

公共施設の最適配置の数理モデル

2020年6月25日都市・建築空間解析 授業資料 吉川徹

本講は主として [1] [2] による。

課題 1km離れた地区A, Bに9人, 1人の小学生が住んでいる。1校の小学校の最適位置はどこか。

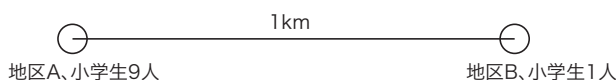


図1: 小学校の最適位置

費用は対立関係 (トレードオフ, trade off) にあるので, 一方を一定の制約条件 (constraint) で固定して, 他方の目的を表す指標を最大化 (maximization) あるいは最小化 (minimization) する (最適化, optimization と総称)。

以下では max は最大化, min は最小化, s.t. は条件を示す。

max 利用者の利便 s.t. 費用一定

min 費用 s.t. 利用者の利便一定

1 例: 線型値都市に公衆トイレを2箇所設置

総利用距離 (平均でも同じ) を最小化しよう。

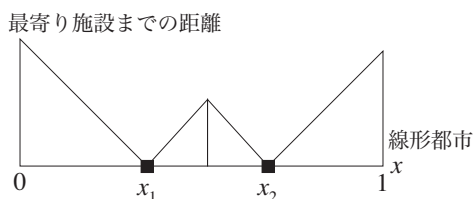


図2: 線型都市での施設配置

詳細は資料 [1] 参照。総利用距離 z は次式になる。

$$z = x_1^2/2 + (x_2 - x_1)^2/4 + (1 - x_2)^2/2$$

この最小値を求めるため, z を x_1 と x_2 で偏微分して0と置き, 解いて, 下記を得る。

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = \frac{3}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2 = 0$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2 - 1 = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{4}, \quad x_2 = \frac{3}{4}$$

2 公共施設の最適配置とは

公共施設は利用者の利便をなるべく向上させるように施設を配置する。利用者の利便と設置・運用

2.1 考慮すべき施設の特性

立地順序 同時立地, 順次立地, 順次閉鎖

施設容量 (定員) あり, なし

最低成立需要 あり, なし

規模の経済 economies of scale, 大規模にすれば効率的か。例えば, 図書館が1冊所蔵する本が, 平均して10日に1人の確率で読者が来館するとする。仮にその1人が1日間その本を読むとすれば, その本が書棚にない確率は1/10となり, 2人目の読者が来る確率は1/10であるから, 待ちが発生する確率は1/100となる。では, 都市人口が2倍になり, 図書館も2倍の蔵書を備え, その本を2冊に増やしたとする (人口1人当たりの蔵書数は同じである)。その場合, 2冊が同時に貸し出されて3人目の読者の待ちが発生する確率はいくつかわ。

集積の経済 economies of agglomeration, 異種施設を併設すれば効率的か。例えば, 特別養護老人ホームと通所型高齢者施設で浴室を共有するなど。

サービス時間 常設, 時間限定 (保育園等)

立地可能場所 連続領域, 有限箇所

2.2 考慮すべき需要の特性

分布 均一か不均一か, 連続か離散か

利用率 必ず利用するか, コストに応じて低下 (距離逓減, 空間的相互作用) するか

施設選択 最近隣か, 最近隣ではないか

利用施設数 単数か複数か

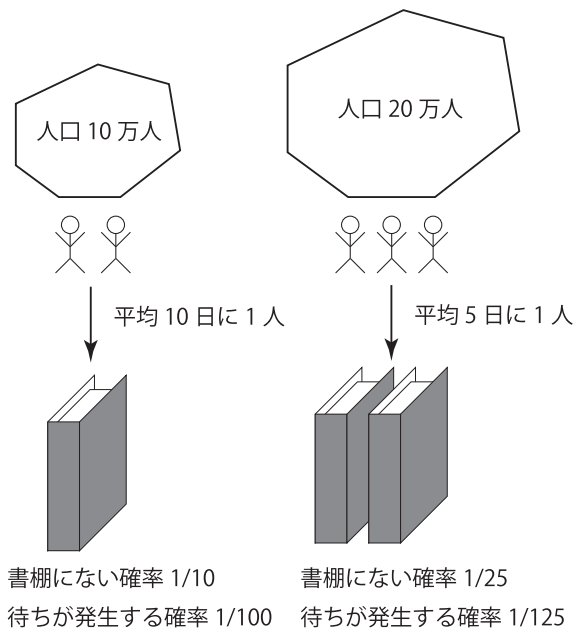


図 3: 規模の経済

2.3 考慮すべきコスト

移動コスト (時間, 金銭) 通常は距離で測る。
利用コスト (利用料金, 待ち時間)

