

## 5 データの探索

### 問題

解答に際して、その問題より前にある問題の結果を用いてもよい。アルゴリズムを回答する際は、文章または擬似コードで回答するか、C 言語や Python などのプログラミング言語で回答すること。ただし、アルゴリズムの動作が分かるような形で回答すること。

5-1. 空の 2 分探索木に対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

insert(20) → insert(56) → insert(82) → insert(15) →  
insert(92) → insert(58) → insert(22) → delete(56)

5-2. 空の 2 分探索木に対し、次の操作を行ったときの過程を図示せよ。

insert(37) → insert(65) → insert(25) → insert(32) →  
insert(51) → insert(75) → insert(56) → delete(37)

5-3, 5-4 では、ハッシュ関数は 7 で割った余りを返すものとする。また、ハッシュ表の大きさは 7 であり、0 から 6 までの整数で位置を指定するものとする。

5-3. チェイン法を用いた空のハッシュ表に対し、次のように insert (要素の挿入) と delete (要素の削除) を行ったとき、最終的なハッシュ表を図示せよ。

insert(13) → insert(59) → insert(56) → insert(33) → insert(82) → delete(13)

5-4. 開番地法を用いた空のハッシュ表に対し、次のように insert (要素の挿入) と delete (要素の削除) を行ったとき、最終的なハッシュ表を図示せよ。

insert(65) → insert(36) → insert(78) → insert(91) → insert(57) → delete(78)

5-5. 大きさ  $m$  の空のハッシュ表に対し、 $n$  個の相異なる要素を挿入するとき、衝突回数の期待値を求めよ。ただし、ハッシュ関数の値は、挿入する各要素について独立に、 $m$  個の値を等確率で取るものとする。

5-6. 整数が格納された長さ  $n$  の配列  $a$  があり、 $a[1] < 0$ ,  $a[n] > 0$ ,  $a[1] < a[2] < \dots < a[n]$  を満たすとする。  $a[k] \geq 0$  となる最小の添字  $k$  を求めるアルゴリズムで、最悪計算量が  $O(\log n)$  となるものを示せ。

5-7. 与えられた自然数  $a, n$  に対して、 $x^2 + y^2 \equiv a \pmod{n}$  を満たす整数  $x, y$  が存在するかどうか判定し、存在するときは  $x, y$  を求める問題を考える (問題 2-7 と同じ問題)。ハッシュ表を用いて、この問題を解く最悪計算量  $O(n)$  のアルゴリズムを示せ。ただし、計算量を評価するとき、四則演算や比較は定数時間で計算できるとする。