点進み $(k+1)$ 時点となる。その結果、 $(k+1)$ 時点の水位 $y(k+1)$ が観測され、式(38)より総合出力関数 $\Psi(k+1)$ を計算する。式(38)の $Q(k)$ 、 $Q(k-1)$ は過去の値なので既知量であり、また操作変化量の重み係数 λ は予め設定しておかなければならない。この $\Psi(k+1)$ が、式(32)の観測量 $z(k+1)$ となる。

③ 式(62)で $M(k+1)$ を構成し、式(33)、式(35)~式(37)を用いて、式(34)より最適パラメーター $\hat{x}(k+1|k+1)$ を計算する。この場合、式中の $\Phi(k)=E$ (単位行列)、 $\alpha(k)=0$ 、 $\beta(k+1)=-y^*(k+1)$ である。

④ 手順③で求められた最適パラメーターおよび現時点 $(k+1)$ で観測される流入量 $I(k+1)$ 、取水量 $L(k+1)$ を用いて、式(58)より最適放流量 $Q(k+1)$ を計算する。この場合、式(58)の時点 k は時点 $(k+1)$ となる。

なお、入出力関係が式(49)のように単純な場合には、後退演算子多項式を介さずとも直接 STC の定式化を簡単に行うこともできる。この場合の定式化については参考文献6)を参照されたい。

3. STC の数値シミュレーション

(1) 模擬データの発生

2. により定式化された STC を、あらかじめシステムパラメーターの真値が既知の模擬データに適用して数値シミュレーションを行い、STC の有効性および特性について検討してみよう。まず、式(49)の河口堰システムとして次式を考えることにする。

$$y(k+1)=1.0y(k)-0.02Q(k)+0.01I(k) - 0.015L(k)+v(k+1) \dots\dots\dots(64)$$

すなわち、式(49)のパラメーターを以下のように設定したことになる

$$a_1=-1.0(\text{無次元}), b'_0=-0.02(\text{m}^2/\text{s}), \\ c'_0=0.01(\text{m}^2/\text{s}), d'_0=-0.015(\text{m}^2/\text{s}) \dots\dots\dots(65)$$

なお、実際の河口堰システムの場合、 b'_0, c'_0, d'_0 の絶対値はほぼ等しいと考えられるが、本シミュレーションの場合は STC の特性検討のため、敢えてこれらのパラメーター値を違えてシミュレーションを行っている。さて、入力が出力へ作用するまでの遅れ時間 $s=1$ とし、正規性白色雑音 v の標準偏差 $\sigma_v=0.1$ とする。また、ここでは式(20)における操作変化量の重み定数 $\lambda'=0.001$ (s^2/m^4) とする。すなわち、式(26)より、 $\lambda=-0.05$ (s/m^2) となる。また、式(61)のカルマンフィルターの状態量 x の要素 h_0, b_0, b_1, c_0, d_0 の真値は式(59)より、以下のよう

$$h_0=1.0(\text{無次元}), b_0=-0.07(\text{m}^2/\text{s}), b_1=0.05(\text{m}^2/\text{s}), \\ c_0=0.01(\text{m}^2/\text{s}), d_0=-0.015(\text{m}^2/\text{s}) \dots\dots\dots(66)$$

次に、時間刻みすなわち1ステップを10分と想定し、

式(64)における入力変数 $I(k)$, $L(k)$ が次式のように 288 ステップ (=2 日分) 程入力されるとする。

$$I(k) = \begin{cases} 100 \cdot 3^{k/100} & (0 \leq k \leq 100) \\ -(k-100)^2/2 + 20(k-100) + 900 & (100 \leq k \leq 120) \\ -(k-120)^2/12 + 5(k-120)/6 + 1100 & (120 \leq k \leq 160) \\ 1000 \cdot 3.5^{-(k-160)/100} & (160 \leq k \leq 288) \end{cases} \quad (67)$$

$$L(k) = 75 + 30 \sin(2\pi k/144) + 20 \cos(2\pi k/144) + 20 \sin(2\pi k/72) + 10 \cos(2\pi k/72) + 10 \cos(2\pi k/72) \quad (0 \leq k \leq 288) \quad (68)$$

