

離散数学入門 a レポート課題 No. 1

2023 年 5 月 9 日配布

提出日：2023 年 5 月 23 日（火）

注意

- 5 月 23 日の講義の際に提出すること。
- レポートの最初に学修番号と名前を記入すること。
- レポートが複数枚にわたるときは、左上をホッチキス等で綴じること。
- A4 レポート用紙を使用すること。

問題

以下の問題において、次の記号・用語を用いる。自然数は 1 以上の整数とする。自然数全体の集合を \mathbb{N} で表す。集合 X, Y に対して、 X と Y の差集合を $X - Y$ 、 X と Y の直積を $X \times Y$ 、 X のべき集合を $\mathcal{P}(X)$ でそれぞれ表す。全体集合 U の部分集合 X に対して、 X の補集合を \overline{X} で表す。命題 P, Q に対して、 P の否定を $\sim P$ 、 P と Q の排他的選言（排他的論理和）を $P \oplus Q$ でそれぞれ表す。その他、記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする。

1. $U = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 9\}$ を全体集合とする。 U の部分集合

$$A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}, \quad B = \{1, 3, 6, 7\}, \quad C = \{1, 3, 8, 9\}$$

に対して、次の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) A \cap (B \cup C) \quad (b) A - B \quad (c) \overline{A \cup C}$$

2. 集合 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ に対して、次の各集合を求め、要素を列挙して表せ。

$$(a) A \times B \quad (b) \mathcal{P}(A)$$

3. $U = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 523\}$ を全体集合とする。

$$A = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 2 \text{ の倍数}\}, \quad B = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 3 \text{ の倍数}\}, \quad C = \{x \mid x \in U, x \text{ は } 5 \text{ の倍数}\}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (a) $A \cup B$ の要素の個数 $n(A \cup B)$ を求めよ。
(b) $A \cup B \cup C$ の要素の個数 $n(A \cup B \cup C)$ を求めよ。

4. P, Q, R を命題とする。次の論理式の真理値表を作成せよ。

$$(a) \sim(P \rightarrow \sim Q) \quad (b) (P \wedge Q) \oplus (P \wedge R) \quad (c) (P \rightarrow R) \vee (Q \rightarrow R)$$

5. $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{5, 6, 7\}$ とする。以下の問いに答えよ。

(a) 全射 $f: X \rightarrow Y$ が $f(1) = 6$, $f(2) = 7$, $f(3) = 6$ を満たすとする。 $f(4)$ の取り得る値をすべて求めよ。

(b) 単射 $g: Y \rightarrow X$ が $g(5) = 3$, $g(6) = 2$ を満たすとする。 $g(7)$ の取り得る値をすべて求めよ。

6. 置換 α, β を

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

で定める。 $\alpha\beta, \beta\alpha, \alpha^2, \beta^{-1}$ を求めよ。