アルゴリズム B 演習 第 4 回

2023 年 10 月 30 日

4　グラフと木

問題

解答に際して，その問題より前にある問題の結果を用いてもよい．集合 S の要素の個数を $\#S$ で表す．以下の問題では，グラフは単純無向グラフであり，頂点と辺の個数は有限であるとする．

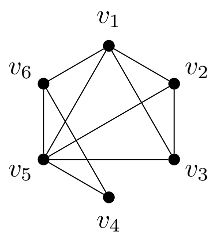
4-1. 次の隣接行列を持つグラフを図示せよ．

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4-2. 次の接続行列を持つグラフを図示せよ．

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4-3. 次のグラフを隣接リストとして表せ．



4-4. $G = (V, E)$ をグラフとする．$u, v \in V$ に対して，u から v への道が存在するとき，$u \sim v$ と定義する．このとき，$\sim$ は V 上の同値関係であることを示せ．

4-5. $G = (V, E)$ をグラフ，$u, v \in V$ とする．u から v への道が存在するならば，u から v への単純道が存在することを示せ．

4-6. 任意の木 $T = (V, E)$ に対して，$\#V = \#E + 1$ が成り立つことを示せ．

4-7. $n > 0$ として，T を n 個の頂点を持つ 2 分木とする．このとき，T の高さは $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 以上であることを示せ．

4-8. 6 個の頂点を持つ木を同型を除いてすべて図示せよ．（ただし，グラフ $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ が同型であるとは，全単射 $f\colon V_1 \to V_2$ が存在して，任意の 2 頂点 $u, v \in V_1$ に対して，$(u, v) \in E_1$ と $(f(u), f(v)) \in E_2$ が同値であることをいう．）