また、式(20)における目標水位 $y^*(k)$ は次式で与えられるとする。

$$y^*(k) = 2 + \sin(2\pi k/144) + 0.5 \cos(2\pi k/144) + 0.3 \sin(2\pi k/72) + 0.2 \cos(2\pi k/144) \quad (1 \leq k \leq 289) \quad (69)$$

以上のように模擬発生させた $I(k)$, $L(k)$, $y^*(k)$ の時系列を Fig.2(a), (b) に示している。さらに、同図にはパラメーターの真値が既知とした場合の理想的な制御による $Q(k)$ および $y(k)$ の結果を示している。

(2) STC の適用結果

3.(1) で設定した河口堰システムおよび模擬データに対して STC を適用する。まず、式(61)のように状態量 x をとり、 $k=1$ 時点目を初期値とし、 x の初期推定値 \hat{x} (111) には真値の 50% の値を与え、その誤差共分散行列 P (111) には、対角成分として成分 h_0 には 1.0、それ以外は 0.01、非対角成分には 0.001 を与えた。また、式(31)のシステム雑音 u の共分散行列 $U=0$ 、式(32)の観測雑音 w の分散 $W=(0.1)^2$ を与えた。以上のようにして諸量を設定した後、STC により制御を行った結果を Fig.3 に示している。図(a)には STC による最適放流量 Q を、図(b)には貯水池水位の変化を示している。Fig.4 にはカルマンフィルターによるパラメーター h_0 , b_0 , c_0 の同定過程を示している。また、別の適用例として、式(20)の λ を 0.001 から $\lambda=0$ として、式(20)のコスト関数中の操作変化量の項を無視した場合の STC の結果を Fig.5 に示している。

(3) 考察

まず、Fig.2 より、パラメーターが既知の理想の場合をみると、 Q については、その形状は I の形状に似ているが、大きさは約半分になっている。これは式(64)において、 Q に対する係数の絶対値(重み)が I のそれに比べ 2 倍となっていることに対応している。また Fig.2 (b) の y は目標水位 y^* からある程度外れて追従している。これは目標関数 J が式(20)で示されるように、目標水位からの差と同時にゲート総放流量の変化をも考慮して Q を制御するためである。次に STC による結果をみると、Fig.4 より、カルマンフィルターにより各パ

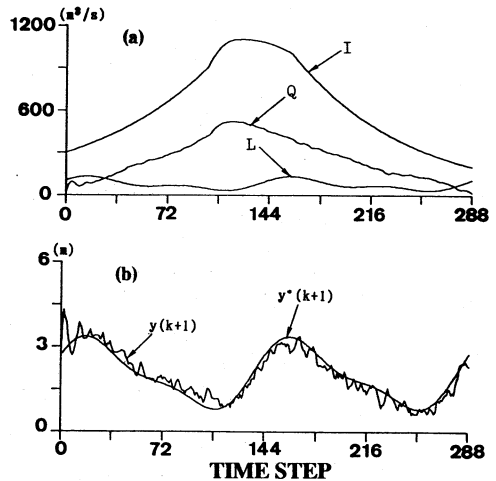


Fig.2 Control results when true values of parameters are known.

ラメーターの値は 40 時点程度で収束し、パラメーターの 50% の初期誤差も補償され精度よく真値に近い値が同定されている。この結果、Fig.3 の放流量 Q 、貯水池水位 y も最初のうちは変動しているものの、40 時点以降ではパラメーターが収束したことに対応して安定している。しかもこれらの結果はパラメーターを既知とした Fig.2 の理想の場合と比べてほとんど同じ結果となっている。これらよりパラメーターの同定値が収束した後は STC により期待通り放流量 Q が制御されているといえる。

次に、 $\lambda=0$ とした場合、すなわち式(20)の評価関数において放流量の変化を考慮しない場合は、Fig.5(a) より、 Q は Fig.3(a) の Q に比べかなり小刻みに変動しているが、貯水池水位 y は Fig.5(b) に示されるように、Fig.3(b) に比べ目標水位 y^* に非常によく追従している。これらは、 $\lambda=0$ の場合は、評価関数に Q の変化量が考慮されず、 Q の変化を許してもなるべく目標水位に水位を近づけるように制御するためである。なお、この場合、貯水池水位が小刻みに変動しているのは、式(64)の雑音項 v に標準偏差 0.1 m の正規乱数を加えているからである。河口堰システムが確定的で式(64)の確率項 v がいない場合は、STC による制御は目標水位 y^* にはほぼ完全に一致することを確認している。

