

5 データの探索

データの列から指定したデータを探索する方法を考える。一般には、データはいくつかの項目の組からなり、どの項目で探索するか指定する。探索の対象となる項目をキー (key) と呼ぶ。以下では簡単のため、キーの値は重複しないものとするが、キーの値が重複する場合にも以下のアルゴリズム・データ構造は適切な修正により適用可能である。

実数 x に対して、 x 以下の整数で最大のものを $\lfloor x \rfloor$ と表し、 x 以上の整数で最小のものを $\lceil x \rceil$ と表す。 $\lfloor \cdot \rfloor$ を床関数 (floor function), $\lceil \cdot \rceil$ を天井関数 (ceiling function) という。

逐次探索

逐次探索 (sequential search) (線形探索 (linear search)) は、先頭から順にキーを調べるアルゴリズムである。長さ n の配列の場合、最悪計算量は $O(n)$ である。配列だけでなく、連結リストなどにも適用可能である。

2 分探索

2 分探索 (binary search) は、ソートされた配列からデータを探すアルゴリズムである。キーは比較可能であるとして、配列 $a[1], a[2], \dots, a[n]$ に対して、 $a[1] < a[2] < \dots < a[n]$ が成り立つとする。次の関数 $\text{BINARYSEARCH}(a[], x, i, j)$ は、 $a[k] = x$ となる添字 k を $i \leq k \leq j$ の範囲で探す。

```

BINARYSEARCH(a[], x, i, j)
  if  $i > j$  then return("探索失敗")
   $m = \lceil (i + j) / 2 \rceil$ 
  if  $(a[m] = x)$  then return( $m$ )
  if  $(a[m] < x)$  then return(BINARYSEARCH(a[], x,  $m + 1$ ,  $j$ ))
  else return(BINARYSEARCH(a[], x,  $i$ ,  $m - 1$ ))

```

最悪計算量は $O(\log n)$ である。

2 分探索木

2 分木 T において、各頂点にデータが割り当てられているとする。2 分探索の場合と同様に、キーは比較可能であるとする。 T が 2 分探索木 (binary search tree) であるとは、各頂点の値が、左部分木のどの頂点の値よりも大きく、右部分木のどの頂点の値よりも小さいことである。次の操作を行うことができる。

- MINIMUM (MAXIMUM): T に含まれる値の最小値 (最大値) を求める。
- SEARCH(x): x が T に含まれるかどうか判定する。
- INSERT(x): x を T に挿入する。
- DELETE(x): x を T から削除する。

これらの操作は以下のように実現できる。(簡略化のため頂点とキーを同一視して記述している。)

■MINIMUM (MAXIMUM) 根から順に左 (右) の子をたどっていき、葉に到達したらその値が最小値 (最大値) である。

■SEARCH(x) x を根 r と比較する。 $x = r$ ならば x は T に含まれる。 $x < r$ のときは左部分木に対して、 $x > r$ のときは右部分木に対して同様に繰り返す。 葉に到達しても一致しないならば、 x は T に含まれない。

■INSERT(x) SEARCH と同様にして x を探索する。 キーが重複しないと仮定したので、 x は見つからず葉 l に到達する。 $x < l$ ならば x を l の左の子として追加し、 $x > l$ ならば x を l の右の子として追加する。

■DELETE(x) SEARCH と同様にして x を探索する。 x が葉である場合は、それを取り除く。 x が 1 個の子を持つ場合、 x を取り除き、 x の子を子孫とともに x の位置に移動する。 x が 2 個の子を持つ場合、 x の右部分木で最小の頂点を y とする (y は左の子を持たない)。 x を取り除き、 y のみを x の位置に移動する。 もとの y に右の子がいる場合には、その子孫とともに、もとの y の位置に移動する。

2 分探索木の高さを h としたとき、各操作の最悪計算量は $O(h)$ である。高さ h はデータの挿入・削除の順序に依存する。例えば、 n 個のデータを小さい順に挿入したとき、木の高さは $n - 1$ である。このような場合、探索の効率は非常に悪くなる。一方、 n 個のデータを一様ランダムに挿入したとき、各操作の平均計算量は $O(\log n)$ である。木の高さの平均が $O(\log n)$ であることも知られている。

データの挿入・削除の際に追加の操作を行って木のバランスをとり、木の高さを常に $O(\log n)$ に保つことで、最悪計算量を $O(\log n)$ にした平衡木 (balanced tree) と呼ばれるデータ構造が数多く知られている。代表的なものとして、AVL 木 (AVL tree)、2 色木 (赤黒木) (red-black tree) などがある。

ハッシュ表

ハッシュ表 (hash table) は、順序構造を用いずに、データの挿入・探索・削除がほぼ定数時間で行えるデータ構造である。長さ m の配列 a を用意する。キー全体の集合を S とし、ハッシュ関数 (hash function) $h: S \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ を固定する。キー x を持つデータを $a[h(x)]$ に格納する。異なるキーに対するハッシュ値が等しくなる可能性があり、これを衝突 (collision) という。衝突への対処法として以下のものがある。

■チェイン法 (chaining) データを配列 a に格納する代わりに、ハッシュ値ごとに用意した連結リストに格納する。配列 a には連結リストへのポインタを格納する。

データの個数を n とし、各データに対するハッシュ値は独立かつ一様とする。このとき、各操作の平均計算量は $O(1 + \alpha)$ である。ただし、 $\alpha = n/m$ であり、 α を負荷率 (占有率) (load factor) という。

■開番地法 (open addressing) 配列 a の別の場所にデータを格納する。操作するデータのキーを x とする。

データを挿入するとき、 $a[h(x)]$ が空または削除済みならばその場所に格納する。 $a[h(x)]$ にデータが格納されているとき、最も単純な線形探査法 (linear probing) では、配列 $a[h(x) + 1], a[h(x) + 2], \dots$ の順に調べ、空または削除済みの場所にデータを格納する。他に 2 重ハッシュ法 (double hashing) などが用いられる。

データを探索するとき、挿入の際と同様に調べるが、削除済みの場所は飛ばして次を調べる。

データを削除するとき、探索の際と同様に格納場所を探し、データを削除した場所を「削除済み」とする。

データが独立かつ一様に配列 a に格納される一様ハッシング (uniform hashing) を仮定する (線形探査法では成立しない)。このとき、不成功探索の平均探査回数は $1/(1 - \alpha)$ 以下であり、成功探索の平均探査回数は $(1/\alpha) \log(1/(1 - \alpha))$ 以下である (\log は自然対数とする)。