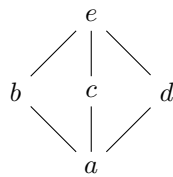


注意

節点集合  $V$  と辺集合  $E$  からなるグラフ  $G$  を  $G = (V, E)$  と表す. その他, 記号・用語等は講義内で説明したものに従うものとする.

問題

1. 次の合同式を満たす整数  $x$  をそれぞれ 1 つ求めよ.  
 (a)  $136x \equiv 1 \pmod{147}$       (b)  $46x \equiv 15 \pmod{59}$
2. 5 個の要素からなる集合  $L = \{a, b, c, d, e\}$  の上の順序関係  $\leq$  が次のハッセ図で定まっているとする.



このとき, 順序集合  $(L, \leq)$  は束である.  $x, y \in L$  に対して,  $x + y = \sup(\{x, y\})$ ,  $x \cdot y = \inf(\{x, y\})$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (a)  $b + c$  と  $b \cdot c$  を求めよ.
- (b) 次の等式を満たさない  $x, y, z \in L$  が存在することを示せ. (ただし,  $\cdot$  は  $+$  より優先順位が高いとする.)

$$(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z.$$

- (c)  $d$  の補元をすべて求めよ.

3. 次のグラフを図示せよ.  
 (a) 完全グラフ  $K_5$       (b) 完全 2 部グラフ  $K_{3,4}$
4. 単純無向グラフ  $G = (V, E)$  を考える.  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  として,  $G$  の隣接行列は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

であるとする. ただし, 隣接行列の第  $i$  行, 第  $i$  列が節点  $v_i$  に対応するとする. 以下の問いに答えよ.

- (a)  $G$  を図示せよ.
- (b) 各節点の次数を求めよ.
- (c)  $v_2$  から  $v_3$  への長さ 3 の径路は何通りあるか求めよ.
5. 単純無向グラフ  $G = (V, E)$  を考える.  $V$  の要素の個数を  $n$  として,  $n$  は奇数であるとする.  $G$  の補グラフを  $G'$  として,  $G$  と  $G'$  はともに連結であるとする. このとき,  $G$  がオイラーグラフならば,  $G'$  もオイラーグラフであることを示せ.