次に、本論文には結果は載せていないが、 λ の値は 0.001 とし、目標水位 y^* を式(69)の代わりに 2.0(m) の一定値にとった場合も、同定過程および Q の挙動はほとんど Fig.4, Fig.3(a) と同様であった。また、 y と y^* の差の値についてもほとんど同じであった。よって、目標水位が変化しても STC のパラメーター同定過程および最適制御放流量 Q 、目標水位からの差などの結果は余り変化しないことが分かった。

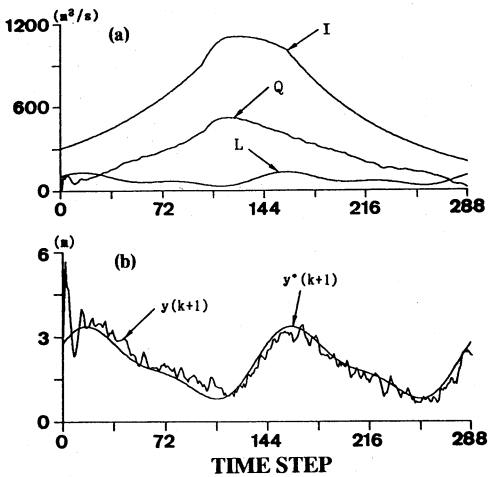


Fig. 3 Control results by the STC ($\lambda' = 0.001$).

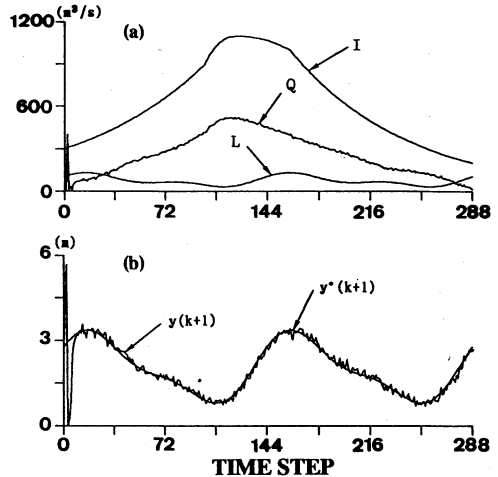


Fig. 5 Control results by the STC ($\lambda' = 0$).

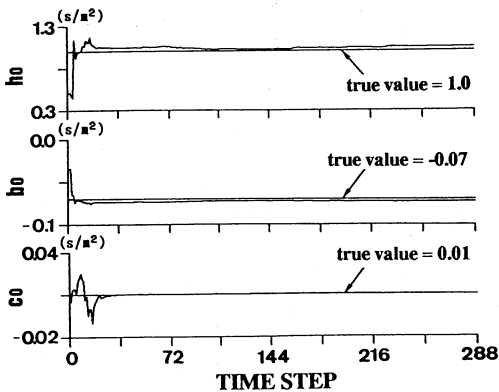


Fig. 4 Identification processes of parameters by the STC.

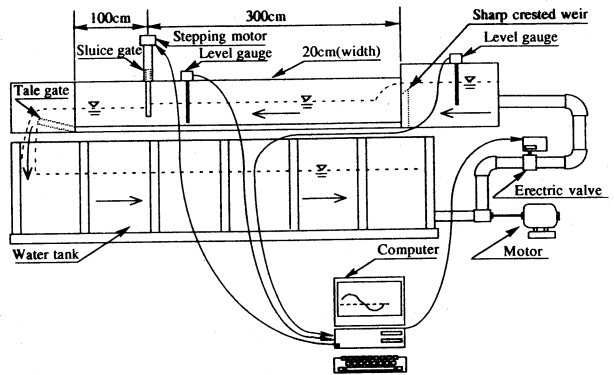


Fig. 6 The experimental open channel and controlling system.

