

## 9 自然数の四則演算・高速冪乗計算

## 問題

解答に際して、その問題より前にある問題の結果を用いてもよい。

9-1. 2 進法で表された次の数を 10 進法で表せ.

$$(a) (11110)_2 \quad (b) (110001)_2 \quad (c) (110111)_2$$

9-2. 10 進法で表された次の数を 2 進法で表せ.

$$(a) (23)_{10} \quad (b) (34)_{10} \quad (c) (59)_{10}$$

9-3. 10 進法で表された次の数を 16 進法で表せ. ただし, 10, 11, ..., 15 を 16 進法で表すのに A, B, ..., F を用いる.

$$(a) (830)_{10} \quad (b) (3093)_{10} \quad (c) (3573)_{10}$$

9-4, 9-5 は 2 進法のまま計算すること.

9-4. 2 進法で表された二つの整数 11011 と 10011 の積を筆算で求めよ.

9-5. 2 進法で表された整数 101011001 を 1101 で割った商と剰余を筆算で求めよ.

9-6. (a) 素朴な方法で  $x^{51}$  を計算したときの乗算の回数を求めよ.

(b) 繰り返し 2 乗法で  $x^{51}$  を計算したときの乗算の回数を求めよ.

9-7.  $x^{51}$  を繰り返し 2 乗法より少ない乗算回数で計算する方法を示せ.

9-8.  $n$  を自然数とする. 以下の問いに答えよ.

(a)  $n!$  のビット長 (2 進法での桁数) は  $O(n \log n)$  であることを示せ.

(b)  $n!$  をビット演算量  $O(n^2 \log^2 n)$  で計算できることを示せ. ただし,  $k$  ビットの整数と  $l$  ビットの整数の乗算のビット演算量は高々  $kl$  であるとする.