2.4 最適化の評価指標

様々なものがあるが、基本は下記である。

総利用距離最小化 Minisum あるいは P-メディア
 ン (P-Median) 問題とも呼ぶ。利用者の総効率を重視する。平均利用距離としても同じ。

最大利用距離最小化 Maximax あるいは P-セン
 ター (P-Center) 問題とも呼ぶ。利用者の公平性を重視する。

最大被覆 maximum location covering problem,
 一定距離以内の利用者数 (満足圏人口) を最大化する。

集合被覆 location set covering problem, 最少施
 設で全利用者を一定以内の距離で覆う。

実例は資料 [3] 参照。

3 ボロノイ図

ボロノイ図 (Voronoi diagram) は、最近隣施設 (nearest neighboring facility) を必ず選択する場合の利用圏であり、最適施設配置計画を始め地域施設分析に多用される。ティーセン多角形 (Thiessen polygon), デリクレ分割 (Dirichlet tessellation)

とも呼ぶ。各施設 (地図上の点, 母点と呼ぶ) に最も近い領域で地図を分割した図と定義される。

3.1 描き方

資料 [1] を参照。ユークリッド距離であれば、施設を結ぶ線分の垂直二等分線 (ボロノイ辺) の集まりとして描かれる。素朴にその通りに描くと極めて手間がかかる。

3.2 線, 面のボロノイ図

資料 [1] 参照。放物線 (parabola) が含まれる。

3.3 マンハッタン距離のボロノイ図

資料 [1] 参照。ある領域でふたつの施設への距離が等しくなる。

3.4 重み付きのボロノイ図

資料 [1] 参照。重み付きのボロノイ図 (weighted Voronoi diagram) は、距離を $P(a) + d(a, b)$ としたボロノイ図である、但し $P(a)$ は施設 a ごとの重み, $d(a, b)$ は施設 a から地点 b までの距離を表す。たとえば鉄道経由の新宿駅からの所要時間は、新宿駅から駅 a までの所要時間 $P(a)$ と、駅 a から地点 b までの所要時間 $d(a, b)$ で表される。境界は双曲線 (hyperbola) である。

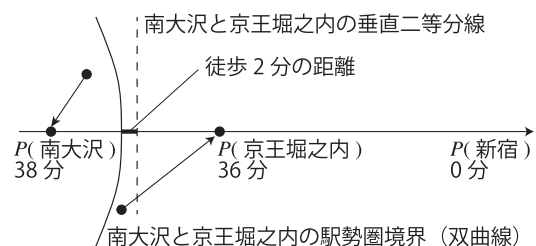


図 4: 重み付きのボロノイ図による駅勢圏の作図

3.5 ネットワークでのボロノイ図

資料 [1] 参照。

4 最適配置の計算手法

4.1 平面都市：利用者分布均一の時の解

資料 [1] 参照. 理論計算は困難なので数値計算を行う. 予め適当な配置を与えて, なるべく総距離が小さくなるように移動させる (最急降下法, steepest descent method). 結果として, 中心部分はほぼ六角形になる. ただしこの方法では, 局所的な最適解 (local optimum) しか求められない.

5 施設立地可能位置が有限箇所

建築ストックや遊休地を活用する場合はこうなる. 有限箇所の候補地から選ぶので, 簡単に解けそうに見えるが, 組み合わせ最適化となり, 微分法が使えないので, むしろ解きにくいことがある. このような組み合わせ最適化が時に難しくなるのは, 巡回セールスマン問題と類似している.

6 遺伝的アルゴリズムによる最適配置の解法

遺伝的アルゴリズム (genetic algorithm, G.A.) とは, 生物進化 (evolution) を模擬する方法で最適解を求める方法である. ただし, この方法でも局所的な最適解しか求められない. 最適配置を G.A. で求める過程を, 堀・吉川 [5] を例として紹介する.

まず用語を紹介する.