なお、本 STC を実際の遠賀川河口堰システムに適用し、洪水期において貯水池水位をある目標水位に保つためのシミュレーションを行った。その結果、STC による制御は現存操作ルールに比べ、貯水池水位を安定かつ精度よく維持制御できることを示したが、その詳細については参考文献 7), 8) を参照されたい。

4. STC による開水路ゲートの実時間制御実験

(1) 実験装置と実験方法^{9), 10)}

ここでは、ゲートを設置した循環式開水路上で、実際にパソコンを用いて STC による実時間ゲート制御の室内実験を行い、シミュレーションでは検討できない、例えば、流入量の制御・計測の問題、制御時間間隔の問題、ゲート制御に伴う水面波の影響、放流量のゲート開度への変換など STC を実際に運用する際の制御特性や問題点について検討を行った。なお、本実験では、式(20)を最小化するようゲート操作を行う場合に、ゲート操作が最も複雑で難しい洪水期を想定して実験を行った。

Fig. 6 に今回使用したスルースゲートを取り付けた循

環式開水路実験装置と本実験のシステム構成を示している。実験は、①各時点毎にパソコンにより電磁バルブを制御して、予め与えられた流入量データに基づいた人工的な洪水を想定した流量を開水路に流す。②水路上流側に設置した水位計より水位データを読み込み、刃形堰上の越流水深より流入量を測定する。また開水路ゲート上流側に設置した水位計より水位データをパソコンに取り込む。③ STC により式(61)の未知システムパラメーターを同定しつつ式(58)により最適放流量を計算する。④最適放流量を流すゲート開度を計算しゲートの操作を行う。以上の①～④の手順を 1 つのルーチンとして 1 ステップ内に行う。なお、本実験では式(49)の取水量 $L(k)$ は無いので 0 としている。また、本実験に用いた目標流入量データは、1985 年 6 月 23 日 1 時より同年 6 月 29 日 23 時 30 分までの遠賀川河口堰で得られた実測の洪水データを 30 分間隔で 334 個抜き出し、これを開水路に流しうる範囲で適当に縮尺した値を用いている。

(2) 予備実験

STC による実時間ゲート制御実験を行う前に、まず

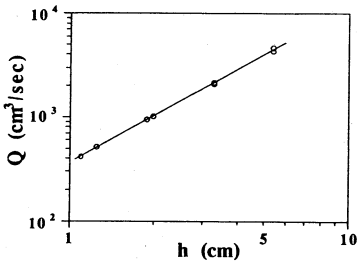


Fig.7 Relation between overflow depth (h) and flow rate (Q).

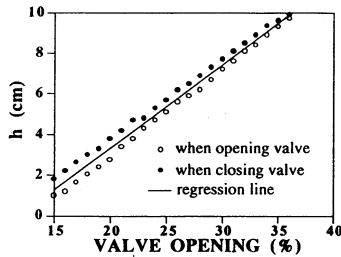


Fig.8 Relation between valve opening and overflow depth (h).

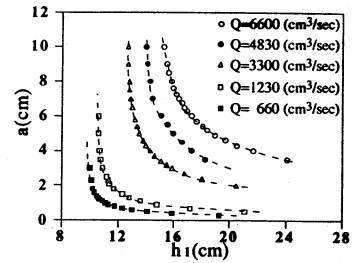


Fig.9 Relation between upper stream level (h_1) and gate opening (a).

実験装置の特性等の把握のために予備実験を行った。**Fig.7**に、水路の上流側に設けられた刃形堰における越流水深と開水路を流れる流量の実測値との関係を、また、**Fig.8**に、流量を制御する電磁バルブの開度（パタフライ弁）と越流水深の関係を示している。なお、バルブ開度はパソコンにより出力される電圧により制御される。

Fig.7より、越流水深と流量が1対1の関係にあるのに対し、**Fig.8**より、バルブ開度と越流水深の関係にはヒステリシスが認められる。このため、バルブ開度を開け閉めしながら制御する場合、目標流入量を流すための電磁バルブ開度を確定することが困難となる。そこで、本実験ではとりあえず**Fig.8**の実線で示す1本の帰直線を用いて、目標流入量に相当するバルブ開度を求めた後、その開度で電磁バルブを制御する。この場合の流入量は上記の目標流入量とは若干異なるので、実際の流入量は水路の上流側の刃形堰の越流水深を測定し**Fig.7**を用いて求めることとする。

次に、式(58)で求めた最適放流量を放流するようなゲート開度の求め方について述べる。厳密にこのゲート開度を求めるのは容易ではないので、Henryの実験値¹¹⁾などをそのまま利用することも考えられるが、ここではなるべく簡単にかつ不確定性を除くため、本実験水路を用いて以下のように実際に予備実験を行い、ゲート開度とゲート放流量との関係を求めた。すなわち、もぐり流出におけるスルース・ゲートからの放流量 Q (cm³/sec) とゲート開度 a (cm) の関係を次式で表す¹²⁾。

$$Q = CaB\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \dots\dots\dots (70)$$

