

離散数学入門 a レポート課題 No. 2

2023 年 7 月 4 日配布

提出日：2023 年 7 月 18 日（火）

注意

- 7 月 18 日の講義の際に提出すること。
- レポートの最初に学修番号と名前を記入すること。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用すること。

問題

記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

1. 次の合同式を満たす整数 x をそれぞれ 1 つ求めよ。

(a) $87x \equiv 1 \pmod{157}$ (b) $21x \equiv 11 \pmod{71}$

2. 集合 $G = \{a, b, c, d\}$ における 2 項演算 $*$ を考える. $(G; *)$ は群であり, 演算表の一部が次のように与えられているとする. (ただし, 一番左の列の要素を x , 一番上の行の要素を y としたとき, $x * y$ を表にしている.) 以下の問いに答えよ.

	a	b	c	d
a	d			
b		d		
c				
d				d

- (a) 群 $(G; *)$ の単位元を求めよ.
- (b) 上の演算表の空欄を埋めて演算表を完成せよ.
3. 集合 $X = \{1, 2, 6, 10, 60, 90\}$ における整除関係 (約数関係) $|$ を考える. 以下の問いに答えよ.
- (a) 順序集合 $(X; |)$ のハッセ図を描け.
- (b) X の部分集合 $Y = \{6, 10\}$ について, Y の上限・下限が存在するかどうか答え, 存在するときはそれを求めよ.
4. $(L; \leq)$ を束として, $x + y = \sup(\{x, y\})$, $x \cdot y = \inf(\{x, y\})$ とする. $(L; \leq)$ が次の分配律を満たすとする. (ただし, \cdot は $+$ より優先順位が高いとする.)
- 分配律 任意の $x, y, z \in L$ に対して, $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$, $x \cdot y + z = (x + z) \cdot (y + z)$.
- このとき, 次のモジュラー律が成り立つことを示せ.
- モジュラー律 任意の $x, y, z \in L$ に対して, $x \leq z$ ならば, $x + y \cdot z = (x + y) \cdot z$.
5. 節点集合 V と辺集合 E が

$$V = \{a, b, c, d, e, f\}, \quad E = \{(a, b), (a, c), (a, d), (a, f), (b, f), (d, e)\}$$

で与えられる単純無向グラフ $G = (V, E)$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (a) G を図示せよ.
- (b) すべての切断点を求めよ.
- (c) すべての橋を求めよ.