個体 individuals, 配置計画案

コーディング 計算機で処理するために個体を数字列で表現する方法

遺伝子 gene, コーディングにおいて個体の特徴を表現する個々の数字

染色体 chromosome, 遺伝子の集合で, 配置計画案としてある意味を持つまとまり.

適応度 fitness, 最適化の評価関数, 目的関数 (objective function) の値

G.A. による最適解の導出は次の過程を経る.

- (1) 最初いくつかの個体を用意する.
- (2) 個体から遺伝的操作 (genetic operator) と呼ばれる処理によって子世代の個体を作り出す.
- (3) 子世代から適応度の良い個体を残し, さらに子世代を作り出す処理を繰り返してゆくことで, より良い配置計画案を練り上げてゆく.

コーディング 堀・吉川 [5] では施設立地 (facility location) と利用者割当 (user allocation) の 2 要素で 1 個の配置計画案を構成する. したがってコーディングでは施設立地と利用者割当の 2 つの染色体で 1 個体を表現する.

例えば 4×4 のメッシュに 2 つの施設が立地し, 利用者が利用圏を形成する配置計画案 (図 5 上) を個体に変換すると, 図 5 下になる.

前半の染色体は利用者割当を表現しており, 利用者 1 人 1 人に対し利用する施設が施設 1 の時は 0, 施設 2 の時は 1 という遺伝子が与えられる. 後半の染色体は施設立地を表現しており, 施設立地メッシュの番号を 2 進数表示する.

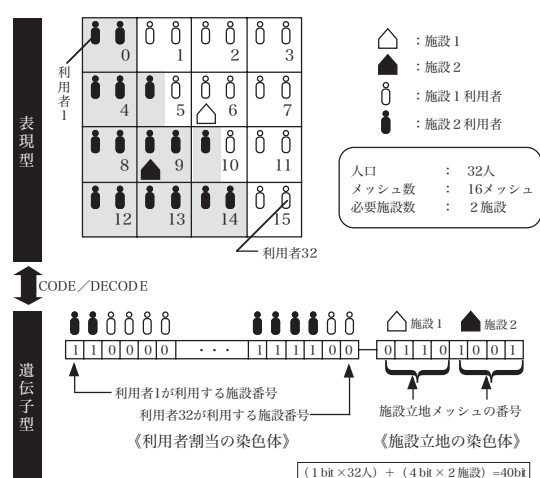


図 5: 配置計画案のコーディング [5]

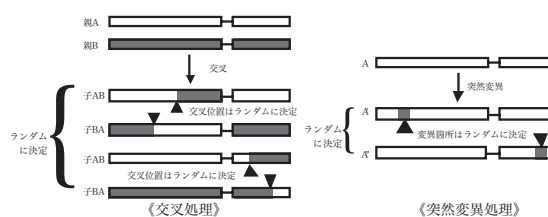


図 6: 遺伝的操作：交叉と突然変異 [5]

遺伝的操作 染色体に含まれる適応度を高めるスキーマ (遺伝子群) を保存しながら効率よく個体を進化させるための処理であり, 一般に交叉処理 (crossover) と突然変異処理 (mutation) がある.

交叉処理は, 2 個体を親とし子を生成することによりスキーマを子世代に継承させる. ここでは

(図6左) 乱数に従い前半と後半の染色体に対し交叉位置を決定し、両親の遺伝子群を入れ替えて生成する。1カップルから2子が生成される。

突然変異処理は、個体を構成する染色体の遺伝子をランダムに対立遺伝子 (allele, ここでは0ならば1, 1ならば0) に変換し、個体の多様性を保持する作業である。ここでは(図6右) 乱数に従い前後半の染色体に対し変異箇所を決定し遺伝子を入れ替える。

進化の流れ 以上の遺伝的操作により個体を図7に従い進化させる。第1世代の個体は全て乱数により発生させる。遺伝的操作は全世代で行い、次世代を生成する親の選択は、第1位の個体に加え、適応度に従い重み付けをしたくじ引きで行う。図中の致死個体は、同メッシュに2施設が立地する実現不可能な計画であり、上位個体と入れ替える。

進化を終了させる方法は、設定した終了世代に達するか、第1位個体の適応度が設定した世代以上変化しなかった場合とする。進化が終了した世代を「収束世代」と呼び、その世代の第1位個体を最適解とする。その結果、図8の試行錯誤に似た過程を経て最適配置が得られる。