ここに、 C : 流量係数

B : 開水路幅で本実験水路では $B = 20$ cm

g : 重力加速度 (980 cm/s²)

h_1, h_2 : それぞれゲート上流側および下流側の水位 (cm)

本実験の場合、STC 以外の影響による誤差を小さくするため、実験水路下流のテールゲートの高さは固定した。よって、ある一定流量に対するテールゲート上の定常状態での越流水深は、スルースゲート開度に関係なく一定となる。すなわち本実験の場合、定常状態における

スルースゲート下流側水深 h_2 (テールゲートの高さによる越流水深を加えた値) は、ゲート開度とは無関係に流量で決定される。**Fig.9**に、ある一定流量 Q に対する、定常状態でのゲート開度 a とゲート上流側水深 h_1 の関係を示している。以上により、本実験の場合、放流すべき最適ゲート放流量 Q が式(58)より求められれば、上流側水位を測定することにより、**Fig.9** の関係を用いて目的のゲート開度を求め、パソコンにより自動的にゲートを操作することになる。なお、任意の流量に対するゲート開度と上流側水深の関係は**Fig.9**を補間して用いた。

(3) 適用結果

パソコンを用いて前述の①～④の一連の作業を自動的にを行い、前時点の制御による水面波の影響が消え、流況がある程度定常状態に落ち着くまでの時間を考慮して、ここでは1ステップを10秒として実験を行った。また、上流側目標水位 y^* は15 cmの一定水位に保つこととし、式(20)中の放流量の変化に対する重み $\lambda = 1 \times 10^{-6}$ (s²/cm⁴) とした。なお、初期貯水池水位は目標水位の15 cm から外れた12 cmの水位を与えて制御を始めた。次に、未知パラメータの初期値ベクトル $\hat{x}(1|1)$ は以下のように設定した。まず、本実験における式(49)の各パラメータの真値について考えてみると、貯水池の連続の式から考えて $-a_1$ は1程度であり、また b'_0, c'_0 については、それぞれ $b'_0 = -\Delta t/S$ (Δt : 1ステップの時間間隔、 S : ゲート上流側貯水池面積)、 $c'_0 = \Delta t/S$ の値に相当する $b'_0 = -0.0017$ (s/cm²)、 $c'_0 = 0.0017$ (s/cm²) 程度の値となるであろう(本実験では前述のように L は無いので d'_0 は無視する)。すなわち、式(61)の状態量 x の各パラメータは式(26)、式(59)より $h_0 = 1$ 、 $b_0 = -0.00227$ 、 $b_1 = 0.0006$ 、 $c_0 = 0.0017$ 程度が本実験における真値に近い値と考えられる。そこで本実験では、まず、上記の真値に近いと考えられる値をそのまま用いて式(58)より最適放流量を確定的に決定した場合の制御過程を**Fig.10**に示す。次に、真値に近いと考えられる値の50%の値を未知パラメータの初期値としてSTCにより実時間自動制御を行った場合の結果を**Fig.11**に示す。

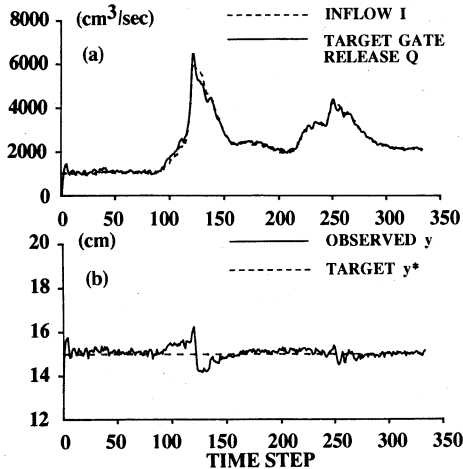


Fig.10 Control results when parameter are fixed as estimated true values.

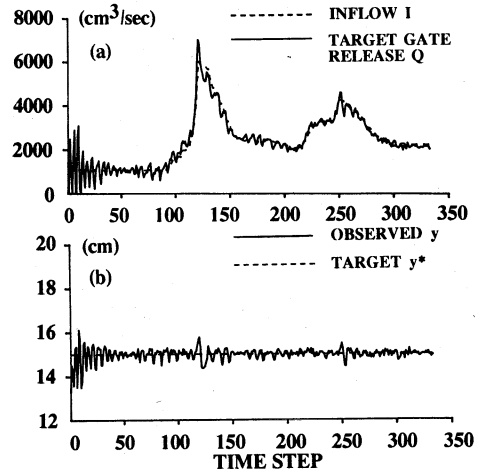


Fig.11 Control results by the STC ($\lambda=1 \times 10^{-6}$) for the experimental channel.

(4) 考察

Fig.10より、パラメーターをほぼ真値と考えられる値に固定して目標放流量を求めて制御を行った場合、特に80時点から140時点における流量のピーク近傍で目標水位からのズレが大きくなっている。これは3.でも述べたように、目標水位からのずれの他に放流量の変化量をも考慮して制御を行うためでもあるが、これ以外にもパラメーターを固定して制御を行っているため、流量のピーク付近でのパラメーターの変化やパラメーターの設定誤差に精度よく適応できないことが大きな原因と考えられる。事実、式(20)の重み係数 $\lambda=0$ として放流量の変化量を考慮しないで制御を行った場合でも、このズレは余り改善されなかった。次にFig.11より、STCにより自動制御された実測の水位は、初期パラメーターの誤差が補償された30時点以降は、流入量の増大期間、減少期間を問わずFig.10に比べ目標水位をよく維持していると言える。110時点から140時点においては、上述のように λ の影響で水位は目標水位から若干ずれているが、 $\lambda=0$ とした場合のSTCの結果では上記のズレはほとんど見られなかった。しかしこの場合、放流量の値がかなり小刻みに変化し、水位も目標水位の周りに小刻みに変動した。この水位の小刻みな変動は水面の攪乱や水面波の影響によるものであり、シミュレーション例の観測雑音成分に相当するものである。これはある瞬時の水位を取り込むために生じるので、制御後の水位を多数計測してそれを平均した値を観測値として入力すれば、この小刻みな変動成分はかなり除去できよう。なお、予測誤差時系列すなわち式(38)の総合出力関数 Ψ とその予測値である式(39)の \hat{y} との差の時系列が正規性白色雑音であることを確認している。

また、 Δt を短くすると目標水位に対する追従は悪く

なった。これは計算時間内に一連の操作作業が終了できなかったり、ゲート操作により発生する貯水池水面の変動が安定して正確な水位が計測可能となる前に、次の計算ステップに入るためと考えられる。なお、この他目標水位が正弦関数曲線や階段状に変化する場合の実験においても、目標水位が一定の場合と同様、STCにより精度よく水位を制御できることを確かめた。

5. むすび

本論文では、河口堰のゲート開度の実時間最適自動制御問題にSTCを適用することを試みた。その結果、河口堰システムのパラメーターがある程度不明であっても、STCにより未知パラメーターを同定しつつ最適放流量を求め、貯水池水位を目標水位の周りに制御できることを示した。この場合、放流量の変化量に対する重みを適当に設定することにより、目標水位の維持と同時に放流量の時間的変化を抑制した制御ができることを示した。また、STCの制御特性として目標水位の変動に余り影響されず制御されることなどSTCの特性を明らかにした。

さて、STCによる制御では目標水位が既知であることが前提となっている。目標水位は、将来の流入量等を考慮し、確率DPなどの手法¹³⁾を用いて最適に設定することが望ましいが、通常の河口堰システムの場合、ある一定水位を保つことになっている。これは、塩水の遡上防止および上流側で取水可能なための最低水位を維持すると同時に上流側河川敷等を水で氾濫させないなどの制約条件を満足するためである。また、例えば遠賀川河口堰では、ある一定量以上の流入量が観測される場合には、堰ゲートを全開することになっており、洪水末期においては低下した水位をどのような回復曲線にしたがって水