実際の計算例 世田谷区北烏山で通所型高齢者施設(下位施設6件に上位施設2件を併設)を総移動距離最小化で配置する。収束解は求められなかったが、概ね良好と思われる配置が得られた。

7 重み付きのポロノイ図によるバス停の配置

資料 [1] 参照。バスの走行特性を考慮した上で、駅までの平均通勤時間の最小化を図る。重み付きのポロノイ図を応用する。

8 建設順序を考えた最適施設配置

資料 [7] 参照。

8.1 評価モデル

逐次評価型モデル その時点での近視眼的最適化 (shortsighted optimization)

最終評価型モデル 完成時の最適化

総合評価型モデル 全期間総移動コストの最適化

8.2 実例

最初期～最終期の時間間隔はすべて一定。●は密度一定。○は密度が時間に比例して増加。

逐次評価型モデル 施設数により完成後が不効率。

最終評価型モデル 途中が不効率。

総合評価型モデル 概して後から建てられた施設の圏域が狭い。●と○はあまり変わらない。

8.3 効率性の比較

全期間の移動コスト 大きな差はない。なお表1右端の最小値は、施設移動を認めたときの最小値

最終配置での移動コスト 最終評価型<総合評価型<逐次評価型

8.4 建設順序の入れ替え

$C(F^2)$ は最終評価型での最小値である。総移動コストはかなり変わる。

8.5 逆問題

これからは撤去順序も重要である。大谷ほか [8] の学校統廃合の分析などを参照されたい。

9 最適な建物の室配置と平面形状

青木 [9], 村岡ら [10] による。資料参照。室配置による室間移動総コスト [9], さらに建設コストや室形状の良否を加味した指標を評価関数として、GA によって室配置や平面形状を最適化する。

参考文献

- [1] 岡部篤行, 鈴木敦夫 (1992) 「最適配置の数理」朝倉書店
- [2] 日本建築学会 (1987) 「建築・都市計画のための調査・分析方法」井上書院
- [3] 杉浦芳夫 (1989) 「地理学への招待」古今書院
- [4] 伊理正夫監修, 腰塚武志編集 (1993) 「計算幾何学と地理情報処理 (第2版)」共立出版

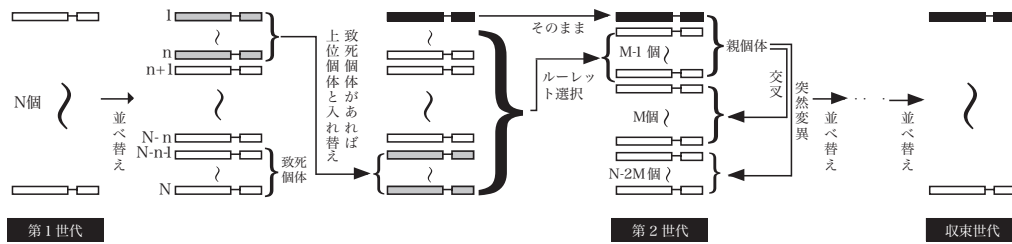


図 7: 進化の流れ [5]