位を回復してゆくかが問題となっている。このような場合にも、水位回復曲線すなわち目標水位を別途の最適化手法などにより予め定めた後、STCを適用しなければならない。

次に、式(49)における流入量 I について述べると、通常の河口堰システムでは、現時点での流入量の実測値はオンラインで制御用コンピューターに取り込まれるようになっている。これを例えば雨量データなどを用いて推定する場合には、流入量 $I(k)$ を雨量データを用いたモデル式によって置き換え、そのモデル式中のパラメーターも同定しながら制御を行うようSTCを定式化する必要がある。また、式(49)における $v(k+1)$ が有色雑音となっている場合にも同様に、有色雑音を何らかのモデルで表し、そのモデル中のパラメーターも同定するようにSTCを定式化しなければならない。

最後に、実際の河口堰ゲートの流量係数は明白でない場合が多いので、各ゲート放流量に相当するゲート開度の精度よい算定方法が河口堰運用上の課題として挙げられよう。

おわりに、本研究を遂行するにあたり、建設省遠賀川工事事務所および遠賀川河口堰管理事務所、並びに(株)建設技術研究所に御援助御協力を賜りました。ここに記して深謝申し上げます。

参 考 文 献

- 1) Åström, K.J. and Wittenmark, B. : On self-tuning regulators, *Automatica*, Vol.9, pp.185~199, 1973.
- 2) Clarke, D.W. and Gawthrop, P.J. : Self-tuning controller, *Proc. of the Institution of Electrical Engineers*, Vol.122, No.9, pp.929~934, September 1975.
- 3) Box, G.E.P and Jenkins, G.M. : *Time Series Analysis (Forecasting and Control)*, Holden-Day, Inc., 1970.
- 4) 河村 明・神野健二・上田年比古・土井敬介：上水道配

水管網系の節点需要量のオンライン予測に関する研究，土木学会論文集，No.405号／II-11，pp.245~254，1989年5月。

- 5) Athans, M., Wishner, R.P. and Bertolini, A. : Suboptimal state estimation for continuous time nonlinear systems from discrete noisy measurements, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.AC-13, No.5, pp.504~514, October 1968.
- 6) 河村 明・神野健二・上田年比古：セルフチューニングコントローラーによる河口堰ゲートの最適制御について，土木学会第44回年次講演会講演概要集第2部，pp.170~171，1989年10月。
- 7) Medina, R.R., Jinno, K., Ueda, T. and Kawamura, A. : A simulation study on the optimal control of lock and dam gate openings by the self-tuning controller, 第31回水理講演会論文集，pp.299~304，1987年2月。
- 8) Kawamura, A., Jinno, K., Ueda, T. and Medina, R.R. : Real-time control of estuarial gate by the self-tuning controller during flood period, *Proceedings of Pacific International Seminar on Water Resources Systems*, Tomamu, Japan, August 1989.
- 9) 河村 明・神野健二・長 征爾：セルフチューニングコントローラーによる開水路ゲートの実時間制御に関する実験的考察，土木学会第45回年次講演会講演概要集第2部，pp.282~283，1990年9月。
- 10) 押川光宏・河村 明・神野健二：セルフチューニングコントローラーによる開水路ゲートの実時間制御実験，土木学会第46回年次講演会講演概要集第2部，pp.288~289，1991年9月。
- 11) 土木学会編：水理公式集昭和46年度改訂版，技報堂，pp.276~277，昭和46年。
- 12) 本間 仁・安芸皎一編：物部水理学，岩波書店，1966年。
- 13) 高棟琢馬・椎葉充晴・劉春燕：ダム貯水池の確率制御システムについて，土木学会第44回年次講演会講演概要集第2部，pp.164~165，1989年10月。

(1992.6.19 受付)

REAL-TIME OPTIMAL CONTROL OF AN ESTUARY BARRAGE GATE BY USE OF THE SELF-TUNING CONTROL THEORY

Akira KAWAMURA, Kenji JINNO, Mitsuhiro OSHIKAWA,
Toshihiko UEDA and Hisao NAKAYAMA

The self-tuning control (STC) theory, which is a stochastic adaptive control theory, is applied for the real-time control of an estuary barrage gate to achieve a certain target water level in the reservoir dammed by the gate. The Kalman filter is used to estimate in real time the parameters of the system. Firstly, the optimal control of the estuary barrage system is generally formulated using the STC theory. Secondly, to demonstrate the effectiveness and to study the use of this method, it is applied to synthetically generated data and to an experimental open channel gate system. As a result the STC strategy has been found to be well suited for the real-time optimal control of an estuary barrage gate. Characteristics of the STC theory to control a barrage gate are presented and discussed.