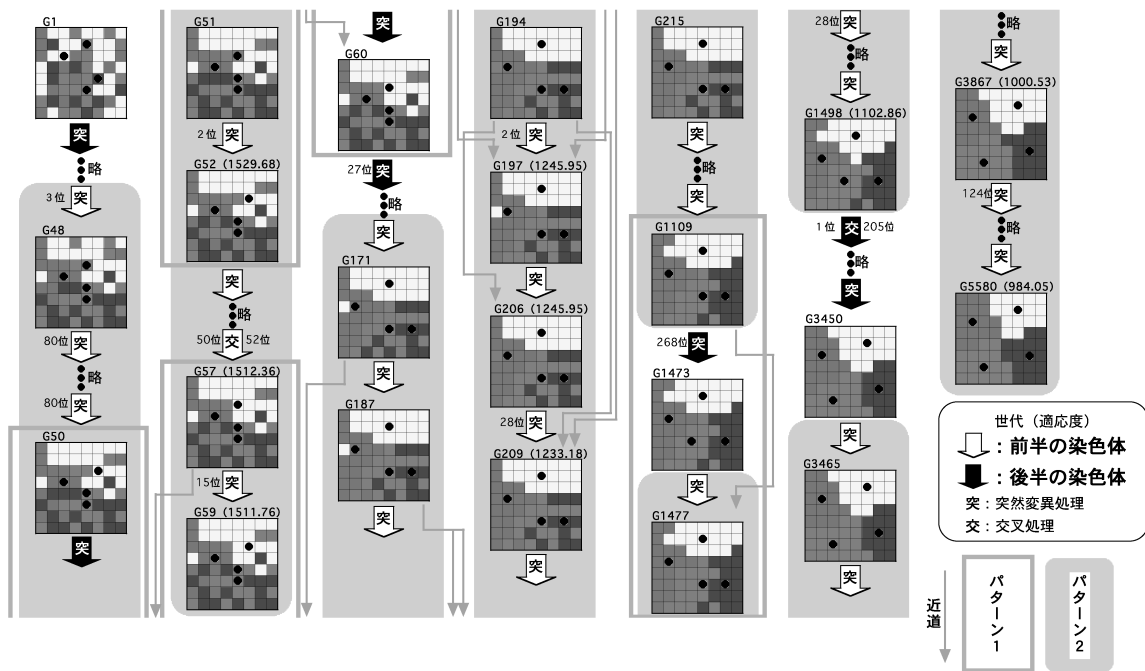


図 8: 最適配置導出の過程 [5]

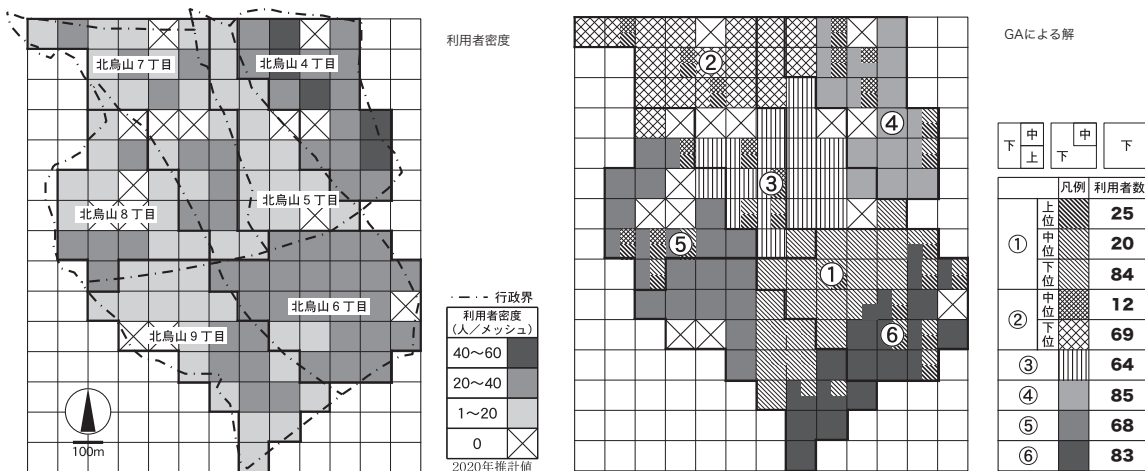


図 9: 北烏山の利用者密度と GA による解 [5]

- [5] 堀彰男, 吉川徹 (2001) 「共進化の概念を導入した遺伝的アルゴリズムによる地域施設配置手法—施設の立地と利用者割り当ての共進化に基づく最適施設配置—」日本建築学会計画系論文集, No.540, pp.221-227
- [6] 尾崎尚也, 大澤義明 (2001) 「利用者行動属性の多様化を考慮した時空間施設配置モデル」都市計画論文集, No.36, pp.853-858
- [7] 鈴木勉 (1988) 利用者の移動費用最小化による施設の最適な建設順序と配置, 都市計画論文集, No.23, pp.61-66
- [8] 大谷博, 近藤光男, 廣瀬義伸, 高橋啓一 (2002), 少子化時代における学校統廃合計画案の評価に関する研究, 都市計画, No.235, pp.44-
- [9] 青木義次 (1996), プラン作成と遺伝進化とのアナロジー—室配置問題の遺伝進化アルゴリズムによる解法—, 日本建築学会計画系論文集, No.481, pp.151-156
- [10] 村岡直人, 青木義次 (1997), 遺伝的アルゴリズムによる平面形状の最適化と設計ノウハウの獲得, 日本建築学会計画系論文集, No.497, pp.111-115